

Övningsprov 1

1. Lös följande ekvationer

a) $x^2 - 7x = 0$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$

c) $5x^2 = 20x$

d) $4(x + 2)(x - 7) = 0$ (5/1/0)

2. Lös följande ekvationssystem

a) $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 2y - x = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 2x - y + 3z = 8 \\ -x + 2y + z = 11 \end{cases}$ (3/1/0)

3. Utveckla och förenkla följande uttryck

a) $(x + 6)^2 - 12x$

b) $(2x + 5)^2$

c) $\left(\frac{x}{2} + 2y\right)\left(\frac{x}{2} - 2y\right)$ (2/1/0)

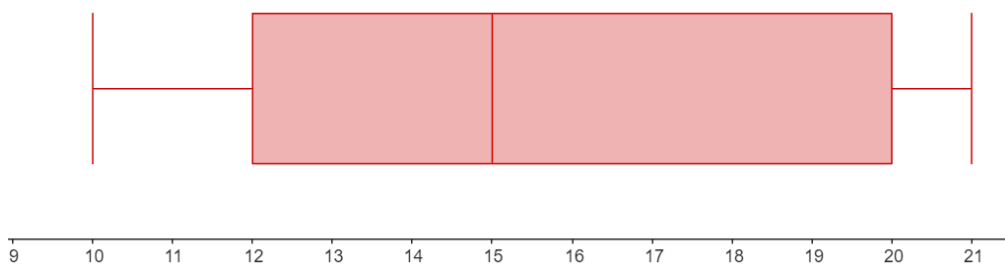
4. Bestäm följande för lådagrammet nedan

a) P_{50}

b) Q_3

c) Variationsbredd

d) Kvartilavståndet (4/0/0)



5. Joakim och Astrid tittar på samma rektangel. Joakim adderar 3 av sidorna och får 20 cm och Astrid gör samma sak och får 13 cm. De blir båda fundersamma hur det kan bli så. Vilka mått har rektangeln?

(1/1/0)

6. Faktorisera följande uttryck

a) $x^2 + 4x + 4$

b) $4x^2 - 100$

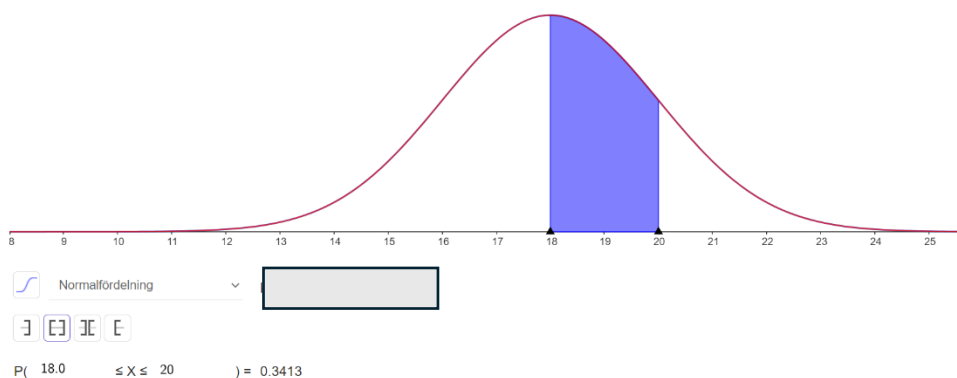
c) $\frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{16}$

d) $2x^2 - 4x + 2$

(2/2/0)

7. a) Bestäm standardavvikelsen för det normalfördelade materialet

- b) Hur stor procent av det normalfördelade materialet är mindre än 14?



(1/1/0)

8. Joakim har vill konstruera en rektangel. Han vill att ena sidan ska vara 8 cm längre än den andra och den ska ha arean 84 kvadratcentimeter. Bestäm vilka sidlängder rektangeln har

(1/1/0)

9. Observera följande mönster

• $\frac{10^2-1}{11} = 9$

• $\frac{23^2-1}{24} = 22$

• $\frac{106^2-1}{107} = 105$

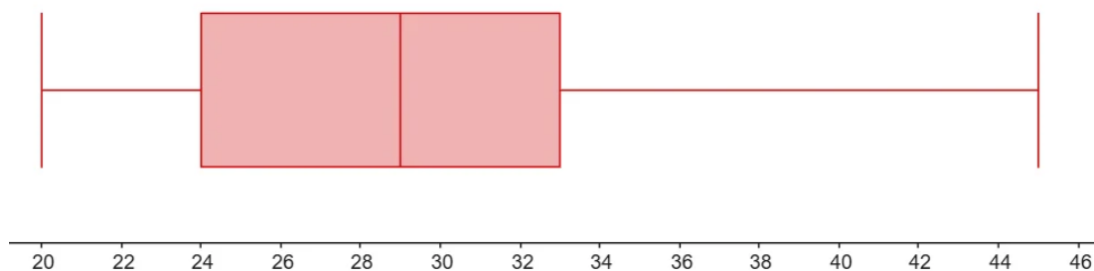
Det verkar som att om man följer mönstret kommer likheten alltid bli ett heltal.

Undersök om det stämmer för alla heltal.

(0/2/0)

10. Nedan visas ett lådagram som representerar lönefördelningen i tusen kr på ett företag.
Bestäm om följande påståenden är sanna eller falska

- a) 25% av företaget tjänar mellan 33 och 45 tusen kr
- b) Det är fler personer som tjänar mellan 33 tusen och 45 tusen än mellan 20 tusen och 24 tusen.
- c) Medellönen måste vara 29 tusen.



(1/1/0)

11. För vilket värde på a har följande andragradsekvation enbart en lösning

$$x^2 + 10x + a = 0 \quad (0/2/0)$$

12. En grupp vänner ska hyra en stuga för 12 000 kr och dela kostnaden lika. Precis innan de ska boka hoppar 2 personer av. Detta medför att kostnaden för de kvarvarande personerna ökar med 300 kr per person. Bestäm hur många vänner som var med från början.

(0/1/1)

13. Vi ställer upp följande ekvationssystem där p är en konstant.

$$\begin{cases} p^2x - y = 12 \\ 4px + y = -5 \end{cases}$$

För vilket/vilka värden på p saknar ekvationssystemet lösningar?

(0/1/1)

14. Joakim har öppnat ett stånd där han säljer champinjoner. Joakim har gjort en analys av försäljningen av sina champinjoner. Om Joakim sänker sitt kilopris på champinjoner med 5 kr kommer han sälja för 10 tusen kr. Om han däremot höjer priset på sina champinjoner med 7 kr kommer hälften så många kg champinjoner säljas i förhållande till sänkningen med 5 kr och då kommer försäljningen resultera i 8 tusen kr. Bestäm vilket kilopris Joakim har satt på sina champinjoner?

15. För ett normalfördelat material vet du att $\mu = 10$ cm. Du vet 20% av materialet ligger över 13 cm samt att 28% av materialet ligger under 8 cm. Bestäm hur stor andel som ligger mellan 7 cm och 12 cm.

(0/1/1)

16. För två positiva tal x och y där $x < y$ vet du följande

- $x^2 + 2xy + y^2 = 25$
- $x^2 - 2xy + y^2 = 9$

Bestäm x och y

(0/0/2)

17. Lös följande ekvation

$$x^2(x + 2)^2 - 9(x + 2)^2 = 0$$

(0/1/1)

18. Joakim och Astrid har konstruerat varsin cylinder. Höjden i Joakims cylinder är dubbelt så stor som höjden i Astrids, medan radien i Astrids cylinder är 5 cm större än radien i Joakims. Det visar sig att de båda cylindrarna har samma volym. Bestäm i så fall, på exakt form, radien i Joakims cylinder.

(0/0/2)

19. Lös följande ekvationssystem

$$\begin{cases} (x + 2)^2 + 2(y - 1)^2 = 6 \\ y^2 - 2y + 1 + 2(x + 2)^2 = 9 \end{cases}$$

(0/0/3)

20. För vilka värden på konstanterna a och b saknar ekvationssystemet nedan lösningar?

$$\begin{cases} 2x + (a + 1)y = 5 \\ 3x + (a - 1)y = b \end{cases}$$

(0/0/3)

21. Observera följande likhet. Visa att den stämmer

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

(0/0/3)

Med miniräknare/geogebra

22. Lös följande ekvationssystem med ditt digitala hjälpmedel

$$\begin{cases} -5,4x + 21,5y = 73 \\ 4,54x + 65,2y = 105 \end{cases} \quad (2/0/0)$$

23. Joakim har undersökt vikten på skalbaggar (i gram) och har följande mätpunkter.

Skalbagge i ordningen	1	2	3	4	5	6	7
Vikt i gram	4	7	2	5	8	3	3

- Konstruera ett lådagram utifrån statistiken
- Bestäm standardavvikelsen för stickprovet med hjälp av ditt digitala hjälpmedel. (2/0/0)

24. Krympflation ett fenomen när ett företag minskar på innehållet i en produkt men bibehåller priset för konsumenten. Förr vägde en normal chokladkaka från Marabou 200 gram och hade standardavvikelsen 4 gram. Anta att chokladkakornas vikt är normalfördelade

- Om Joakim köpte 100 chokladkakor av den gamla typen hur många av dessa förväntas väga mellan 205-211 gram?
- Krympflationen har gjort att Marabou minskat vikten på sina chokladkakor till 160 gram. Joakim köper 100 chokladkakor och noterar att 15 kakor ligger mellan 162 och 165 gram. Bestäm den nya standardavvikelsen. (2/1/0)

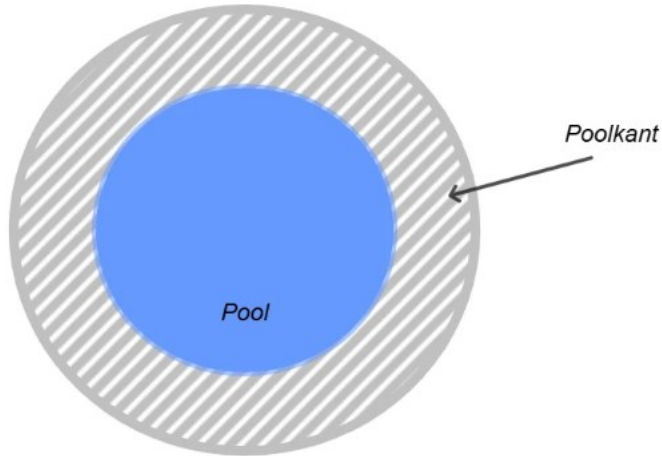
25. Joakim har tagit hjälp av ett städföretag vid två tillfällen. Joakim vill veta hur mycket det kostar för en timmes städning respektive en timmes fönsterputs. Han tittade tillbaka på två mail från företaget för att kunna räkna ut det. Hjälp Joakim bestämma priserna

(0/3/0)

Ämne	Kostnad för hushållsarbete v. 42
Hej Joakim,	
Vi har utfört följande arbete i din bostad.	
3,5 timmar städning 1,2 timmar fönsterputs	
Den totala kostnaden för arbetet blev 1115 kr.	
Du kan betala via vår hemsida.	
Mvh Hushållsarbetaren AB	

Ämne	Kostnad för hushållsarbete v. 46
Hej Joakim,	
Vi har utfört följande arbete i din bostad.	
4,8 timmar städning 2 timmar fönsterputs	
Den totala kostnaden för arbetet blev 1600 kr.	
Du kan betala via vår hemsida.	
Mvh Hushållsarbetaren AB	

26. Joakim ska bygga en cirkulär pool i sin trädgård. Poolen kommer delas in i två delar, en del med vatten och en poolkant. Tanken är att poolkanten ska vara 3 dm bred. Kostnaden för respektive del är 800 kr per dm^2 för vattendelen och 500 kr per dm^2 för poolkanten. Joakim vill spendera 250 000 kr. Hur stor blir vattendelen av poolen? Svara med närmsta heltal.



(0/1/2)

Günings Prover 1

$$1. a) x^2 - 7x = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 7$$

$$b) x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2^2 + 5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{9}$$

$$= 2 \pm 3$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -1$$

$$c) 5x^2 = 20x$$

$$5x^2 - 20x = 0$$

$$5x(x-4) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

$$d) 4(x+2)(x-7) = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 7$$

$$2. a) \begin{cases} 3x + y = 17 & \textcircled{I} \\ 2y - x = -1 & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad 3x + y = 17$$

$$y = 17 - 3x$$

$$\textcircled{II} \quad 2y - x = -1$$

$$2(17 - 3x) - x = -1$$

$$34 - 6x - x = -1$$

$$7x = 35$$

$$x = 5$$

$$y = 17 - 3 \cdot 5$$

$$y = 2 \quad \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 10 & \textcircled{I} \\ 2x - y + 3z = 8 & \textcircled{II} \\ -x + 2y + z = 11 & \textcircled{III} \end{cases}$$

$$x = 10 - y - z$$

$$\begin{cases} \textcircled{II} \quad 2(10 - y - z) - y + 3z = 8 \\ \textcircled{III} \quad -(10 - y - z) + 2y + z = 11 \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad 20 - 2y - 2z - y + 3z = 8$$

$$z = -12 + 3y$$

$$\textcircled{III} \quad -10 + y + z + 2y + z = 11$$

$$= 2z + 3y = 21$$

$$2(-12 + 3y) + 3y = 21$$

$$-24 + 6y + 3y = 21$$

$$9y = 45$$

$$y = 5$$

$$z = -12 + 3y = -12 + 15 = 3$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$x = 10 - y - z = 10 - 5 - 3 = 2$$

$$3a) (x+6)^2 - 12x = x^2 + 12x + 36 - 12x = x^2 + 36$$

$$b) (2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

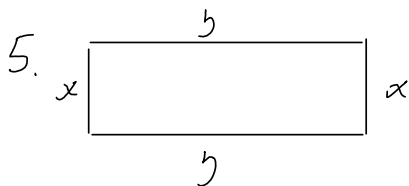
$$c) \left(\frac{x}{2} + 2y\right)\left(\frac{x}{2} - 2y\right) = \frac{x^2}{4} - 4y^2$$

$$4. a) P_{50} = \text{median} = 15$$

$$b) Q_3 = \text{övre kvartil} = 20$$

$$c) \text{största-minsta} = 11$$

$$d) \text{övre-nedre kvartil} = 8$$



$$\begin{cases} 2y + x = 20 & \text{I} \\ y + 2x = 13 & \text{II} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{I} & 2y + x = 20 \\ & x = 20 - 2y \end{cases}$$

$$\text{II} \quad y + 2x = 13$$

$$y + 2(20 - 2y) = 13$$

$$y + 40 - 4y = 13$$

$$-3y = -27$$

$$y = 9$$

$$x = 20 - 2y$$

$$x = 2$$

Svar: 9 respektive 2 cm

$$6. a) x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

$$b) 4x^2 - 100 = (2x+10)(2x-10)$$

$$c) \frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = \left(\frac{3x}{2} + \frac{y}{4}\right)\left(\frac{3x}{2} - \frac{y}{4}\right)$$

$$d) 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1) = 2(x-1)^2$$

$$7. a) \sigma = 2 \quad b) 2,30\%$$

$$8. \text{Sidlängder } x \text{ och } x+8$$

$$x(x+8) = 84$$

$$x^2 + 8x = 84$$

$$x^2 + 8x - 84 = 0$$

$$x = -4 \pm \sqrt{4^2 + 84}$$

$$= -4 \pm \sqrt{100}$$

$$= -4 \pm 10$$

$$x_1 = 6$$

$$(x_2 = -4)$$

Ingen neg sträcka

Svar: 6 och 14 cm.

9. $V_L = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x-1$ per vad som är i HL.

10. a) Sant. b) Falskt c) Falskt

11. $x^2 + 10x + a = 0$

$$x = -5 \pm \sqrt{5^2 - a}$$

$$= -5 \pm \sqrt{\underbrace{25 - a}_{=0}}$$

Svar: $a = 25$

12. x : Antal personer från bösjan

$$\frac{12000}{x} + 300 = \frac{12000}{x-2}$$

$$\frac{12000}{x} + \frac{300x}{x} = \frac{12000}{x-2}$$

$$\frac{12000 + 300x}{x} = \frac{12000}{x-2}$$

$$(12000 + 300x)(x-2) = 12000x$$

$$12000x - 24000 + 300x^2 - 600x = 12000x$$

$$300x^2 - 600x - 24000 = 0$$

$$x^2 - 2x - 80 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 80}$$

$$= 1 \pm \sqrt{81}$$

$$= 1 \pm 9$$

$$x_1 = 10$$

$$(x_2 = -8)$$

Svar: 10 personer.

13. Linjerna måste ha samma
h-värde för att ekvationssystemet
ska ha en lösning, skriv på

h-form! $y = p^2x - 12$

$$y = -4px - 5$$

$$p^2 = -4p$$

$$p_1 = 0$$

$$p^2 + 4p = 0$$

$$p_2 = -4$$

$$p(p+4) = 0$$

14. $x = \text{kilopriset}$ $y = \text{mängd}$

$$(x-5) \cdot y = 10 \quad \text{I}$$

$$\text{II} \quad (x-5) \cdot y = 10$$

$$(x+7) \cdot \frac{y}{2} = 8 \quad \text{II}$$

$$y = \frac{10}{(x-5)}$$

$$\text{II} \quad \frac{(x+7)}{2} \cdot \frac{10}{(x-5)} = 8$$

Svar: kilopriset är
25 kr

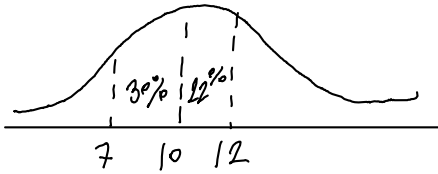
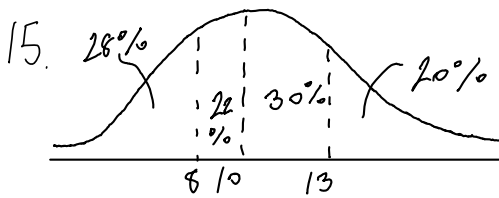
$$\frac{10(x+7)}{2(x-5)} = 8$$

$$10(x+7) = 16(x-5)$$

$$10x + 70 = 16x - 80$$

$$6x = 150$$

$$x = 25$$



Av symmetrisitet kommer vi för

$$30\% + 22\% = 52\%$$

Svar: 52%

16.

$$x^2 + 2xy + y^2 = 25$$

$$(x+y)^2 = 25$$

$$x+y = \pm 5$$

möjligt vara 5

eftersom x och

y är positiva

$$x^2 - 2xy + y^2 = 9$$

$$(x-y)^2 = 9$$

$$x-y = \pm 3$$

möjligt vara

-3 eftersom

$y > x$

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-3 \end{cases}$$

$$x-y=-3$$

Addera

$$x+y+x-y=5+(-3)$$

$$2x=2 \quad x=1$$

$$y=4$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$$

17. $x^2(x+2)^2 - 9(x+2)^2 = 0$

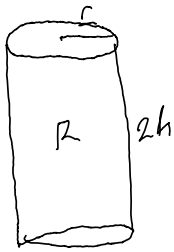
$$(x+2)^2(x^2-9) = 0$$

$$x_1 = -2$$

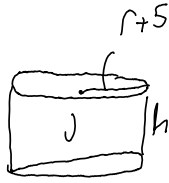
$$x^2 = 9 \quad x_2 = 3$$

$$x_3 = -3$$

18.



$$\pi r^2 \cdot 2h$$



$$\pi (r+5)^2 \cdot h$$

$$\pi r^2 \cdot 2h = \pi (r+5)^2 \cdot h$$

$$\pi r^2 \cdot 2h = \pi (r^2 + 10r + 25) \cdot h$$

$$2r^2 = r^2 + 10r + 25$$

$$r^2 - 10r - 25 = 0$$

$$r = 5 \pm \sqrt{5^2 + 25} \\ = 5 \pm \sqrt{50}$$

$$r_1 = 5 + \sqrt{50}$$

$$(r_2 = 5 - \sqrt{50}) \leftarrow \text{Negative!}$$

$$\text{Soln: } 5 + \sqrt{50} \text{ l.e}$$

$$19. \begin{cases} (x+2)^2 + 2(y-1)^2 = 6 & \text{Ⓐ} \\ y^2 - 2y + 1 + 2(x+2)^2 = 9 & \text{Ⓔ} \end{cases}$$

$$(x+2)^2 + 2(0-1)^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 4$$

$$x+2 = \pm 2$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -4$$

$$\text{Soln: } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -4 \\ y_1 = 2 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ⓔ } \underbrace{y^2 - 2y + 1}_{(y-1)^2} + 2(x+2)^2 = 9$$

$$(y-1)^2 + 2(6 - 2(y-1)^2) = 9$$

$$(y-1)^2 + 12 - 4(y-1)^2 = 9$$

$$-3(y-1)^2 = -3$$

$$(y-1)^2 = 1$$

$$y-1 = \pm 1 \quad y_1 = 2$$

$$y_2 = 0$$

20. $\begin{cases} 2x + (a+1)y = 5 & \text{I} \\ 3x + (a-1)y = b & \text{II} \end{cases}$ Skriv båda linjerna
 på k -form

I $2x + (a+1)y = 5$

$$y = \frac{-2x}{a+1} + \frac{5}{a+1}$$

II $3x + (a-1)y = b$

$$y = \frac{-3x}{a-1} + \frac{b}{a-1}$$

så länge
lösningar
 $k_1 = k_2$

$$\frac{-2}{a+1} = \frac{-3}{a-1}$$

$$-3(a+1) = -2(a-1)$$

$$-3a - 3 = -2a + 2$$

$$a = -5$$

Sedan får inte $m_1 = m_2$ eftersom då får vi oändligt många lösningar. Undersök för vilket b detta gäller

$$\frac{5}{-4} = \frac{b}{-6}$$

$$-4b = -30$$

$$b = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

b får således

inte vara $b = \frac{15}{2}$

Svar: $a = -5$ och $b \neq \frac{15}{2}$

21. $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{n^2})$ Skriv om med
konjugatregeln för respektive faktor

$$(1 - \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4})(1 + \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n})(1 + \frac{1}{n})$$

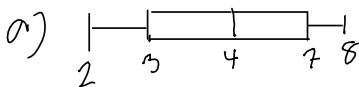
Vi kan nu skriva detta som

$$\begin{aligned} & (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n}) \cdot (1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4}) \dots (1 + \frac{1}{n}) \\ & \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n-1}{n-1} \cdot \frac{n-1}{n} \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n+1}{n} = \\ & = \frac{1}{n} \qquad \qquad \qquad = \frac{n+1}{2} \end{aligned}$$

huror blir $\frac{1}{n} \cdot \frac{(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2n} \quad \square$ Snuggt!

22. Använd geometriska och logaritmiska linjerna och hitta
skärningarna. $\begin{cases} -5,4x + 21,5y = 73 \\ 4,54x + 65,2y = 105 \end{cases} \quad \begin{cases} x \approx -5,56 \\ y = 2 \end{cases}$

23. Storleksordning $\overset{\text{minsta}}{\underbrace{2, 3, 3, 4, 5, 7, 8}}_{\text{största}}$ $P_{25} \quad P_{50} \quad P_{75}$



b) skriv mätvärdena i kalkylarket i geometriska och
ta fram statistiken S för standardavvikelse
för ett stickprov $S = 2,22$

24. Använd geometriska sannolikhetsfördelning

a) Svar: Unga för 10 st.

b) Svar: 2 gram

25. Ställ upp ett ekvationssystem!

S = kostnad stäeri: 3/timme

t = kostnad fönsterputs/timme

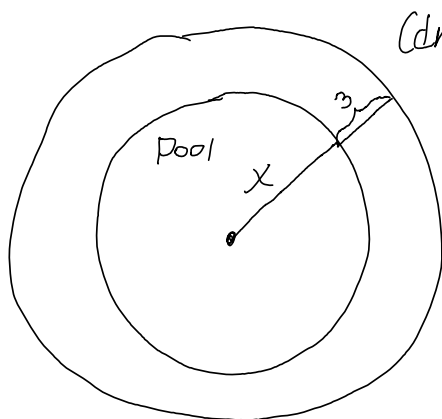
$$\begin{cases} 3,55 + 1,2t = 1115 & \text{lös med geometriska. Förm skärningen mellan} \\ 4,85 + 2t = 1600 & \text{linjerna} \end{cases}$$

$S = 250$ kr/timme

$t = 200$ kr/timme

Svar: 250 kr för städning och 200 kr för fönsterputs.

26. Ställ upp en ekvation för situationen!



(dm) Poolen: $800 \cdot x^2 \cdot \pi$

Poolkant: $500((x+3)^2 \cdot \pi - x^2 \cdot \pi)$

$$= 500(\pi x^2 + 6x\pi + 9\pi - \pi x^2)$$

$$= 500(6x\pi + 9\pi)$$

$$\text{Totalt: } 800 \cdot x^2 \cdot \pi + 3000x\pi + 4500\pi$$

$$800x^2\pi + 3000x\pi + 4500\pi = 25000\pi$$

Lös ekvationen med pq-formeln

få fram $x_1 = -12$ och $x \approx 8$

Pooldel: $8^2 \cdot \pi = 201$ Svar: 201 dm²