

Övningsprov 1 – Ma2c vt26

Ingen miniräknare

1. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $2x^2 + 30x = 0$

c) $(x + 4)(2x - 1) = 0$

d) $(x + 4)^2 = 9$

e) $-x^2 + 3x - 2 = 0$

(4/1/0)

2. Utveckla följande uttryck

a) $(x + 2)^2 - 4x$

b) $(2x - 2)^2$

c) $\left(\frac{x}{2} - 9\right)^2$

d) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$

(2/1/0)

3. Lös ekvationssystemen

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 3x \end{cases}$$

(2/0/0)

4. Bestäm följande för lådagrammet nedan

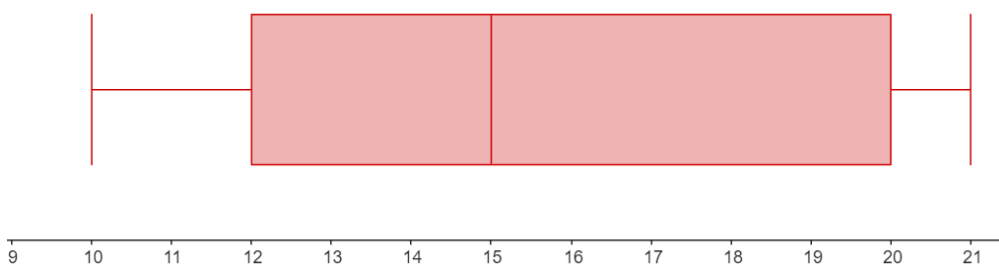
a) P_{50}

b) Q_3

c) Variationsbredd

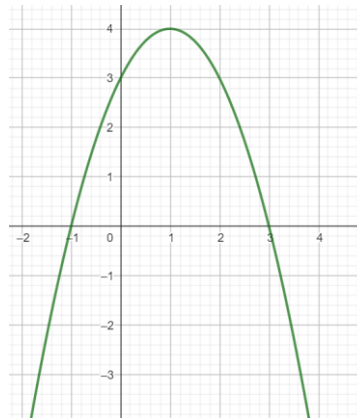
d) Kvartilavståndet

(4/0/0)



5. Nedan ser du en andragradsfunktion på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$ bestäm följande

- Funktionens nollställen
- Funktionens symmetrilinje
- $f(2)$
- Bestäm konstanten c
- Funktionens extremvärde
- Avgöra om konstanten a är större mindre än noll



(4/1/0)

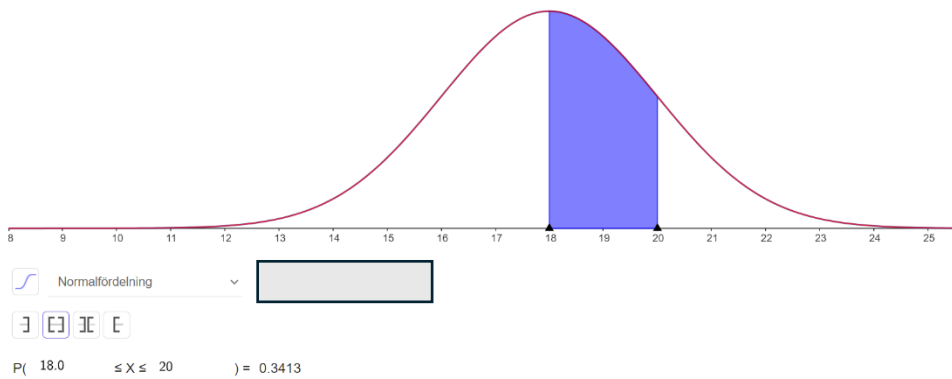
6. Faktorisera följande uttryck

- $x^2 + 4x + 4$
- $4x^2 - 100$
- $2x^2 - 4x + 2$

(2/1/0)

7. a) Bestäm standardavvikelsen för det normalfördelade materialet

b) Hur stor procent av det normalfördelade materialet är mindre än 14?



(1/1/0)

8. I en rätvinklig triangel är den längsta kateten 2 cm längre än den kortaste. Hypotenusan är dubbelt så lång som den kortaste kateten. Bestäm exakt den kortaste katetens längd.

(1/2/0)

9. Joakim har gjort ett löfte med sin son inför sonens matteprov. Joakim sa att för varje rätt du får kommer du få 5 kr för varje fel får du böta 8 kr (lätt omoraliskt). Provet innehöll 26 uppgifter och när Joakims son fick tillbaka provet fick han inga pengar och slapp betala något. Hur många rätt fick sonen?

(0/2/0)

10. För vilket värde på p har följande ekvationssystem ingen lösning?

$$\begin{cases} 4x + 6y = 12 \\ 2y + px - 10 = 0 \end{cases} \quad (0/2/0)$$

11. Lös rotekvationerna

a) $\sqrt{2x+8} = 2x - 4$

b) $\sqrt{x+9} - \sqrt{x} - 1 = 0 \quad (0/3/1)$

12. Om funktionen $f(x) = x^2 + bx + c$ har en symmetrilinje i $x = 8$ bestäm då konstanten b (0/2/0)

13. Bestäm $f(3)$ om du vet att $f(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$ (0/0/1)

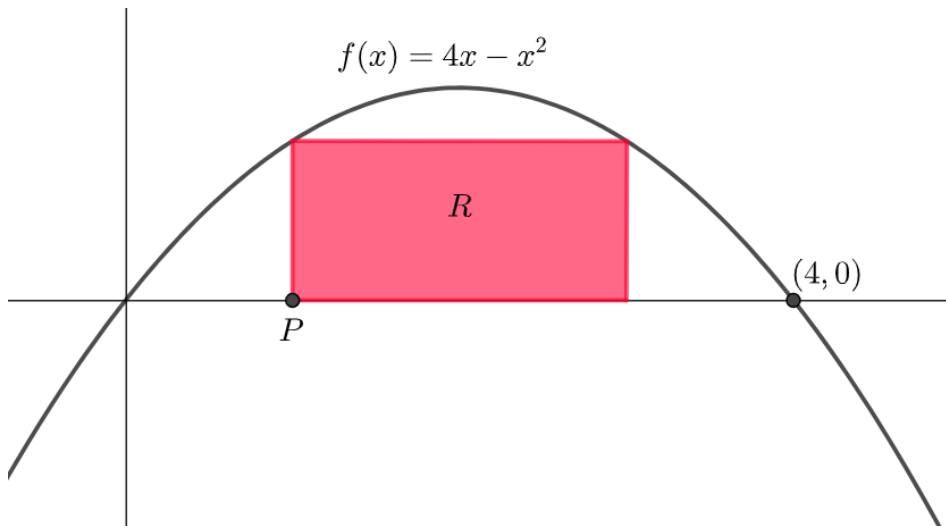
14. För ett normalfördelat material vet du att $\mu = 10$ cm. Du vet 20% av materialet ligger över 13 cm samt att 28% av materialet ligger under 8 cm. Bestäm hur stor andel som ligger mellan 7 cm och 12 cm. (0/1/1)

15. Lös ekvationen $f(g(x)) = 0$ om $g(x) = 2x + 1$ och $f(x) = ax^2$ där a är en konstant. (0/0/1)

16. Joakim har öppnat ett stånd där han säljer champinjoner. Joakim har gjort en analys av försäljningen av sina champinjoner. Om Joakim sänker sitt kilopris på champinjoner med 5 kr kommer han sälja för 10 tusen kr. Om han däremot höjer priset på sina champinjoner med 7 kr kommer hälften så många kg champinjoner säljas i förhållande till sänkningen med 5 kr och då kommer försäljningen resultera i 8 tusen kr. Bestäm vilket kilopris Joakim har satt på sina champinjoner? (0/0/2)

17. Under andragradsfunktion $f(x) = 4x - x^2$ placeras en rektangel som har bas längs med x -axeln och en höjd som når grafen till funktionen.

Visa att funktionen $O(x) = -2x^2 + 4x + 8$ kan användas för att bestämma omkretsen för rektangeln R om x är x -värdet för punkten P .



(0/1/2)

Med miniräknare och geogebra

18. Joakim har undersökt hur hans hund Bosse har växt de senaste 6 månaderna. Använd statistiken nedan för att anpassa en linjär funktion till statistiken med hjälp av regression som visar hur vikten beror av vilken månad det är

Vikt	1,1	1,4	1,7	2,1	2,2	2,7
Månad	1	2	3	4	5	6

(1/0/0)

19. Nedan visas statistisk över hur många träningstimmar skidåkare hade lagt ner inför en tävling samt vilken placering de fick på tävlingen. Använd geogebra för att ta fram korrelationskoefficienten r med hjälp av regressionsanalys

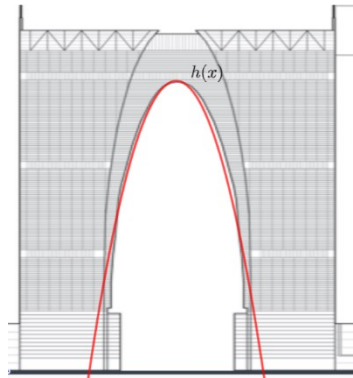
Placering	1	2	3	4	5	6
Träningstimmar	102	107	92	98	95	88

(1/0/0)

20. För ett normalfördelat material vet du att medelvärdet är 40 cm och standardavvikelsen är 7 cm. Bestäm hur stor andel av materialet som ligger mellan 45 cm och 47 cm. Använd ditt digitala hjälpmedel

(1/0/0)

21. Byggnaden *Gate to the east* ligger i den kinesiska staden Suzhou. Höjden för den inre bågen går att beskriva med funktionen $h(x) = -0,1x^2 + 10x$ där $h(x)$ är höjden från marken och x är meter längst med marken från botten av bågen.



Bestäm hur högt upp den inre bågen i *Gate to the East* är. Enbart svar krävs

(1/0/0)

22. Lös följande ekvationssystem grafiskt med hjälp av ditt digitala hjälpmedel

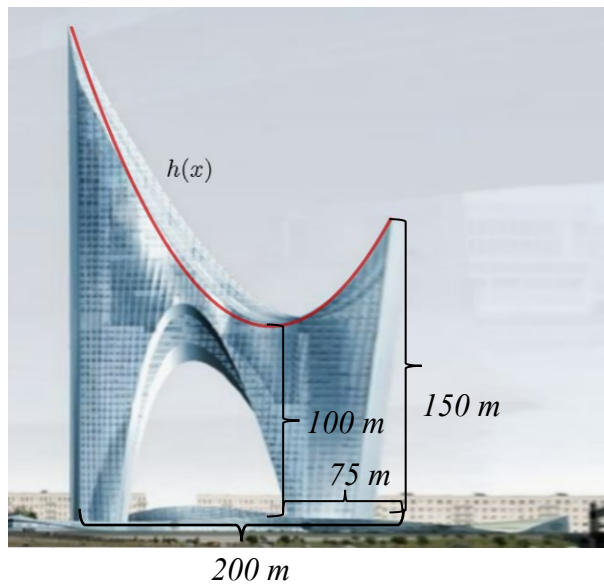
$$\begin{cases} 3,4x + 7,2y = 10 \\ 2,1y - 3,7x = 2 \end{cases} \quad (1/0/0)$$

23. Joakim ska göra ett smycke med två olika metaller. Den ena metallen har ett pris på 100 kr/gram och den andra har 150 kr/gram. Joakims smycke kostar 1225 kr och har nu ett kilopris på 136,1 kr/gram. Hur många gram av respektive metall använde Joakim till sitt smycke? (1/2/0)

24. På ett nationellt prov i matematik skrev 15 000 elever provet. Medelpoängen för provet för alla som skrev var 42 poäng. Bestäm standardavvikelsen för poängfördelningen om 414 elever skrev 65 poäng eller mer. Anta att poängfördelningen är normalfördelad. (0/2/0)

25. För en rektangel vet du att den har omkretsen 32 cm. Du vet också att om du minskar basen med 2 cm och ökar höjden med 2 cm kommer arean att vara 64 cm^2 . Bestäm sidlängderna för rektangeln. Lös utan geogebra, men gärna en miniräknare. (0/0/2)

26. Nedan visas ett framtida byggnadsprojekt i St. Petersburg. Byggnadens övre del går att beskriva med en andragsgradsfunktion $h(x)$. Enligt arkitekten ska byggnaden vara 200 meter bred och man har placerat ut några mått för byggnaden nedan. Den lägsta punkten på den övre bågen ligger 100 m över marken. Bestäm byggnadens högsta punkt.



(0/1/2)

Lösningar Övningsprov 1.

1. a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ pq

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{4}$$

$$= 3 \pm 2$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = 1$$

c) $(x+4)(2x-1) = 0$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

När är parenteserna
noll?

2. a) $(x+2)^2 - 4x$

$$x^2 + 4x + 4 - 4x = x^2 + 4$$

b) $(2x-2)^2 =$

$$= 4x^2 - 8x + 4$$

c) $\left(\frac{x}{2} - 9\right)^2 = \frac{x^2}{4} - 9x + 81$

d) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y$
konjugat!

b) $2x^2 + 30x = 0$

$$x^2 + 15x = 0$$

$$x(x+15) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x_2 = -15$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -3$$

d) $(x+4)^2 = 9$

$$x+4 = \pm 3$$

$$x_1 = -4+3 = -1 \quad x_2 = -4-3 = -7$$

e) $-x^2 + 3x - 2 = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2}$$

$$= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{8}{4}}$$

$$= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

$$3. \begin{cases} 3x+y=10 & \textcircled{I} \\ 2x+3y=3x & \textcircled{II} \end{cases} \quad \begin{aligned} \textcircled{I} \quad 3x+y &= 10 \\ y &= 10-3x \\ \textcircled{II} \quad 2x+3y &= 3x \\ 2x+3(10-3x) &= 3x \\ 2x+30-9x &= 3x \\ 10x &= 30 \\ x &= 3 \\ y &= 10-3x \\ &= 10-3 \cdot 3 = 1 \end{aligned}$$

Ergebnis: $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

4. a) 15 b) 20 c) 11 d) 8

5. a) $x_1=3$ $x_2=-1$ b) $x=1$ c) $f(2)=3$ d) $c=3$
 e) $y=4$ f) $a < 0$ Pgw. Maximum.

6. a) $x^2+4x+4=(x+2)^2$ b) $4x^2-100=(2x+10)(2x-10)$
 c) $2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$

7. a) $\sigma=2$ b) 2,3%

8. Pythagoras Satz



$$x^2 + (x+2)^2 = (2x)^2$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 4x^2$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 4x^2$$

$$2x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{3} \quad \text{Ergebnis } 1 + \sqrt{3} \text{ cm}$$

9. 26 frågor Antalet rätta: x
Antalet fel: y

$$\begin{cases} x + y = 26 & \textcircled{I} \\ 5x - 8y = 0 & \textcircled{II} \end{cases}$$

pengar för rätta
pengar för fel

$$\textcircled{I} \quad x + y = 26$$

$$x = 26 - y$$

$$\textcircled{II} \quad 5x - 8y = 0$$

$$5(26 - y) - 8y = 0$$

$$130 - 5y - 8y = 0$$

$$13y = 130$$

$$y = 10$$

$$x = 26 - y$$

$$x = 26 - 10 = 16$$

Svar: 16 rätta, 10 fel.

10. $\begin{cases} 4x + 6y = 12 & \textcircled{I} \\ 2y + px - 10 = 0 & \textcircled{II} \end{cases}$ skriv om på k -form, om $k_1 = k_2$ lösningar eliminationssystemet
lösningar

$$\textcircled{I} \quad 4x + 6y = 12$$

$$6y = -4x + 12$$

$$y = \frac{-2x}{3} + 2$$

$$\frac{-p}{2} = \frac{-2}{3}$$

$$\textcircled{II} \quad 2y + px - 10 = 0$$

$$-3p = -4$$

$$y = \frac{-p}{2}x + 5$$

$$p = \frac{4}{3} \quad \text{Svar: } p = \frac{4}{3}$$

$$11. a) \sqrt{2x+8} = 2x-4 \text{ Inaderna!}$$

$$2x+8 = (2x-4)^2$$

$$b) \sqrt{x+9} - \sqrt{x} - 1 = 0$$

$$2x+8 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$\sqrt{x+9} = \sqrt{x} + 1 \text{ Inaderna!}$$

$$4x^2 - 18x + 8 = 0$$

$$x+9 = (\sqrt{x}+1)^2$$

$$x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

$$x+9 = x + 2\sqrt{x} + 1$$

$$x = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 - 2}$$

$$8 = 2\sqrt{x}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - \frac{32}{16}}$$

$$4 = \sqrt{x}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$x = 16 \text{ Svar: } x = 16$$

$$= \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4}$$

Ingen falskrot!

$$x_1 = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

Undersök falskrot!

$$x=4 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 4 + 8} = 2 \cdot 4 - 4$$

$$\sqrt{16} = 4 \text{ stämmer}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2 + 8} \neq \frac{1}{2} \cdot 1 - 4$$

Stämmer inte! falskrot!

12. Symmetrilinjen

för funktioner på formen

$$f(x) = x^2 + px + q \text{ för } x = -\frac{p}{2}$$

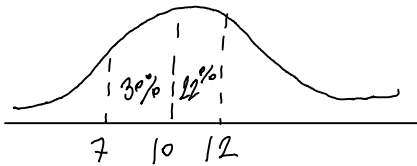
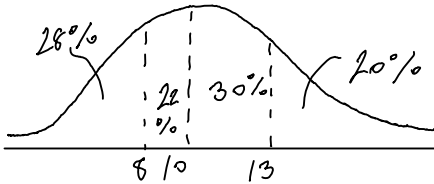
$$\text{Vi får då } p = -\frac{b}{2}$$

$$b = -16 \text{ Svar: } b = -16$$

$$13 f(x-y) = x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$$

$$f(x) = x^2 \quad f(3) = 9$$

14.



Av symmetrisitet kommer vi följande:

$$30\% + 22\% = 52\%$$

Svar: 52%

$$15. f(x) = ax^2$$

$$g(x) = 2x+1$$

$$f(g(x)) = a(2x+1)^2$$

$$f(g(x)) = 0$$

$$a(2x+1)^2 = 0$$

$$2x+1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

16. Sätt upp ekvationssystem!

$x = \text{pris}$

$y = \text{mängd sålt kg}$

$$\begin{cases} (x-5) \cdot y = 10 & \text{I} \\ (x+7) \cdot \frac{y}{2} = 8 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{lös ut } y \text{ (I)} \quad (x-5) \cdot y = 10$$

$$y = \frac{10}{x-5}$$

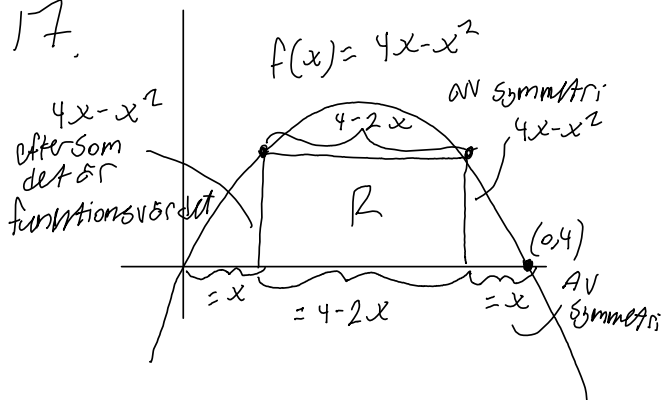
$$\text{(II)} \quad (x+7) \cdot \frac{y}{2} = 8 \quad \rightarrow \quad 10(x+7) = 16(x-5)$$

$$(x+7) \cdot \frac{10}{2(x-5)} = 8 \quad \rightarrow \quad 10x+70 = 16x-80$$

$$6x = 150 \quad x = 25$$

Svar: 25 kr/kg

17.



Vi får omkretsen

$$2(4x - x^2) + 2(4 - 2x) =$$

$$= 8x - 2x^2 + 8 - 4x =$$

$$-2x^2 + 4x + 8$$

stämmer med $O(x)$

18. Använd regressionsanalys-vertyget i geogebra
sök in värdena och få fram funktionen

$$y = 0,3x + 0,78$$

19. Skriv in värdena och få fram en linjars
funktion tryck sedan på symbolen Σx (visa
statistik) och där står $r = -0,778$

20. Läs in på sannolikhetsfördelning skriv in
 $\mu = 40$ och $\sigma = 7$ och undersök $45 \leq x \leq 47$

Svar: 0,0789

21. Sätt in funktionen i geoebra. Fitta sedan! Svar: 250 meter

22. Skriv in linjerna i geoebra och fitta på skärningen.

$$\begin{cases} 3,4x + 7,2y = 10 \\ 2,1y - 3,7x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0,2 \\ y = 1,3 \end{cases}$$

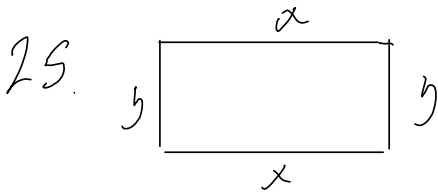
23. x = gram av ena metallen
 y = gram av andra metallen

$$\begin{cases} 100x + 150y = 1225 \\ \frac{1225}{x+y} = 136,1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Lös ekvationssystemet} \\ \text{grafiskt genom att} \\ \text{fitta på skärningen} \end{array}$$

$$x = 2,5 \quad y = 6,5$$

Svar 2,5 gram av ena
och 6,5 gram av andra

24. Använd sannolikhetsfördelningen $\mu = 42$
du vet att $\frac{414}{15000} = 0,0276$. Anpassa nu en
standardavvikelse så att 0,0276 ligger över
65 Svar: $\sigma = 12$ Svar: 12 poäng är standard-
avvikelsen



$$\begin{cases} 2x + 2y = 32 & \text{I} \\ (x-2)(y+2) = 64 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{II} \quad 2x + 2y = 32$$

$$x + y = 16 \quad x = 16 - y$$

$$\text{II} \quad (x-2)(y+2) = 64$$

$$(16-y-2)(y+2) = 64$$

$$(14-y)(y+2) = 64$$

$$14y + 28 - y^2 - 2y = 64$$

$$-y^2 + 12y + 28 = 64$$

$$y^2 - 12y + 36 = 0$$

$$y = 6 \pm \sqrt{6^2 - 36}$$

$$y = 6 \pm \sqrt{0}$$

$$y = 6$$

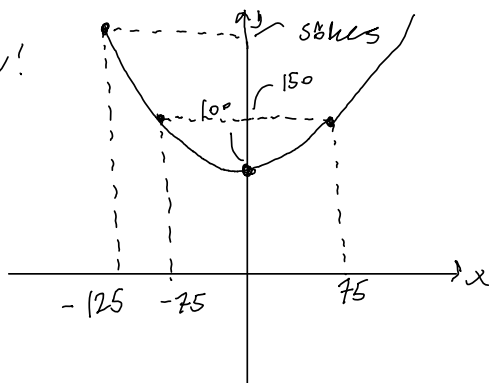
höjden är 6 cm

båsen blir då

$$x = 16 - y = 16 - 6 = 10$$

svor: 10 och 6 cm

26. Modellerar!



Vi har punkterna $f(0)=100$
 $f(75)=150$
 $f(-75)=150$

sök nu $f(-125)$

Jag använder regressionsanalys
och får fram funktionen

Går även att göra upp
algebraiskt

$$f(x) = 0,0089x^2 + 100$$

$$f(-125) = 238,8$$

Svar: 238,8 meter

$$h(x) = ax^2 + bx + c$$

$$h(0) = 100 \quad c = 100$$

$$h(x) = ax^2 + bx + 100$$

$$h(75) = 150 \quad \begin{cases} 75^2 \cdot a + 75b + 100 = 150 \end{cases}$$

$$h(-75) = 150 \quad \begin{cases} (-75)^2 \cdot a - 75b + 100 = 150 \end{cases}$$

Lös grafiskt eller algebraiskt.

$$a = 0,0089 \quad b = 0$$

$$\text{för sedan fram } h(-125) = 238,8$$

Svar: 238,8