

Flexfredag 4

1. Lös följande ekvationer, svara exakt

a) $x^3 + 5x = 6x^2$

b) $e^{2x} = 14$

c) $\ln(3 + x) = 4$

d) $\frac{2x-1}{2x-3} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2x^2-3x}$

2. För vilket eller vilka värdet på x är följande rationella uttryck odefinierat?

a) $\frac{1}{x-6}$

b) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$

3. Förenkla följande uttryck

a) $\frac{x^2-6x+9}{2x^2-18}$

b) $\left(\frac{x-y}{y-x}\right)^6$

c) $\frac{x^2-2x-8}{x-4}$

d) $\frac{e^{2x}-e^{6x}}{e^{4x}-1}$

4. Derivera följande funktioner

a) $f(x) = 4x^3 + 4x^2$

b) $f(x) = e^{4x} + e^{-2x} + 1$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

5. Lös ekvationen $f''(x) = 5$ för funktionen $f(x) = 5x^3$

6. Antalet gäddor i Bolmen går att beskriva med följande tabell. Om man antar att medelförändring mellan 2020-2024 fortsätter. Hur många gäddor kommer det finnas i Bolmen 2025 då?

År	Antal gäddor
2020	15000
2022	13500
2024	17000

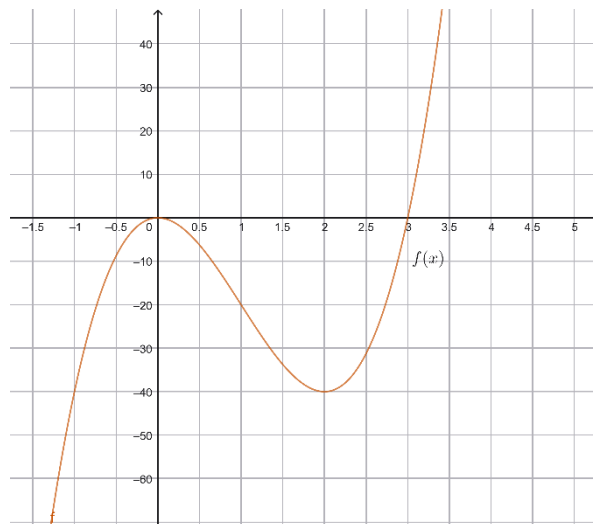
7. Antalet invånare i Joakimköping minskar enligt funktionen

$$f(x) = 15000 + 4000 \cdot e^{-0,3x}$$

Där x är antalet år från 2020.

- Vilket år är befolkningen i Joakimköping 15900 personer?
- Vilket år minskar befolkningen med 200 individer/år
- Matematikern i kommunen menar att befolkningen kommer stabiliserad vid en befolkningsmängd över tid. Vilken befolkningsmängd då?

8. Observera grafen till polynomfunktionen $f(x)$ till höger.



- Lös ekvationen $f'(x) = 0$
- Joakim påstår att han vet att $f''(2) > 0$. Hur kan han veta det?
- Lös ekvationen $f''(x) = 0$ **Redovisa**

9. Bestäm gränsvärdet $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{2+h} - e^2}{h}$, svara exakt

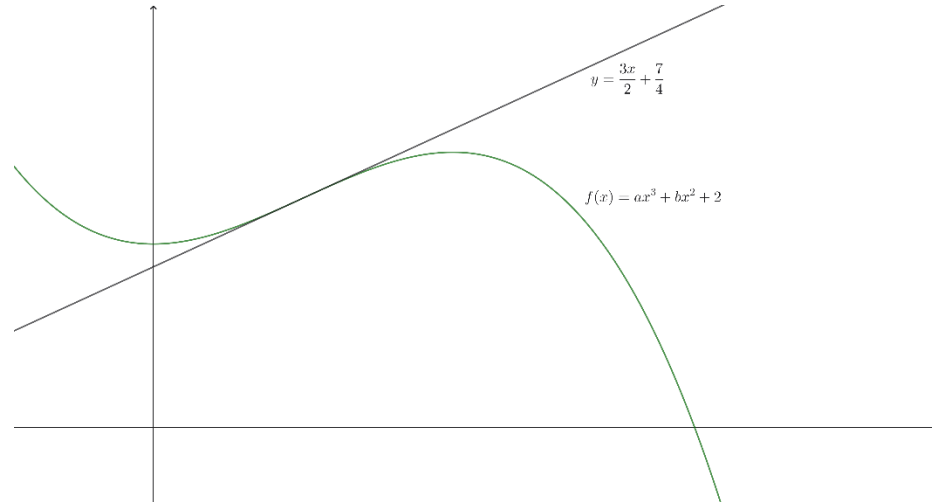
10. En sälunges vikt i kg de första levnadsåren går att beskriva med funktionen

$$S(t) = \frac{150}{3e^{-0,43t} + 1,3}$$

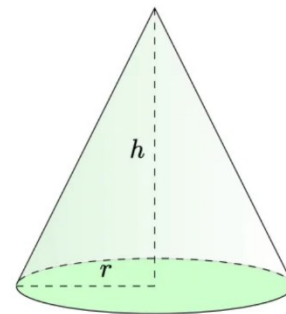
Där t är antalet år från födseln. Bestäm hur gammal sälen är då den växer som snabbast?

11. Visa att en funktion på formen $f(x) = ax^3 + bx$ har samma derivatavärde i $x = c$ och $x = -c$ oavsett värde på c **Redovisa**

12. Till höger ser du grafen till funktionen $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$ och en tangent som tangerar funktionen i $x = \frac{1}{2}$. Bestäm konstanterna a och b för funktionen $f(x)$ **Redovisa**

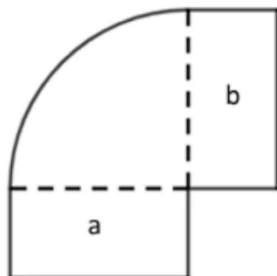


13. Ett företag ska konstruera en kon som har följande begränsning Radien för konen och höjden för konen ska summeras till 3 dm. Bestäm vilken som är den maximala volymen en sådan kon kan anta. Svara exakt.



14. Fiskpopulationen i en sjö minskar exponentiellt efter att en fabrik byggts i närheten. En miljöorganisation vill uppmärksamma hur fiskarna påverkas av fabriken och vill därför bestämma hur många fiskar det fanns 2010 då fabriken började byggas. Organisationen noterar att det 2025 finns 10 000 fiskar i sjön och att de just det året minskar med 500 fiskar/år. Bestäm hur många fiskar det fanns innan fabriken byggdes. **Redovisa**

15. Joakim ska bygga en ny rabatt för sina blommor. Han ska bygga rabatten på en form som figuren visar nedan. Rektanglarna a och b ska vara identiska och han behöver bara bygga staket för rabatten för de helsträckade linjerna. Joakim vill att arean för hela området ska vara 20 m^2 . Bestäm den minimala omkretsen som rabattområdet kan ha. **Redovisa**



Facit:

1. a) $x_1 = 0$ $x_2 = 1$ $x_3 = 5$ b) $x = \frac{\ln 14}{2}$ c) $x = e^4 - 3$ d) $x = -2$ falskrot i $x = \frac{3}{2}$
2. a) $x = 6$ b) $x = \pm 1$
3. a) $\frac{x-3}{2x+6}$ b) 1 c) $x + 2$ d) **Redovisa**
4. a) $f'(x) = 12x^2 + 8x$ b) $f'(x) = 4e^{4x} - 2e^{2x}$ c) $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
5. $x = \frac{1}{6}$
6. 17500
7. a) 2025 b) 2026 c) Det kommer stabiliseras vid 15000 i befolkningen
8. a) $x_1 = 0$ $x_2 = 2$ b) Det är en minimipunkt och andraderivatans är alltid positiv i minimipunkter c) **Redovisa**
9. e^2
10. Vid två års ålder
11. **Redovisa**
12. $a = -2$, $b = 3$
13. $\frac{4\pi}{3}$

14. **Redovisa**

15. **Redovisa**