Övningsprov 1 – Ma1b ht26

Utan miniräknare

1. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt

a) $4(x+3)-3x+1$

b) $(x+5)(x-3)$

c) $x^5 \cdot x^7$

d) $4 \cdot \frac{2^8}{2^6}$

e) $\frac{4(x^4)^2}{2x^6}$

f) $1^4+2^3+3^2+4^1+5^0$

g) $3^5 \cdot 2^5 - 6^5$

h) $25 \cdot 5^{-1}$

i) $(3x+5)(2-x)+3x^2$ (8/2/0)

2. Lös följande ekvationer

a) $2(x+5)-13=3$

b) $x^2-9=16$

c) $(x-1)(x+2)-x^2=6$

d) $x(x+4)=4x+16$

e) $\frac{x}{2}+\frac{x}{5}=1$

f) $2^x \cdot 2^5 = 2^{11}$

g) $9 \cdot 3^x = 3^{2x}$

h) $8^x \cdot 27^x = 36 \cdot 6^{5x}$ (8/4/2)

3. Skriv följande uttryck som en förenklad potens

a) $2^4 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^0$

b) $9^x \cdot 2^x$

c) $\left(x^{\frac{1}{15}}\right)^5$

d) $25^x \cdot 3^{2x}$

e) $\frac{2^{3x}}{8^{2x}}$ (4/3/0)

4. Vilken förändringsfaktor motsvarar följande

a) En ökning med 15%

b) En minskning med 26%

c) En ökning med 50% och sedan en minskning med 50%, *svara på enklaste form*

d) En ökning med 4% 10 gånger i rad, *du behöver inte räkna ut det, skriv som ett uttryck*
(2/2/0)

5. För att träna på ett gym kan man välja mellan två olika betalningssätt: antingen köper man ett medlemskort för 200 kr och betalar sedan 30 kr per träningstillfälle, eller så betalar man utan medlemskort 70 kr per träningstillfälle. Hur många träningstillfällen krävs det för att båda alternativen ska kosta exakt lika mycket?
(3/0/0)

6. Om man drar av 14 från hälften av ett tal hamnar man på 21. Ställ upp en ekvation och beräkna vilket talet är.
(1/1/0)

7. Om du vet att $a = b + 4$. Bestäm då ett uttryck för $2a + 3b$ i enbart variabeln b
(0/2/0)

8. Vilket av följande uttryck motsvarar

a) $8^{10} \cdot 4^{10} \cdot 2^{10}$

A: 14^{10} B: 14^{30} C: 64^{10} D: 64^{30} E: 2^{60} (0/1/0)

b) $9^{100} + 9^{100} + 9^{100}$

A: 27^{100} B: 9^{300} C: 27^{300} D: 3^{201} E: 3^{301} (0/0/1)

9. Joakim har bestämt sig för att komma i sitt livs form och börjar följa ett nytt träningsprogram. Just nu tränar han 2 timmar i veckan, men för att öka sin kondition planerar han att öka träningsmängden med 2 timmar varje månad som går. Han har också analyserat hur snabbt han springer milen. Om han inte tränar någonting springer han på 70 minuter och sedan minskar tiden med 2 minuter för varje timme han tränar i veckan. Efter hur många månader springer Joakim milen på 42 minuter

(0/3/0)

10. Joakim ritar upp en kvadrat med en bestämd sidlängd x. Joakim ökar den ena sidlängden med en okänd längd och minskar den andra sidlängden med samma okända längd. Det gör att arean för den geometriska figuren minskar med 36 cm. Hur många cm ökade och minskade Joakim sidlängderna med? (0/1/1)

11. Lös ekvationen $16^x \cdot 5^{4x} = 100^{36}$ (0/0/2)

12. Om du vet att $2^a = 3$ samt att $3^b = 5$. Bestäm då värdet på uttrycket 4^{ab}

(0/0/2)

13. Joakim ska köpa två produkter. I originalpris är den ena 4 gånger så dyr som den andra. På rea kostar den billigare produkten en tredjedel av originalpriset och den dyrare hälften. Totalt blir rabatten 800 kr på summan av originalpriserna. Bestäm originalpriset på den billigare produkten. (0/1/2)

14. Uttrycket $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ går att skriva på formen $\frac{a}{b}$ där a och b är heltal. Bestäm talen a och b. (0/0/2)

15. Lös ekvationen $(3^x - 5)^2 = 16$ (0/0/3)

Med miniräknare

16. Lös följande ekvationer, svara med två decimaler

a) $4{,}65x + 20 = 2{,}45x + 30$

b) $x^3 = 7$

c) $x(x^6 - 10) + 10x = 10$

d) $x^{\frac{3}{4}} = 5$ (3/2/0)

17. En produkts värde ökar från 1540 kr till 2026 kr. Vilken förändringsfaktor motsvarar det? (1/0/0)

18. Hur många procent ökar en varas värde om den först ökar med 12% och sedan ökar med ytterligare 19% (2/0/0)

19. Nedan ser du en indextabell för drycken Joakimsläsk

År	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Index	100	104	110	140	132	150

Bestäm om följande påståenden är **sanna eller falsk** med en motivering

a) 2012 är basåret för indextabellen

b) Värdet på Joakimsläsk ökade mellan 2015 och 2016

c) Värdet på Joakimsläsk ökade med 30% mellan 2014 och 2015 (2/1/0)

20. Joakim har en lön på 15 000 kr. Han lön ökade med samma procentsats två år i rad vilket gjorde att hans lön ökade till 20 000. Vilken procentsats ökade hans lön med varje år?

(1/1/0)

21. Joakim har köpt en klocka. Tyvärr minskar klockan 20% i värde första året. Hur mycket måste klockans värde öka i procent det andra året för att klockan ska öka till 10% över inköpspriset?

(0/2/0)

22. Joakim har 49 blåa och 3 röd godis i en påse. Hur många blåa godisar måste Joakim äta för att de blå ska utgöra $\frac{5}{8}$ av det totala antalet? (0/2/0)

23. Nedan ser du en indextabell för en produkt Joakim menar att du kan bestämma index för 2000 och priset för produkten 1990. Undersök om han har rätt.

År	1990	2000	2010
Index	125		143
Pris		1125	1250 kr

(0/1/1)

24. Värdet på en aktiefond minskade med 5% varje år, tio år i rad. Sedan ökade fonden med p%, 8 år i rad. Efter dessa 18 år var fonden tillbaka på sitt ursprungsvärde. Vad är i så fall p?

(0/0/2)

25. På ett företag ökade antalet anställda på ingenjörsavdelningen med 10% under ett år, medan antalet på marknadsavdelningen minskade med 5%. Totalt ökade antalet på de två avdelningarna från 150 till 156 personer. Hur många fanns ursprungligen på varje avdelning?

(0/0/2)

26. Värdet på en aktie minskar med lika stor procentsats varje år. Efter 10 år har aktiens värde halverats. Skriv ett förenklat uttryck för aktiens värde efter 15 år om den hade värdet V från början.

(0/0/2)

Övningsprov 1 - ma 1b

1. a) $4(x+3)-3x+1$

$=4x+12-3x+1=x+13$

b) $(x+5)(x-3)=$

$=x^2-3x+5x-15$

$=x^2+2x-15$

c) $x^5\cdot x^7=x^{5+7}=x^{12}$

d) $4\cdot\frac{2^8}{2^6}=4\cdot 2^{8-6}=4\cdot 2^2$

$=4\cdot 4=16$

e) $\frac{4(x^4)^2}{2x^6}=$

$=\frac{4x^{4\cdot 2}}{2x^6}=\frac{4x^8}{2x^6}$

$=2x^{8-6}=2x^2$

f) $1^4+2^3+3^2+4^1+5^0=$

$=1+8+9+4+1=23$

g) $3^5\cdot 2^5-6^5=$

$=(3\cdot 2)^5-6^5=6^5-6^5$

$=0$

h) $25\cdot 5^{-1}$

$25\cdot\frac{1}{5}=\frac{25}{5}$

$=5$

i) $(3x+5)(2-x)+3x^2$

$=6x-3x^2+10-5x+3x^2$

$=x+10$

2. a) $2(x+5)-13=3$

$2x+10-13=3$

$2x=6$

$x=3$

b) $x^2-9=16$

$x^2=25$

$x=\pm 5$

c) $(x-1)(x+2)-x^2=6$

$x^2+2x-x-2-x^2=6$

$x-2=6$

$x=8$

d) $x(x+4)=4x+16$

$x^2+4x=4x+16$

$x^2=16$

$x=\pm 4$

e) $\frac{x}{2}+\frac{x}{5}=1$

$\frac{5x}{10}+\frac{2x}{10}=1$

$\frac{7x}{10}=1$

$7x=10$

$x=\frac{10}{7}$

f) $2^x\cdot 2^5=2^{11}$

$2^{x+5}=2^{11}$ samma bas :)

$x+5=11$

$x=6$

g) $9\cdot 3^x=3^{2x}$

$3^2\cdot 3^x=3^{2x}$

$3^{2+x}=3^{2x}$

Samma bas

$2+x=2x$

$x=2$

h) $8^x\cdot 27^x=36\cdot 6^{5x}$

$(2^3)^x\cdot(3^3)^x=6^2\cdot 6^{5x}$

$2^{3x}\cdot 3^{3x}=6^{2+5x}$

$(2\cdot 3)^{3x}=6^{2+5x}$

$6^{3x}=6^{2+5x}$

$3x=2+5x$

$2x=-2$

$x=-1$

3. a) $2^4 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^0 = 2^{4+2+3+0}$

$= 2^9$

b) $9^x \cdot 2^x = (9 \cdot 2)^x = 18^x$

c) $\left(x^{\frac{1}{15}}\right)^5 = x^{\frac{1}{15} \cdot 5} = x^{\frac{5}{15}}$

$= x^{\frac{1}{3}}$

d) Alt.1. $25^x \cdot 3^{2x} = (5^2)^x \cdot 3^{2x} = 5^{2x} \cdot 3^{2x}$

$= (15)^{2x}$

Alt.2 $25^x \cdot 3^{2x} = 25^x \cdot (3^2)^x = 25^x \cdot 9^x =$

$= (25 \cdot 9)^x = 225^x$

e) $\frac{2^{3x}}{8^{2x}} = \frac{2^{3x}}{(2^3)^{2x}} = \frac{2^{3x}}{2^{6x}} = 2^{3x-6x}$

$= 2^{-3x}$

4. a) 1,15 b) 0,74 c) $1{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}75$ d) $1{,}04^{10}$

5. Alt 1: $200 + 30x$ Alt 2: $70x$ där x är antal träningspass

Alt 1 = Alt 2 $\quad 200 + 30x = 70x$

$40x = 200$

$x = 5$

6. Mitt tal: x

hälften: $\frac{x}{2}$

Drar av 14: $\frac{x}{2} - 14 = 21$

Lös ekvationen

$\frac{x}{2} - 14 = 21$

$\frac{x}{2} = 35$

$x = 70$

7. $a = b + 4$

$2a + 3b =$

$= 2(b+4) + 3b =$

$= 2b + 8 + 3b =$

$= 5b + 8$

8. a) $8^{10} \cdot 4^{10} \cdot 2^{10} = (2^3)^{10} \cdot (2^2)^{10} \cdot 2^{10}$

$= 2^{30} \cdot 2^{20} \cdot 2^{10} = 2^{30+20+10} = 2^{60}$

Svar: E: 2^{60}

b) $9^{100} + 9^{100} + 9^{100}$

$= 3 \cdot 9^{100} = 3 \cdot (3^2)^{100} = 3^1 \cdot 3^{200}$

3 st av samma

$= 3^{201}$ Svar: D: 3^{201}

9. Hur många timmar måste Joakim träna?

$70 - 2x = 42$ x = Antal träningstimmar

$2x = 28$

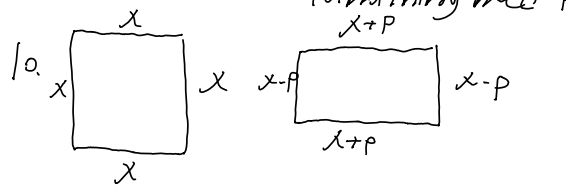
$x = 14$

Efter hur många månader tränar Joakim 14 timmar i veckan

$2 + 2y = 14$ y = Antal månader

$y = 6$ Svar: 6 månader.

10.



Arean: x^2

Arean: $(x+p)(x-p) =$

$= x^2 - xp + xp - p^2 = x^2 - p^2$

Relation $x^2 - 36 = x^2 - p^2$

$p^2 = 36$ $p = \pm 6$ Svar: 6 cm

11. $16^x \cdot 5^{4x} = 100^{36}$

$(2^4)^x \cdot 5^{4x} = (10^2)^{36}$

$2^{4x} \cdot 5^{4x} = 10^{72}$

$(2 \cdot 5)^{4x} = 10^{72}$

$10^{4x} = 10^{72}$

$4x = 72$ $x = 18$

12. $2^a = 3$ $3^b = 5$ Utnyttja detta!

$4^{ab} = (2^2)^{ab} = 2^{2ab} = (\underbrace{2^a}_{=3})^{2b} = 3^{2b} = (\underbrace{3^b}_{=5})^2$

$= 5^2 = 25$

13. $\frac{x}{3} + 2x = 5x - 800$

$800 = 3x - \frac{x}{3}$

$800 = \frac{8x}{3}$

$3 \cdot 800 = 8x$

$x = \frac{800 \cdot 3}{8} = 100 \cdot 3 = 300$

Svar: Den billigare produkten kostar 300

14. $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{2^3}{3^3}\right)^{-\frac{2}{3}}$

$= \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3 \cdot -\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

$= \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-1} = \left(\frac{2^2}{3^2}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} =$

$= \frac{4^{-1}}{9^{-1}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{4}$

Svar: $a = 9$ $b = 4$

15. $\underbrace{(3^x - 5)^2}_{\text{något kvadrerat!}} = 16$

fall 1: $3^x - 5 = 4$

$3^x = 9$

$3^x = 3^2$ $x_1 = 2$

eller:

fall 2: $3^x - 5 = -4$

$3^x = 1$

$3^x = 3^0$

$x = 0$

Med miniräknare!

16. a) $4{,}65x + 20 = 2{,}45x + 30$

$2{,}2x = 10$

$x = \frac{10}{2{,}2} \approx 4{,}55$

b) $x^3 = 7$

$(x^3)^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}91$ $x \approx 1{,}91$

c) $x(x^6 - 10) + 10x = 10$

$x^7 - \cancel{10x} + \cancel{10x} = 10$

$x^7 = 10$

$(x^7)^{\frac{1}{7}} = 10^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}39$

$x \approx 1{,}39$

d) $x^{\frac{3}{4}} = 5$

$(x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{4}{3}} \approx 8{,}55$ $x \approx 8{,}55$

17. $1540 \cdot f.f = 2026$

förändrings-faktor

$f.f = \frac{2026}{1540} \approx 1{,}32$

Svar: $f.f = 1{,}32$

18. $1{,}12 \cdot 1{,}19 \approx 1{,}33$

Svar 33% ökning

19. a) Sant

b) Falskt

c) Falskt

20. Procentsats som en förändringsfaktor $= x$

$15000 \cdot \underbrace{x \cdot x}_{\text{tvåår}} = 20000$

$15000 \cdot x^2 = 20000$

$x^2 = \frac{20000}{15000}$

$x = \overset{+}{(-)}\sqrt{\frac{20000}{15000}} \approx \overset{+}{(-)}1{,}15$

Svar: Ungefär 15%

21. Klochans värde: k ohänd ökning: y

$k \cdot 0{,}8 \cdot y = 1{,}1k$

$0{,}8 \cdot y = 1{,}1$

$y = \frac{1{,}1}{0{,}8} = 1{,}375$

Svar: Öka med 37,5%

22. Blåa: 49 Total: 52

Andel efter x tagna blåa godisar

$\frac{49-x}{52-x} = \frac{5}{8}$ korsvis multi.

$5(52-x) = 8(49-x)$

$260 - 5x = 392 - 8x$

$3x = 132$

$x = 44$

Joakim ska ta 44 godisar!

23. Kostnad basår: x

2010: Index: 143: $1{,}43x = 1250$

$$x = \frac{1250}{1{,}43} \approx 874{,}1$$

1990: Index: 125: $1{,}25 \cdot 874{,}1 = 1092{,}65$ pris 1990

2000: Pris: 1125 $\quad 874{,}1 \cdot y = 1125$ förändringsfaktor

$$y = \frac{1125}{874{,}1} \approx 1{,}287 \approx 1{,}29$$

Index 2000: 129 Det gick bra!

24. Fonds värde: V. Årlig ökning: x

$$\cancel{V} \cdot 0{,}95^{10} \cdot x^8 = \cancel{V}$$

$$0{,}95^{10} \cdot x^8 = 1$$

$$x^8 = \frac{1}{0{,}95^{10}}$$

$$\left(x^8\right)^{\frac{1}{8}} = \left(\frac{1}{0{,}95^{10}}\right)^{\frac{1}{8}}$$

$$x = (\pm)\, 1{,}066$$

Svar 6,6%

25.

Ingenjörer: x marknad: $150 - x$

$$1{,}1x + 0{,}95(150 - x) = 156$$

$$1{,}1x + 142{,}5 - 0{,}95x = 156$$

$$0{,}15x = 13{,}5$$

$$x = 90$$

Svar: 90 ingenjörer
60 marknad

26. Värde på aktien: V Förändringsfaktor: x

$\cancel{V} \cdot x^{10} = 0{,}5\cancel{V}$ vi kan strykna V

$x^{10} = 0{,}5$ $\quad (x^{10})^{\frac{1}{10}} = 0{,}5^{\frac{1}{10}} \approx 0{,}93$

Efter 15 år: $V \cdot 0{,}93^{15}$