

Mittkursprov Ma4 Na23

Torsdag 4 september 2025

kl.8:30 – 11:30 (Förlängd skrivtid 8:00 – 12:00)

(Poäng på provet: 17/18/9=44p)

Del 1 – Endast formelblad

1. Derivera följande funktioner

a) $f(x) = \sin 2x$

b) $f(x) = x^3 \cdot e^x$

c) $f(x) = \sqrt{3 - 2x^2}$ (2/1/0)

2. Bestäm perioden för följande funktion. *Endast svar krävs.*

$f(x) = \cos 0,5x$ (1/0/0)

3. Lös ekvationen, svara i radianer

$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (3/0/0)

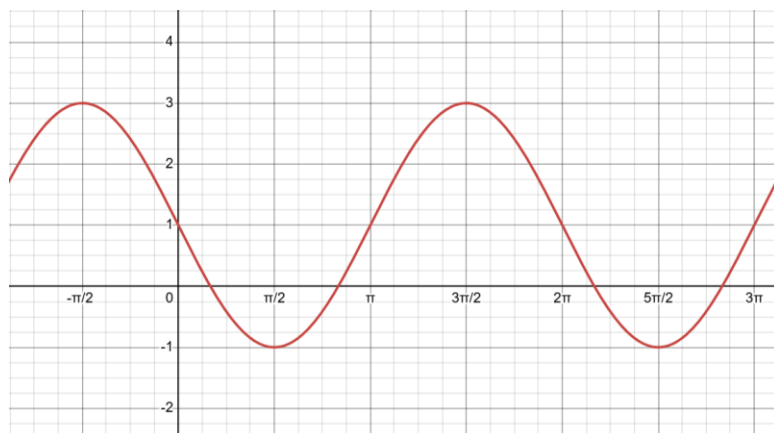
4. Beräkna integralen

$\int_2^3 \frac{1}{x} dx$ (2/0/0)

5. Konstruera en funktion som har en lodrät asymptot $x = 7$ och den sneda asymptoten $y = x + 1$. *Endast svar krävs*

(1/1/0)

6. Funktionen nedan kan skrivas på formen $f(x) = A \sin(x + B) + C$. Bestäm konstanterna A , B och C .



(2/1/0)

7. Visa att derivatan av funktionen $f(x) = \tan x$ är $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

(0/2/0)

8. När man ringer sjukvårdsupplysningen 1177 beskriver täthetsfunktionen $f(t)$ hur många minuter man måste vänta i telefonkö innan en sjuksköterska svarar. Beskriv kort i ord vad följande uttryck innebär för sammanhanget

$$1 - \int_0^{15} f(t) dt = 0,32$$

(0/1/0)

9. Funktionen $f(x) = \cos x$ går att definiera som $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x}$ i till exempel intervallet $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

a) Visa att $\cos x = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x}$

b) Ange ett annat intervall där $\cos x = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x}$. Endast svar krävs.

(0/2/1)

10. Vi definierar funktionen $f(x) = 3a \cdot \sin x + 4a \cdot \cos x$. Funktionen största värde är
15. Bestäm den positiva konstanten a

(0/2/0)

11. Bestäm de exakta värdena för följande uttryck

a) $\sin(11\pi)$

b) $\cos^2(75^\circ) - \sin^2(255^\circ)$

(0/1/1)

12. För funktionen $f(x) = \sin(Ax + B) + C$ vet du följande

- $f(x)$ har perioden π
- $f(x)$ första maximipunkt då $x > 0$ är då $x = \frac{\pi}{2}$
- $f(\pi) = 4$

Bestäm konstanterna A, B och C

(0/0/2)

13. Vi definierar funktionen $f(x) = e^{h(x)}$ där $h(x)$ är definierad för alla x . Visa att om $f(x)$ har en extrempunkt eller terraspunkt har även $h(x)$ det.

(0/1/1)

Del 2: Formelblad och med digitala hjälpmedel

14. Bestäm $f'(1)$ för följande funktion. Svara med två decimaler. Enbart svar krävs

$$f(x) = \cos^3 x$$

(1/0/0)

15. Månens synlighet i procent $P(t)$ från nymåne (tillståndet där månen inte syns överhuvudtaget) går att modellera med funktionen

$$P(t) = 50 - 50 \cos\left(\frac{2\pi}{29,53}t\right) \text{ där } t \text{ är tiden i dagar från nymåne.}$$

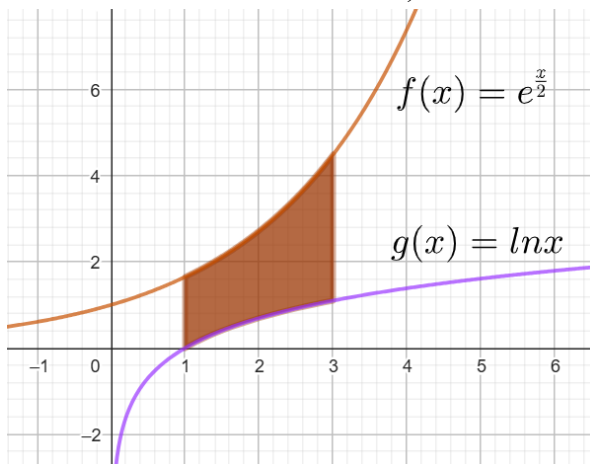
a) **Efter** hur många dagar från nymåne syns hela månen? Svara med en decimal. Endast svar krävs.



b) **Under** hur många dagar syns månen mer än 80%? Svara med en decimal.

(2/1/0)

16. Nedan ser du graferna till funktionerna $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ samt $g(x) = \ln x$. Bestäm arean av det markerade området nedan, svara med två decimaler.



(2/0/0)

17. Under en snöig dag i Lund faller det snö med en hastighet $S(t)$ cm/timme enligt funktionen där t är timmar från kl.12.00

$$S(t) = 4 + 2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) \cdot e^{-0.1t}$$

- a) Vad är klockan när det snöar som mest? *Endast svar krävs.*
- b) Hur många cm snöar det totalt mellan klockan 12:00 och 18:00?

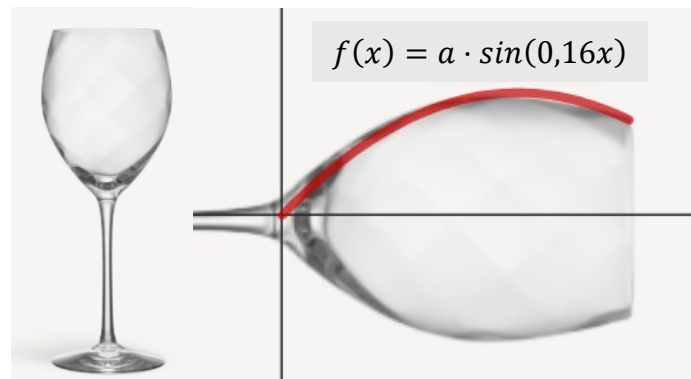
(1/2/0)

18. Roger är på en marknad och ska köpa en ballong som är klotformad. När försäljaren blåser upp ballongen når den en volym på 6500 cm^3 . Ballongen blåses upp så att dess volym ökar med konstant hastighet och när ballongens radie är 5,6 cm ökar radien med 4,4 cm/s. Bestäm hur många sekunder det tar att blåsa upp ballongen om den är tom från början.



(0/2/1)

19. Joakim har designat ett vinglas. Ytterkanten till vinglasets går att beskriva med funktionen $f(x) = a \cdot \sin(0,16x)$ där a är en konstant. x avger höjden i glaset och y är bredden på glaset från mitten med samtliga sträckor i cm (se bilden till höger). Om man skulle rotera funktionen $f(x)$ runt x -axeln skulle vinglasets design uppstå. Joakim vill att höjden på glaset ska vara 13 cm och glaset ska rymma 250 cm^3 .



- a) Använd funktionen för att bestämma glasets största bredd?
- b) En restaurang är intresserade att köpa in glaset och vill veta hur högt upp i glaset man ska fylla för att det ska vara fyllt till 70%. Hjälp restaurangen!

(0/1/3)