

Övningsprov 2 – Ma2c vt26

Del 1: Ingen miniräknare

1. Lös ekvationerna, svara exakt

a) $x^2 - 3x = 0$

b) $12x - x^2 = 36$

c) $5^x = 17$

d) $\lg 9 + \lg x = \lg 45$

e) $\lg x = 3$

f) $3 \cdot 6^{3x} = 21$

g) $\lg x \cdot \lg x^2 \cdot \lg x^3 = 48$ (6/2/2)

2. Bestäm ett exakt värde för följande uttryck, förenkla så långt som möjligt

a) $\lg 1000 + \lg 0,01$

b) $10^{\lg 5}$

c) $10^{4 \cdot \lg 2}$

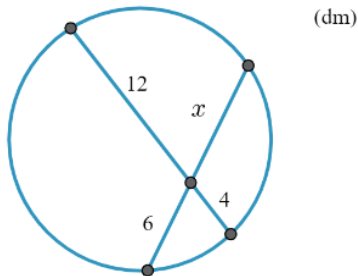
d) $10^{-\lg 7}$

e) $10^{\frac{\lg 25}{\lg 100}}$

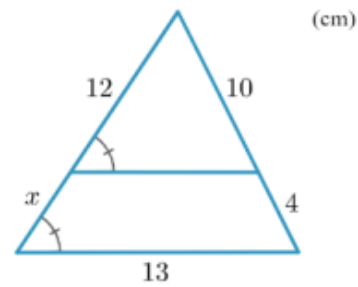
f) $7^{\frac{\lg 22}{\lg 7}}$ (4/3/2)

3. Bestäm sträckan x i följande figurer.

a)

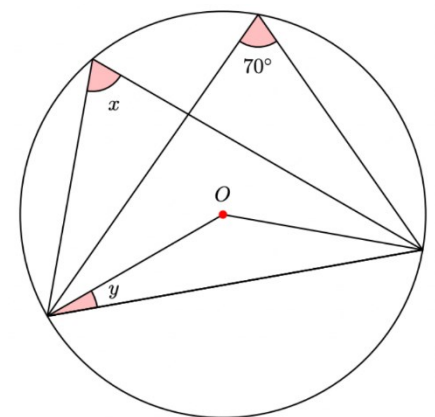


b)

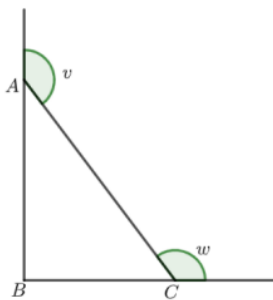


4. Bestäm vinkeln x och y om du vet att O är mittpunkten i cirkeln.

(3/0/0)



5. Triangeln ABC är rätvinklig, visa att $v + w = 270^\circ$



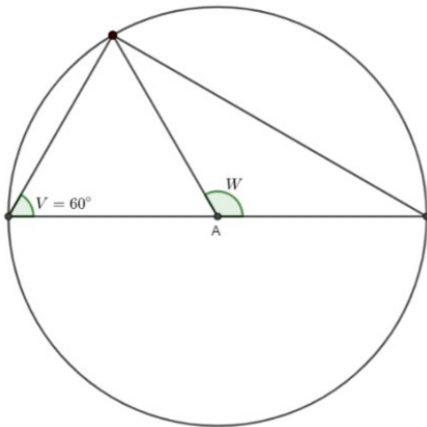
(0/2/0)

6. Visa att följande likhet stämmer för alla positiva heltal a och b

$$\frac{\lg a + \lg b}{2} = \lg \sqrt{ab}$$

(0/2/0)

7. Bestäm vinkeln W



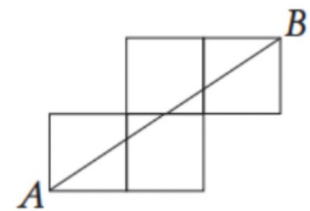
(1/1/0)

8. Lös ekvationen

$$10^{2\lg x} - 10^{\lg x + \lg 5} + \lg 10^6 = 0$$

(0/2/0)

9. Till höger ser du 4 kvadrater och en sträcka AB . Du vet att sträckan är $\sqrt{52}$ längdenheter. Bestäm sidlängden på en av kvadraterna.



(0/2/0)

10. Skriv \Rightarrow , \Leftarrow eller \Leftrightarrow i rutorna så det stämmer med påståendena

a) Talet a är ett jämnt tal Talet a är ett tal som är delbart med 2

b) Joakim har läst 3 böcker i år Joakim har läst 2 böcker i år

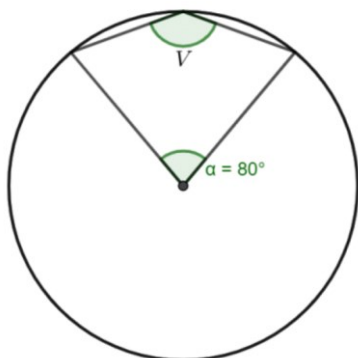
c) $3x + 2 = 11$ $x = 3$

d) $x^4 = 16$ $x = -2$

e) Funktionen $f(x)$ har symmetrilinjen $x = 3$ Funktionen $f(x)$ har nollställen i $x = 1$ och $x = 5$

(3/1/0)

11. Bestäm vinkeln V



(1/1/0)

12. Nedan ser du en tabell som beskriver okända logaritmvärden med två decimaler

Uttryck	Värde
$\lg 2,4$	0,38
$\lg 2$	0,30
$\lg 240$	a)
$\lg 120$	b)

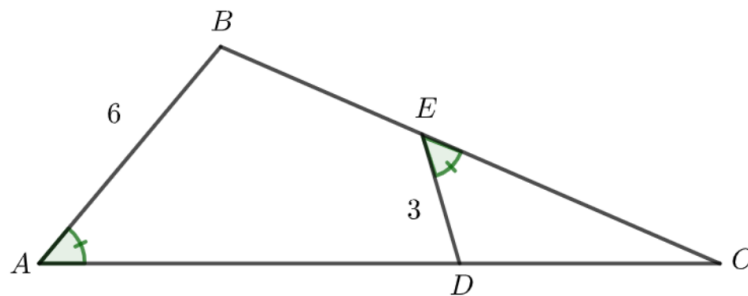
(0/1/1)

13. Richterskalan är ett sätt att mäta hur kraftig en jordbävning är. Forskaren Richter formulerade följande modell: $M = \frac{2}{3}(\lg E - K)$ där M är magnituden och E är energin som frigörs samt K är en konstant. Lös ut E ur formeln.



(0/1/1)

14. Nedan ser du en figur. Du vet att $BE = 5$ l.e samt att $AD = 8$. Bestäm omkretsen i triangeln CDE .



(0/1/2)

15. Lös ekvationen, svara exakt.

$$4^x = (3^x + 2^x)(3^x - 2^x)$$

(0/0/3)

16. För en rätvinklig triangel vet du att hypotenusan är 25 cm. Om du ökar längden på den ena kateten med 8 cm samtidigt som du minskar sidlängden på den andra kateten med 4 cm kommer hypotenusans längd bestå alltså vara 25 cm. Bestäm kateternas ursprungliga längd

(0/0/3)

Del 2: Med miniräknare/geogebra

17. Lös följande ekvationer, svara med två decimaler

a) $4^x = 17$

b) $\lg x = 4,3$

(2/0/0)

18. En liten by med 1000 personer växer befolkningen med 2% varje år.

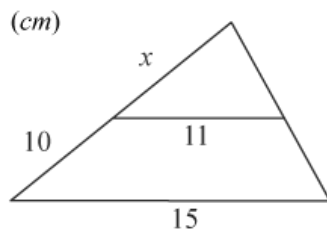
a) Konstruera en funktion som beskriver förändringen i by-befolkningen

b) Efter hur många år har befolkningen tredubblats?



(3/0/0)

19. Bestäm sträckan x



(2/0/0)

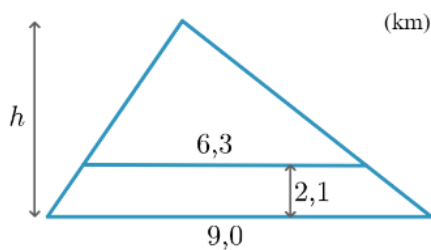
20. Hicks lag är en lag inom psykologin som visar på hur lång tid det tar för oss att ta ett beslut beroende på hur många alternativ vi har. Hicks lag för enklare beslut går att beskriva på följande sätt

$$R = 7,68 \cdot \lg(n)$$

där R är tiden i sekunder det tar för att ta ett beslut och n är antalet valbara möjligheter. Bestäm hur många valalternativ man har om ens beslutstid är 10 sekunder.

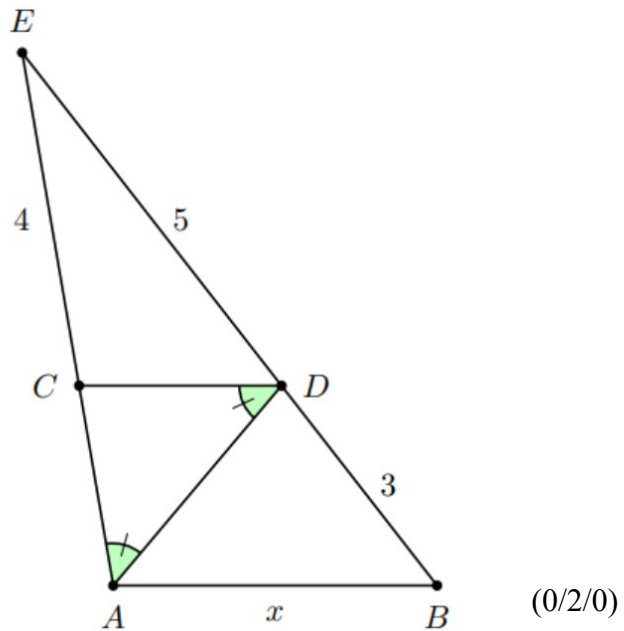
(1/1/0)

21. Bestäm höjden h



(1/1/0)

22. Sträckorna AB och CD är parallella. Bestäm sträckan x



23. I en sjö med mycket föreningar trivs torsken jättebra samtidigt som mörten mår väldigt dåligt. 2023 finns det 15 000 torskar i sjön och 30 000 mörtar. Man räknar med att mörten kommer minska med 5% varje år samtidigt som torsken kommer växa med 8% varje år. Efter hur många år kommer det finnas tre gånger så många torskar som mörtar i sjön?

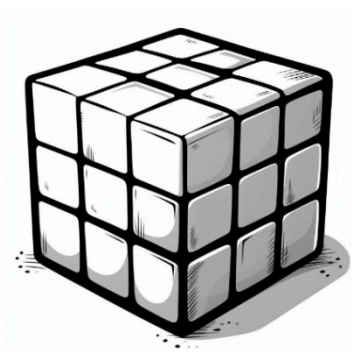


(0/0/2)

24. Tiden det tar att lösa en Rubriks kub $T(n)$ går att beskriva med funktionen $T(n) = T_0 - k \cdot \lg(n + 1)$ där T_0 är tiden det tar utan träning och n är antalet Rubriks kub man har löst och konstanten k är hur lätt man lär sig.

För Joakim tar det utan träning 50 minuter att lösa en Rubriks kub. Det tog honom 15 kuber att komma ner till 40 minuter. Hur många kuber måste han lösa för att halvera sin ursprungstid?

(0/1/1)



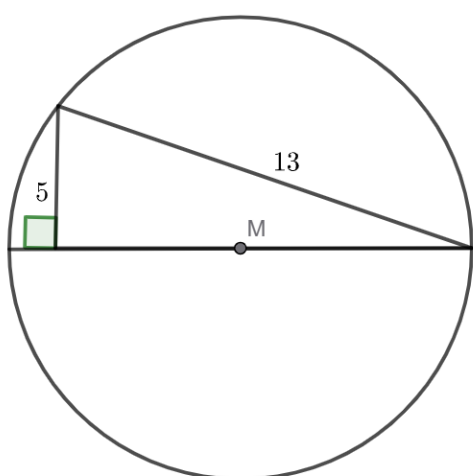
25. Lös följande ekvationssystem

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 2 \\ 10^{\lg x} + 10^{\lg y} = 29 \end{cases} \quad (0/0/2)$$

26. Bestäm det kortaste avståndet från origo till den räta linjen $y = 10 - 2x$. Svara exakt.

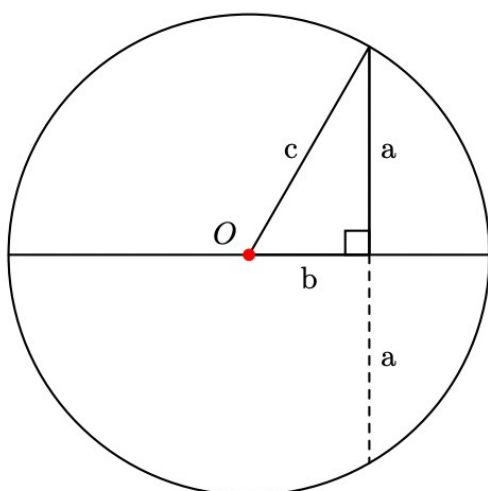
(0/0/2)

27. Bestäm radien i cirkeln. Svara med två decimaler



(0/1/2)

28. Pythagoras sats är ett samband i matematiken som har ett stort antal bevis. Den tyske matematikern Gottfried Leibnitz publicerade på 1600-talet ett bevis för Pythagoras sats där han använde skissen i en cirkel nedan. Han använde sedan en eller flera satser för cirklar och sträckor som vi lärt oss i kursen Matematik 2c. Slutför Leibnitz bevis.



Gottfried Wilhelm Leibniz

(0/0/2)

5. Våringsprover 2

1. a) $x^2 - 3x = 0$ b) $12x - x^2 = 36$ c) $5^x = 17$
 $x(x-3) = 0$ $x^2 - 12x + 36 = 0$ $\lg 5^x = \lg 17$
 $x_1 = 0, x_2 = 3$ $x = 6 \pm \sqrt{6^2 - 36}$ $x \cdot \lg 5 = \lg 17$
 $= 6 \pm 0$ $x = \frac{\lg 17}{\lg 5}$
 $x = 6$

d) $\lg 9 + \lg x = \lg 45$ e) $\lg x = 3$ f) $3 \cdot 6^{3x} = 21$
 $\lg 9x = \lg 45$ $10^{\lg x} = 10^3$ $6^{3x} = 7$
 $9x = 45$ $x = 1000$ $\lg 6^{3x} = \lg 7$
 $x = 5$ $3x \cdot \lg 6 = \lg 7$
 $x = \frac{\lg 7}{3 \lg 6}$

g) $\lg x \cdot \lg x^2 \cdot \lg x^3 = 48$

$\lg x \cdot 2 \cdot \lg x \cdot 3 \cdot \lg x = 48$

$(\lg x)^3 = \frac{48}{6}$

$(\lg x)^3 = 8$

$\lg x = 2$

$x = 100$

2. a) $\lg 1000 + \lg 0,01 = 3 - 2 = 1$

b) $10^{10^5} = 5$

c) $10^{4 \cdot \lg 2} = 10^{\lg 2^4} = 2^4 = 16$

d) $10^{-\lg 7} = (10^{\lg 7})^{-1} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

e) $10^{\frac{\lg 25}{\lg 100}} = 10^{\frac{\lg 25}{2}} = (10^{\lg 25})^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$

f) $7^{\frac{\lg 2}{\lg 2}} = (10^{\lg 7})^{\frac{\lg 2}{\lg 2}} = 10^{\lg 7 \cdot \frac{\lg 2}{\lg 2}} = 10^{\lg 2} = 2$

3. a) Använd kvadratsatsen b) Använd transversalsatsen

$12 \cdot 4 = 6 \cdot x$

$x = \frac{12 \cdot 4}{6} = 8$

$\frac{12}{x} = \frac{10}{4}$

$10x = 48$

$x = 4,8$

8 vari: 4,8 cm

4. Randwinkelsatz 5.

$$x = 70^\circ$$

$$2y + 140^\circ = 180^\circ$$

$$y = 20^\circ$$

$$6. \frac{\lg a + \lg b}{2} = \lg \sqrt{ab}$$

$$HL = \lg \sqrt{ab} = \lg(ab)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \lg ab = \frac{1}{2} (\lg a + \lg b)$$

$$= \frac{\lg a + \lg b}{2} \quad \text{v.S.v.} \quad HL = \frac{1}{2} \lg ab$$

$$8. 10^{2 \lg x} - 10^{\lg x + \lg 5} + 10^{\lg 6} = 0$$

$$10^{\lg x^2} - 10^{\lg 5x} + 6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

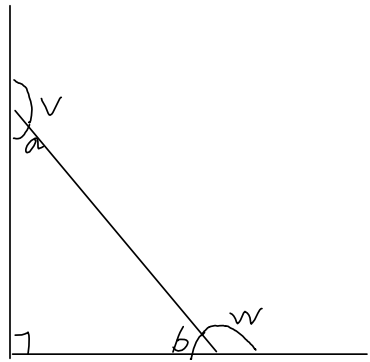
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{4}{2} = 2$$

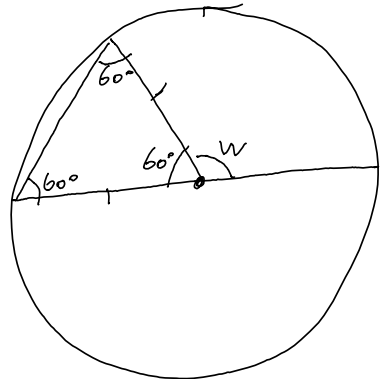


$$a + b = 90^\circ$$

$$v + \underbrace{a + b}_{= 90^\circ} + w = 360^\circ$$

$$v + w = 270^\circ \quad \square$$

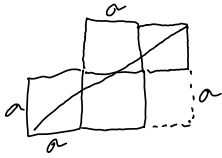
7.



$$60^\circ + w = 180^\circ$$

$$w = 120^\circ$$

1. Anwendung Pythagoras sats



$$(3a)^2 + (2a)^2 = (\sqrt{52})^2$$

$$9a^2 + 4a^2 = 52$$

$$13a^2 = 52$$

$$a^2 = 4$$

$$a = \pm 2$$

a) \in

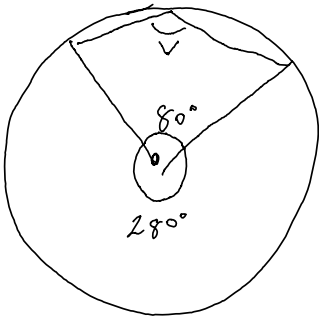
b) \Rightarrow

c) \in

d) \in

e) \in

11.



Enligt randvinkelsatser

$$V = \frac{28^\circ}{2} = 14^\circ$$

12. $\lg 2,4 = 0,38$

$$\lg 2 = 0,3$$

a) $\lg 240 = \lg 2,4 \cdot 100 =$

$$= \lg 2,4 + \lg 100 = 0,38 + 2 = 2,38$$

b) $\lg 120 = \lg \frac{240}{2} = \lg 240 - \lg 2$

$$= 2,38 - 0,3 = 2,08$$

2,38 enligt a)

13.

$$M = \frac{2}{3}(\lg E - k)$$

$$M = \frac{2}{3} \lg E - \frac{2k}{3}$$

$$M + \frac{2k}{3} = \frac{2}{3} \lg E$$

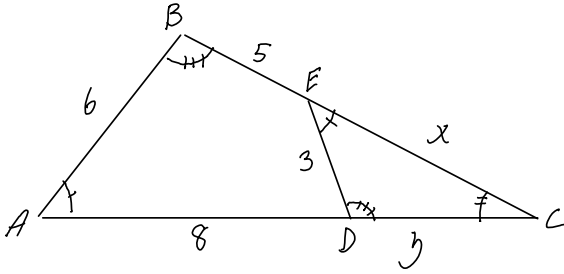
$$M + \frac{2k}{3} = \lg E$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)$$

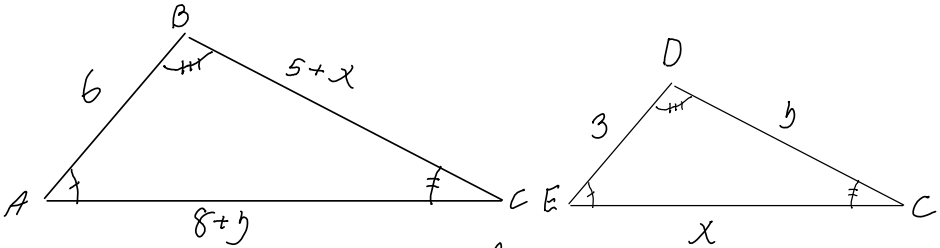
$$\frac{3M}{2} + k = \lg E$$

$$E = 10^{\frac{3M}{2} + k}$$

14.



Triangelerna ABC och CDE är likformiga



Ställ upp samband för likformighet.

$$\textcircled{I} \frac{6}{3} = \frac{8+y}{x}$$

$$2 = \frac{8+y}{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 8+y \textcircled{I} \\ 2y = 5+x \textcircled{II} \end{array} \right.$$

Lös ekvationssystemet.

$$\textcircled{II} \frac{6}{3} = \frac{5+x}{y}$$

$$2 = \frac{5+x}{y}$$

$$\textcircled{I} y = 2x - 8$$

$$x = 7 \text{ l.e.}$$

$$\text{omkrets: } 7 + 6 + 3 = 16 \text{ l.e.}$$

$$\textcircled{II} 2(2x - 8) = 5 + x$$

$$y = 6 \text{ l.e.}$$

$$\text{Svar: } 16 \text{ l.e.}$$

$$4x - 16 = 5 + x$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

$$y = 2 \cdot 7 - 8 = 6$$

$$15. \quad 4^x = (3^x - 2^x)(3^x + 2^x)$$

$$4^x = (3^x)^2 - (2^x)^2$$

$$4^x = 9^x - 4^x$$

$$\lg\left(\frac{9}{4}\right)^x = \lg 2$$

$$2 \cdot 4^x = 9^x$$

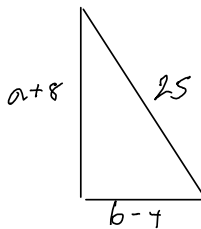
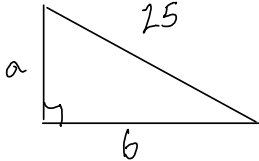
$$\frac{9^x}{4^x} = 2$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x = 2$$

$$x \cdot \lg\left(\frac{9}{4}\right) = \lg 2$$

$$x = \frac{\lg 2}{\lg\left(\frac{9}{4}\right)}$$

16.



$$a^2 + b^2 = 25^2$$

$$(a+8)^2 + (b-4)^2 = 25^2$$

$$a^2 + b^2 = (a+8)^2 + (b-4)^2$$

$$a^2 + b^2 = a^2 + 16a + 64 + b^2 - 8b + 16$$

$$16a - 8b + 80 = 0$$

$$8b = 16a + 80$$

$$b = 2a + 10$$

$$a^2 + (2a+10)^2 = 25^2$$

$$a^2 + 4a^2 + 40a + 100 = 625$$

$$5a^2 + 40a - 525 = 0$$

$$a^2 + 8a - 105 = 0$$

$$a = -4 \pm \sqrt{16+105}$$

$$= -4 \pm \sqrt{121}$$

$$= -4 \pm 11 \quad a_1 = 7$$

$$(a_2 = -15) \leftarrow \text{Neg}$$

$$b = 2a + 10$$

$$b = 2 \cdot 7 + 10 = 24$$

Svar: 7 cm och 24 cm.

$$17. a) 4^x = 17$$

$$\lg 4^x = \lg 17$$

$$x \cdot \lg 4 = \lg 17$$

$$x = \frac{\lg 17}{\lg 4} \approx 2,04$$

$$18. a) f(x) = 1000 \cdot 1,02^x$$

$$b) f(x) = 3000$$

$$1000 \cdot 1,02^x = 3000$$

$$1,02^x = 3$$

$$\lg 1,02^x = \lg 3$$

$$x \cdot \lg 1,02 = \lg 3$$

$$x = \frac{\lg 3}{\lg 1,02} \approx 55,47$$

svår ungefär 55,5 år

$$b) \lg x = 4,3$$

$$x = 10^{4,3} \approx 19952,62$$

19. Topptriangelsatsen

$$\frac{x+10}{x} = \frac{15}{11}$$

$$15x = 11x + 110$$

$$4x = 110$$

$$x = 27,5 \text{ svar: } 27,5 \text{ km}$$

$$20. R = 7,68 \cdot \lg(n)$$

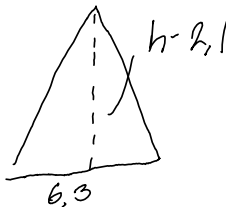
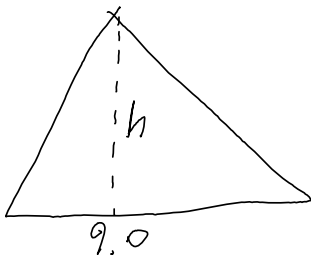
$$R = 10$$

$$10 = 7,68 \cdot \lg(n)$$

$$\lg(n) = \frac{10}{7,68}$$

$$n = 10^{\frac{10}{7,68}} \approx 20 \text{ svar: } 20 \text{ alternativ}$$

21. Använd likformighet.



$$\frac{9,0}{6,3} = \frac{h}{h-2,1}$$

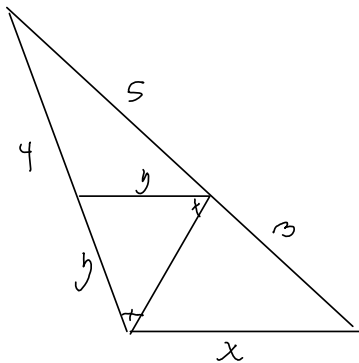
$$9,0(h-2,1) = 6,3h$$

$$9h - 18,9 = 6,3h$$

$$2,7h = 18,9$$

$$h = \frac{18,9}{2,7} = 7 \text{ svar: } 7 \text{ km}$$

22.



Transversalsatz für
AA to from y

$$\frac{4}{y} = \frac{5}{3}$$

$$5y = 12$$

$$y = \frac{12}{5} = 2,4$$

Topptriangeln sedan

$$\frac{x}{2,4} = \frac{8}{5}$$

$$5x = 2,4 \cdot 8$$

$$x = 3,84 \quad \text{Svar: } 3,84 \text{ l.c}$$

23. Funktion för mört: $M(x) = 30000 \cdot 0,95^x$

Funktion för terslar: $T(x) = 15000 \cdot 1,08^x$

3 gånger så många terslar: $T(x) = 3 \cdot M(x)$

$$15000 \cdot 1,08^x = 3 \cdot 30000 \cdot 0,95^x$$

$$15000 \cdot 1,08^x = 90000 \cdot 0,95^x$$

$$\frac{1,08^x}{0,95^x} = \frac{90000}{15000}$$

$$\left(\frac{1,08}{0,95}\right)^x = 6$$

$$\lg\left(\frac{1,08}{0,95}\right)^x = \lg 6$$

$$x = \frac{\lg 6}{\lg\left(\frac{1,08}{0,95}\right)} \approx 13,97$$

Alternativt löser du den ekvationen
med log-funktionen på grafiska räknare!

Svar: ca 14 år

24.

$$T(n) = T_0 - k \cdot \lg(n+1)$$

$$T(0) = T_0 - \underbrace{k \cdot \lg(1)}_{=0} = 50$$

$$T_0 = 50$$

T_0 from konstanten k

$$T(15) = 50 - k \cdot \lg(15+1) = 40$$

$$50 - k \cdot \lg(16) = 40$$

$$10 = k \cdot \lg(16)$$

$$k = \frac{10}{\lg(16)} \approx 8,3$$

Vi söker nu $T(n) = 25$

$$50 - 8,3 \cdot \lg(n+1) = 25$$

$$25 = 8,3 \cdot \lg(n+1)$$

$$\lg(n+1) = \frac{25}{8,3}$$

$$n+1 = 10^{\frac{25}{8,3}}$$

$$n = 10^{\frac{25}{8,3}} - 1 \approx 1028 \text{ svar: } 1028 \text{ kulor}$$

$$25 \quad \begin{cases} \lg x + \lg y = 2 & \text{E} \\ 10^{\lg x} + 10^{\lg y} = 29 & \text{F} \end{cases}$$

$$\text{E) } \lg x + \lg y = 2$$

$$\lg xy = 2 \quad xy = 100$$

$$\text{F) } 10^{\lg x} + 10^{\lg y} = 29$$

$$x + y = 29$$

$$y = 29 - x$$

$$\text{E) } xy = 100$$

$$x(29 - x) = 100$$

$$29x - x^2 = 100$$

$$x^2 - 29x + 100 = 0$$

$$x = \frac{29}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{29}{2}\right)^2 - 100}$$

$$= \frac{29}{2} \pm \frac{21}{2} \quad x_1 = 25$$

$$x_2 = 4$$

$$\text{Svar: } x = 25 \quad y = 4 \text{ eller } x = 4 \quad y = 25$$

26 $f(x) = 10 - 2x$, origo: $(0,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

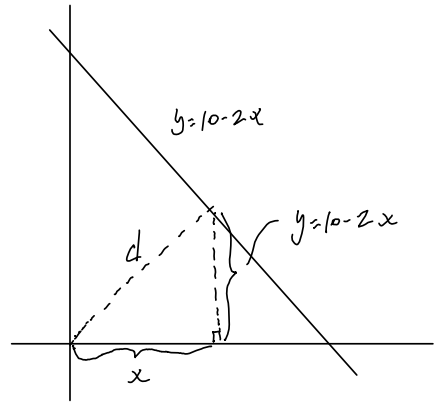
$$d = \sqrt{(x-0)^2 + (10-2x-0)^2}$$

$y = f(x)$

$$= \sqrt{x^2 + 100 - 40x + 4x^2}$$

$$= \sqrt{5x^2 - 40x + 100}$$

minimera
uttrycket



$g(x) = 5x^2 - 40x + 100$ sök symmetriaxeln!

$$g(x) = 0 \quad 5x^2 - 40x + 100 = 0$$

$$x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$x = \left(\frac{8}{2}\right) \pm \sqrt{\dots}$$

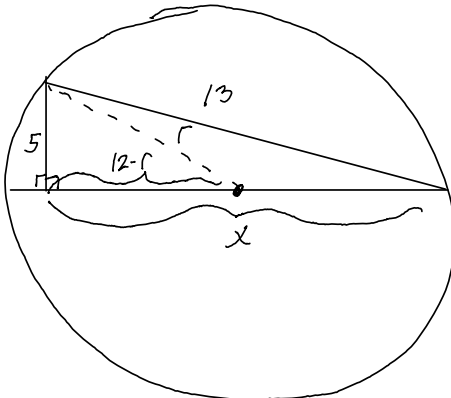
Symmetriaxeln
är minimipunkten.

$$\rightarrow g(4) = 5 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4 + 100 = 20$$

$$d = \sqrt{20} \text{ l.e}$$

Svar: kortaste avståndet är $\sqrt{20}$ l.e

27.



Två från x

$$5^2 + x^2 = 13^2$$

$$x^2 = 13^2 - 5^2$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

Två från r

$$(12-r)^2 + 5^2 = r^2$$

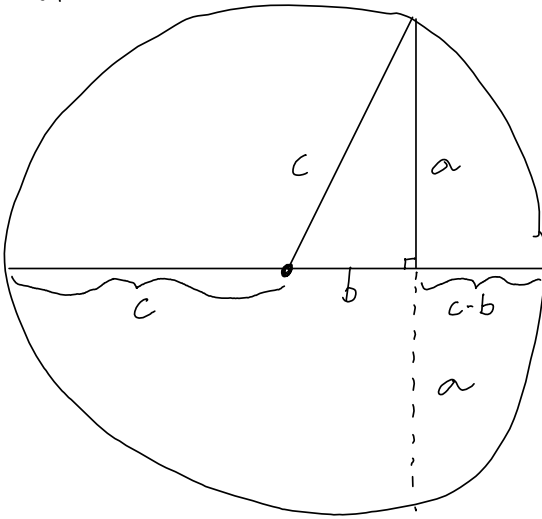
$$144 - 24r + r^2 + 25 = r^2$$

$$169 - 24r = 0$$

$$r = \frac{169}{24} \approx 7,04$$

Svar: $r = 7,04$ l.e

28.



Anwendung Pythagorasatz

$$a^2 = (c+b)(c-b)$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \square$$