

Flextorsdag 5

1. Bestäm ett exakt värde för följande uttryck

a) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

b) $\cos(11\pi)$

2. Vi definierar det komplexa talet $z = 4 + 3i$. Bestäm följande

a) $\bar{z}$

b) $|z|$

c) $\operatorname{Im}(z)$

d) $\operatorname{Re}(z)$

e) Rita upp z i det komplexa talplanet

f) Om $z + z_2 = -2 - 7i$. Bestäm då z_2

3. Lös följande ekvationer

a) $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $2\cos 2x = 1$

c) $(\cos x - \sin x)^2 = -1$

4. Derivera följande funktioner

a) $f(x) = \sin 3x + 5$

b) $f(x) = x^5 \cdot e^{5x}$

c) $f(x) = \ln x \cdot x$

5. Grafen till funktionen $f(x) = x^2$ roteras kring x -axeln i intervallet $0 < x < 2$. Bestäm volymen för den kropp som uppstår. **Kolla formelbladet.**

6. Bestäm följande komplexa tal på polär form $z = \sqrt{3} + i$
7. Om du vet att $\sin v = \frac{1}{3}$. Bestäm då de tänkbara värdena på $\cos v$. Svara exakt.
8. För vilket/vilka x -värde har följande funktionen en extrempunkt/terrasspunkt

$$f(x) = x \cdot (\ln x)^2$$

9. Vi definierar två funktioner $f(x)$ och $g(x)$.

- $f(x)$ är strängt avtagande för alla x
- $g(x)$ har ett lokalt minimum i $x = 3$ där $g(3) = 5$.

Undersök om funktionen $h(x) = f(g(x))$ har någon extrempunkt och bestäm isåfall dess karaktär.

10. Visa att följande likhet stämmer

$$\sin(20^\circ) \cdot \cos(20^\circ) \cdot \cos(40^\circ) \cdot \cos(80^\circ) = \frac{\sin(160^\circ)}{8}$$

11. Beräkna integralen $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 1 - \frac{1}{\cos^2 x} dx$

12. Bestäm $|z|$ om $z = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$

13. Lös följande ekvation

$$\cos 2x + 3 \cos x + 2 = 0$$

14. Joakimtremonie är en bakterie som förekommer i sushi. Den kan vara mycket farlig och därför vill man inte att bakterieantalet ska överstiga 100 000 i en sushi. Joakim har i sitt labb undersökt olika sushi och kommit fram till att de flesta har 1000 bakterier i sig från början när de serveras och sedan ökar bakterieantalet med hastigheten $v(t) = 64,5e^{0,215t}$ där t är antalet minuter efter servering. Efter hur många minuter är inte sushin längre ätbar enligt modellen?

15. Visa med hjälp av rotationsvolymer att volymen av en kon är $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ **Redovisa**

Facit:

1. a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
b) -1

2. a) 5

b) $4 - 3i$

c) 3

d) 4

e) Punktionen $(4, 3)$ utritad i det komplexa talplanet

f) $z_2 = -6 - 10i$

3. a) $x = \frac{\pi}{4} + n \cdot 2\pi$ och $x = \frac{3\pi}{4} + n \cdot 2\pi$

b) $x = \pm \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$ (eller $x = \pm 30^\circ + n \cdot 360^\circ$)

c) $x = \frac{3\pi}{4} + n\pi$ (eller $x = 135^\circ + n \cdot 180^\circ$)

4. a) $f'(x) = 3\cos(3x)$

b) $f'(x) = 5x^4 e^{5x} + 5x^5 e^{5x} = 5x^4 e^{5x} (1 + x)$

c) $f'(x) = 1 + \ln(x)$

5. $V = \frac{32\pi}{5}$

6. $z = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$

7. $\cos(v) = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$

8. Extrempunkt i $x = 1$ och $x = \frac{1}{e^2}$

9. $h(x)$ har ett lokalt **maximum** i $x = 3$

10. **Redovisa**

11. $\frac{\pi}{4} - 1$

12. $|z| = \sqrt{2}$

13. $x = \frac{2\pi}{3} + n \cdot 2\pi, x = \frac{4\pi}{3} + n \cdot 2\pi, x = \pi + n \cdot 2\pi$

14. Ungefär 27 minuter

15. **Redovisa**