

Samtliga Flexfredagsuppgifter i Ma2c

Vt25

Flexfredag 1-9

Sorterade efter uppgiftsnivå

E-uppgifter – Notera att vissa uppgifter hade gett C-poäng

1. Lös ekvationssystemen med en algebraisk metod bekräfta sedan din lösning grafiskt med geogebra.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 15 \\ 4y - 2x = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

2. Observera lådagrammet nedan. Bestäm följande

- a) Största värdet
- b) Nedre kvartil
- c) Median
- d) Variationsbredd
- e) Kvartilavstånd
- f) Kan vi avgöra medelvärde för materialet?
- g) Inom vilket intervall kommer P_{10} ligga mellan?



3. För ett normalfördelat material vet du att $\mu = 10 \text{ cm}$ samt att $\sigma = 2 \text{ cm}$.

- a) Bestäm hur stor andel av materialet som ligger mellan $8 \leq X \leq 12$
- b) Bestäm hur stor andel av materialet som ligger i intervallet $X \leq 6$

4. Du har 15 sedlar som enbart är 20-lappar och 50-lappar. Undersök om du kan ha 550 kr med de sedlarna.

5. Lös följande ekvationssystem med valfri algebraisk metod

$$\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ 4y - x = -2 \end{cases}$$

6. Utveckla följande uttryck med kvadreringsreglerna och konjugatregeln

a) $(x + 2)^2$

b) $(x - 8)(x + 8)$

c) $(2x + 1)^2$

d) $4(x + 1)^2$

7. Visa på valfritt sätt varför ekvationssystemet nedan saknar lösningar?

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 2y = -4x + 2 \end{cases}$$

8. Lös följande ekvationer

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

c) $2x^2 + 2 = 4x$

d) $(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x}) = 0$

9. För ett normalfördelat material vet du att $\mu = 10$ samt att $\sigma = 1$. Hur stor andel av materialet ligger mellan

a) $10 \leq X \leq 11$

b) $12 \leq X$

10. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2y - x = 5 \end{cases}$$

11. Utveckla och förenkla följande algebraiska uttryck

a) $(x - 7)(x + 7) - x^2$

b) $3(2x + 1)^2$

12. Lös följande ekvationer

a) $x^2 - 6x - 7 = 0$

b) $2x^2 + 4x = 0$

c) $\sqrt{2x + 3} - x = 0$

d) $x - 5x + 4 = 0$

13. Lös följande ekvationssystem

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

14. Nedan ser du ett lådagram bestäm följande

a) Medianen

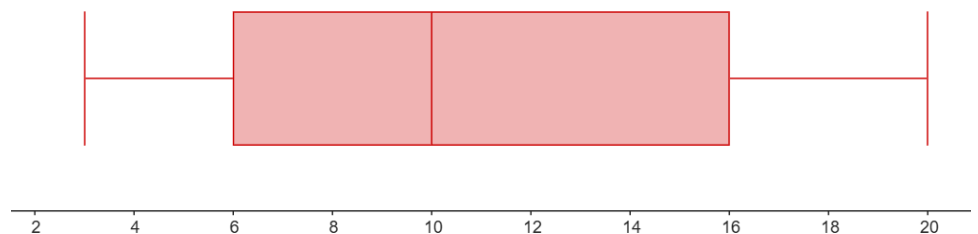
b) Nedre kvartil

c) Övre kvartil

d) P_{25}

e) Variationsbredd

f) Kvartilavstånd



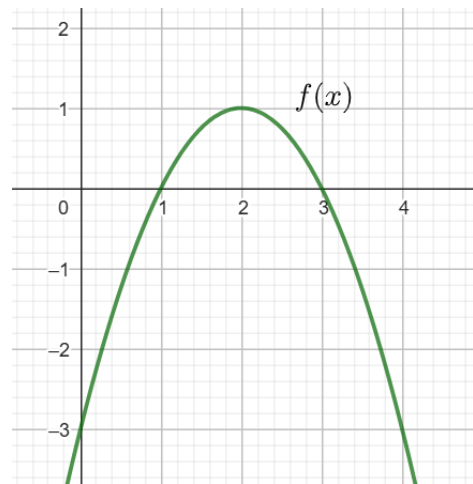
15. För ett normalfördelat material vet du att $\mu = 20$ cm samt att $\sigma = 2$ cm

- a) Hur stor andel av materialet ligger mellan 22 cm och 24 cm?
- b) Hur stor andel är större än 16 cm?
- c) Om du vet att det är ungefär 62% av materialet som ligger mellan 19 cm och 23 cm.
Hur stor andel ligger mellan 17 cm och 21 cm

16. I en affär får man köpa 2 äpplen och 3 päron för 28 kr samtidigt kan man köpa 1 päron och 5 äpplen för 31 kr. Bestäm styckpriset för respektive frukt.

17. Observera andragradsfunktionen $f(x)$ nedan. Bestäm följande

- a) Funktionens nollställen
- b) Ekvationen för funktionens symmetrilinje
- c) Funktionens extrempunkt
- d) Lös ekvationen $f(x) = 0$
- e) Lös ekvationen $f(x) = -3$
- f) Funktionen går att skriva på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$. Bestäm värdet på konstanten c samt avgör om konstanten a är större eller mindre än noll



18. Bestäm ett exakt värde på följande uttryck

- a) $\lg 0,1$
- b) $10^{\lg 4}$
- c) $\lg 2 + \lg 5$
- d) $\lg 10^{4,5}$

19. Lös följande ekvationer, svara exakt

a) $10^x = 16$

b) $3^x = 12$

c) $\lg x = -2$

d) $7^{3x} = 25$

20. Joakim undersöker torskar i två olika delar av Atlanten. I båda populationerna har torskarna medelvikten 5 kg. Däremot är standardavvikelsen för respektive population olika. Det är 2,3% chans att man plockar upp en torsk som väger 9kg eller mer. För den andra populationen är det 15,9% chans att du plockar upp en torsk som väger 9kg eller mer. Bestäm standardavvikelsen för respektive population. Anta att populationerna är normalfördelade.

21. Lös ekvationerna, svara exakt.

a) $x^2 - 4x - 5 = 0$

b) $x^5 = 15$

c) $4^x = 14$

d) $\lg x = 4$

22. En bakteriekultur med 1 000 bakterier förväntas öka med 2% varje dag framöver. Bestäm efter hur många dagar som bakteriekulturen har ökat till det dubbla.

23. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2y - 2x = 4 \end{cases}$$

24. Anpassa funktioner till följande mätvärden

y	10	13	18	25
x	0	2	4	6

a) En linjär funktion

b) En exponentiell funktion

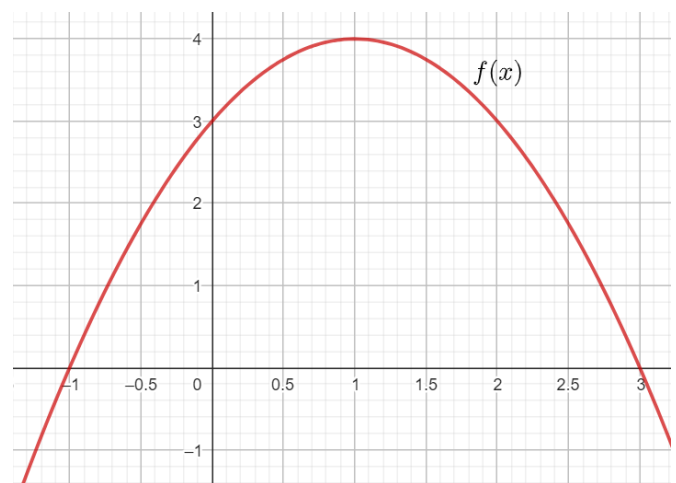
25. Koncentrationen av koldioxid (CO_2) har ökat linjärt de senaste 65 år. Nedan visas statistik kring mängden koldioxid (ppm eller miljontedelar) som finns i atmosfären.

År	1960	1970	1980	1990	2000	2010
CO_2 i atmosfären (ppm)	318	325	340	354	370	389

Vilket år beräknas det vara 500 ppm CO_2 i atmosfären?

26. Observera andragsfunctjonen $f(x)$ nedan. Bestäm följande

- Functjens nollställen
- Ekvationen för symmetilinen
- Functjens extrempunkt
- Bestäm vilket av följande functjonsuttryck som är störst $f(15)$ eller $f(-11)$

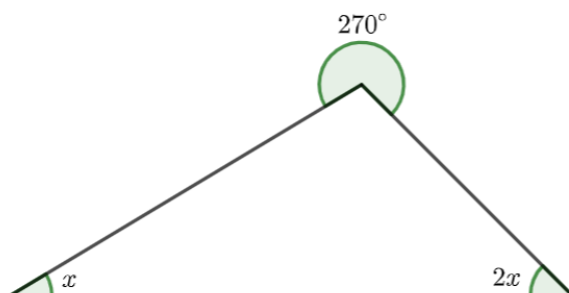


27. Joakim och hans kompis Pelle står och diskuterar ett normalfördelat material med medelvärdet 20 meter och standardavvikelsen 5 meter. Joakim påstår att vi kan veta att 15,9% av materialet kommer ligga **över** 25 meter. Visa med något matematiskt argument att Joakim har rätt.

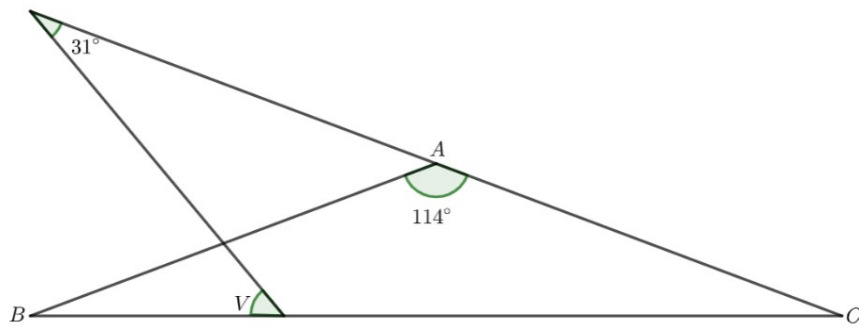
(2/0/0)

28. Lös följande geometriproblem

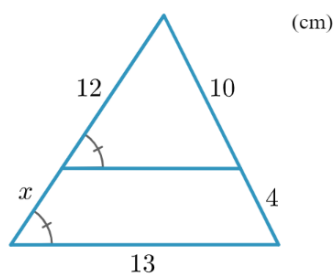
- Bestäm vinkeln x



b) Du vet att sträckan AB är lika med AC . Bestäm vinkeln V .



29. Bestäm sträckan x



30. Bestäm ett exakt värde för följande uttryck

a) $10^{\lg 31}$

b) $\lg 2 + \lg 5 + \lg 100$

c) $\lg 0,01$

31. Lös ekvationerna, svara exakt.

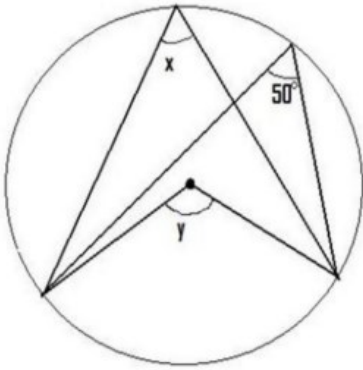
a) $5^x = 27$

b) $\lg x = 3$

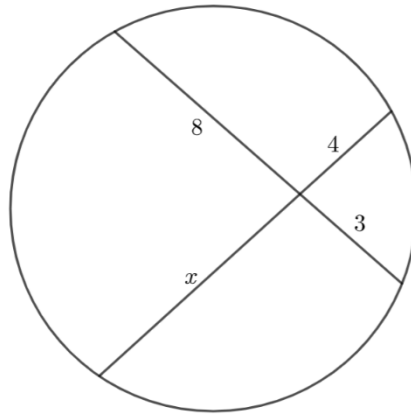
c) $10^{\lg(x+1)} + x + 24 = 10^{\lg 29}$

32. Bestäm de utmärkta vinklarna eller sträckorna

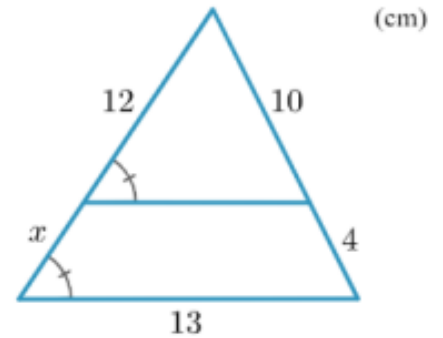
a)



b)



c)



33. Lös följande ekvationer, svara exakt

a) $x^2 - 8x + 16 = 0$

b) $4^x - 10 = 0$

c) $\sqrt{x+1} = 10$

d) $2^x + 2^x = 10$

34. Förenkla följande uttryck

a) $(x-3)^2 - 9$

b) $(2x+1)^2 - 4x$

c) $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4} - \frac{x-2}{x+2}$

35. Joakim och Astrid tittar på samma rektangel. Joakim adderar 3 av sidorna och får 20 cm och Astrid gör samma sak och får 13 cm. De blir båda fundersamma hur det kan bli så. Vilka mått har rektangeln?

36. Joakim och hans kompis Pelle står och diskuterar ett normalfördelat material med medelvärdet 20 meter och standardavvikelsen 5 meter. Joakim påstår att vi kan veta att 15,9% av materialet kommer ligga över 25 meter. Visa med något matematiskt argument att Joakim har rätt.

Facit

1. a) $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

2. a) 24

b) 3

c) 12

d) Variationsbredd = 22

e) Kvartilavståndet = 14

f) Nej. Det går inte.

g) Mellan $2 \leq P_{10} \leq 5$

3. a) Ungefär 68,2%

b) Ungdär 2,3%

4. Inte heltalslösningar – Det går alltså inte

5. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

6. a) $x^2 + 4x + 4$

b) $x^2 - 64$

c) $4x^2 + 4x + 1$

d) $4x^2 + 8x + 4$

7. De har samma k-värde, de kommer alltså aldrig skära varandra.

8. a) $x_1 = 0, x_2 = 5$

b) $x_1 = 5, x_2 = 1$

c) $x = 1$

d) $x_1 = 0, x_2 = 1$

9. a) 34,1%

b) 2,3%

10. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

11. a) -49

b) $12x^2 + 12x + 3$

12. a) $x_1 = 7, x_2 = -1$ b) $x_1 = 0, x_2 = -2$ c) $x = 3, (x = -1 \text{ är en falskrot})$

d) $x_1 = 4, x_2 = 1$

13. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

14. a) 10 b) 6 c) 16 d) 6 e) 17 f) 10

15. a) 13,6% b) 97,7% c) 62%

16. 5 kr för äpplen och 6 kr för päron

17. a) $x_1 = 1, x_2 = 3$ b) $x = 2$ c) $(2, 1)$ d) $x_1 = 1, x_2 = 3$ e) $x_1 = 0, x_2 = 4$ f) $a < 0, c = -3$

18. a) -1 b) 4 c) 1 d) 4,5

19. a) $x = \lg 16$ b) $x = \frac{\lg 12}{\lg 3}$, c) $x = 0,01$ d) $x = \frac{\lg 25}{3 \cdot \lg 7}$

20. Standardavvikelsen är 2 kg respektive 4 kg i populationerna.

21. a) $x_1 = 5, x_2 = -1$ b) $x = 15^{\frac{1}{5}}$ c) $x = \frac{\lg 14}{\lg 4}$ d) $x = 10000$

22. 35 dagar

23. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

24. a) $y = 2,5x + 9$ b) $y = 9,8 \cdot 1,17^x$

25. År 2089

26. a) $x_1 = -1, x_2 = 3$ b) $x = 1$ c) $(1, 4)$ d) $f(-11)$

27. Det stämmer, rita upp en normalfördelningskurva t.ex

28. a) $x = 30^\circ$ b) $V = 64^\circ$

29. $x = \frac{24}{5}$

30. a) 31 b) 3 c) -2

31. a) $\frac{\lg 27}{\lg 5}$ b) $x = 1000$ c) $x = 2$

32. a) $x = 50$ $y = 100$ b) $x = 6$ c) $x = 4,8$ cm

33. a) $x = 4$ b) $x = \frac{\lg 10}{\lg 4} = \frac{1}{\lg 4}$ c) $x = 99$ d) $x = \frac{\lg 5}{\lg 2}$

34. a) $x^2 - 6x$ b) $4x^2 + 1$ c) 0

35. 9 cm respective 2 cm

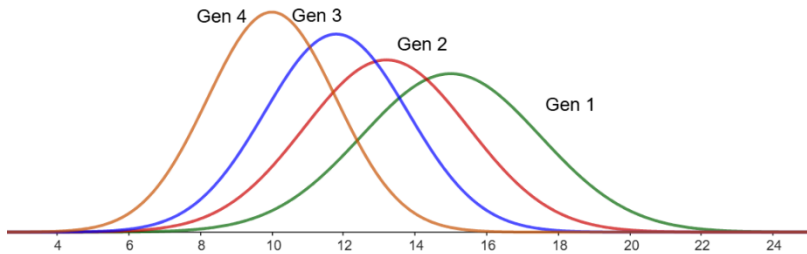
36. Visar med något argument att det stämmer, t.ex skriver upp en normalfördelningskurva

C-uppgifter

- Joakim har mätt skostorleken på alla spykister och har antagit att det är normalfördelat. Han har kommit fram till att medelvärde för materialet är storlek 40 och standardavvikelsen är 2. Anta att det finns 1200 spykister. **Geogebra på denna.**
 - Hur många spykister har en skostorlek som är större eller lika med 45?
 - Ungefär vilken skostorlek är P_{75} för materialet?
- Joakim extrajobbar på ett fik och tjänar 180 kr/h på lördagar och 210 kr/h på söndagar. En helg jobbade han 15 timmar och tjänade 2880 kr. Ställ upp ett ekvationssystem och bestäm hur många timmar Joakim jobbade respektive dag.
- Joakim påstår att det finns två tal som har följande egenskaper.
 - Summan av talen är 10
 - Differensen av talen resulterar i en tredjedel av summan av talen

Undersök om Joakim har rätt att det finns två sådana tal

4. Utifrån er statistik på torsklabben har Joakim konstruerat fyra normalfördelningskurvor. Varje kurva är definierad utifrån sin generation. Diskutera i er grupp vad som sker mellan varje generation utifrån de matematiska begreppen medelvärde och standardavvikelse.



5. För vilket värde på a saknar ekvationssystemet lösningar?

$$\begin{cases} ax + y = 12 \\ 2y - 10x - 1 = 0 \end{cases}$$

6. Bestäm värdet på p för att likheten ska stämma

$$(2x + p)(2x - p) = 4x^2 - 2$$

7. Joakim vill veta hur många procent av ett normalfördelat material som ligger inom intervallet $\mu - \sigma \leq x \leq \mu + 1,5\sigma$. Hur många procent är det?
8. Joakim gick till en teaffär. Han valde två olika tesorter där det billigare teet kostade 25 kr/hg och det dyrare 35 kr/hg. Joakim köpte totalt 9 hg och betalade 255 kr. Hur mycket fick han betala för respektive tesort?
9. Om du vet att $a^2 - b^2 = 75$ samt att $a + b = 25$. Bestäm då differensen $a - b$
10. Joakim vill ta reda på vad det kostar att åka med Taxilund. Han vet att företaget har en startkostnad och ett km-pris. Han hittar två gamla kvitton där det står att han på den ena resan åkte 7 km för ett pris av 450 kr och en annan resa som han åkte 13 km med en kostnad på 750 kr. Bestäm vilket startpris och km-pris Taxilund har.

11. Joakim har tagit hjälp av ett städföretag vid två tillfällen. Joakim vill veta hur mycket det kostar för en timmes städning respektive en timmes fönsterputs. Han tittade tillbaka på två mail från företaget för att kunna räkna ut det. Hjälp Joakim bestämma priserna

Ämne	Kostnad för hushållsarbete v. 42
Hej Joakim,	
Vi har utfört följande arbete i din bostad.	
• 3,5 timmar städning • 1,2 timmar fönsterputs	
Den totala kostnaden för arbetet blev 1115 kr.	
Du kan betala via vår hemsida.	
Mvh Hushållsarbetaren AB	

Ämne	Kostnad för hushållsarbete v. 46
Hej Joakim,	
Vi har utfört följande arbete i din bostad.	
• 4,8 timmar städning • 2 timmar fönsterputs	
Den totala kostnaden för arbetet blev 1600 kr.	
Du kan betala via vår hemsida.	
Mvh Hushållsarbetaren AB	

12. I en rätvinklig triangel är den längsta kateten 2 cm längre än den kortaste. Hypotenusan är dubbelt så lång som den kortaste kateten. Bestäm exakt den kortaste katetens längd.

13. Ett normalfördelat material med vikt är standardavvikelsen 20% av medelvärdet. Det 2,3% tyngsta delen av materialet väger 40 kg. Bestäm medelvärdet och standardavvikelsen för materialet.

14. Observera följande ekvation $x^2 - ax + 16$. För vilka värden på a har ekvationen enbart en lösning?

15. Förenkla följande uttryck med hjälp av faktorisering

a) $\frac{x^2-6x+9}{x-3} - x$ b) $\frac{2x^2-200}{2x+20} + 10$ c) $\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$

16. Flynn-effekten är ett fenomen som visar på att mänsklighetens IQ går uppåt med tiden. Man har kunnat sett att vår genomsnittliga IQ har ökat linjärt med 17 poäng mellan 1950 och 2000. Om vi antar att IQ i normalfördelat, medelvärdet var 100 poäng 1950 samt att standardavvikelsen är 15 poäng. Vilket år kommer de 2,3% från 1950 med högst IQ vara medel enligt Flynn-effekten?

17. Joakim har undersökt två datainsamlingar för skidåkare. Där den ena undersökningen A tittade på vilket placering skidåkarna fick i världscupen i förhållande till träningsstimmar de lagt ner. Den andra undersökningen B undersökte världscupsplaceringen utifrån hur många sjukdagar skidåkaren hade haft under året.

Joakim fick fram att undersökning A hade en korrelationskoefficient på $r = -0,872$

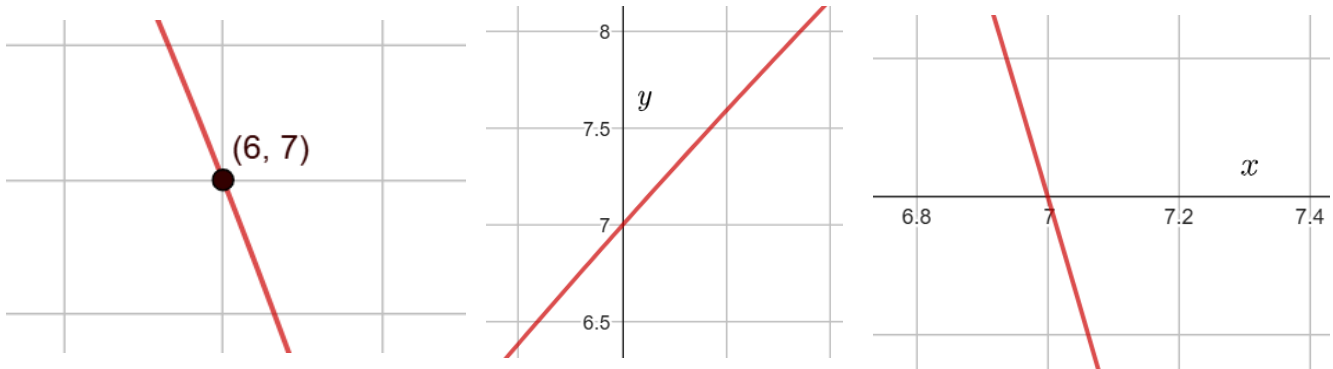
Joakim fick fram att undersökning B hade en korrelationskoefficient på $r = 0,891$

Vilket samband hade bäst korrelation?

18. Förenkla följande uttryck

$$\frac{2x^2 - 8x + 8}{x^2 - 4} - \frac{2x - 4}{x + 2}$$

19. Nedan ser du 3 bilder på delar av en andragradsfunktion på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$. Bestäm en annan exakt punkt på grafen. Motivera. Ingen referering till Geogebra på denna uppgiften.



20. Hicks lag är en lag inom psykologin som visar på hur lång tid det tar för oss att ta ett beslut beroende på hur många alternativ vi har. Hicks lag för enklare beslut går att beskriva på följande sätt

$$R = 7,68 \cdot \lg(n)$$

där R är tiden i sekunder det tar för att ta ett beslut och n är antalet valbara möjligheter. Bestäm hur många valalternativ man har om ens beslutstid är 10 sekunder.

21. Joakim har fört statistik över hur höga träd är i hans favoritskog. Höjden på träden är normalfördelade och Joakim kunde notera att 2010 var de 2,3% största träden 70 meter eller mer. Sedan har Joakim noterat medelvärdet för träden har minskat med 3% varje år samtidigt som standardavvikelsen minskat med 4% varje år. 2020 var de 2,3% största träden 50 meter eller mer. Bestäm medelvärdet och standardavvikelsen för träden 2010.
22. För en andragsgradsfunktion på formen $ax^2 + bx + c$ vet du att den går igenom punkterna $(4, 0)$ och har en maximipunkt i $(2, 4)$. Bestäm konstanterna a , b och c för funktionen. **Lös uppgiften både med regressionsanalys och algebraiskt.**
23. Några psykologer undersökte Na24b:s förmåga att komma ihåg vad Joakim hade lärt dem i kursen Matematik 2c. De kom fram med följande funktion

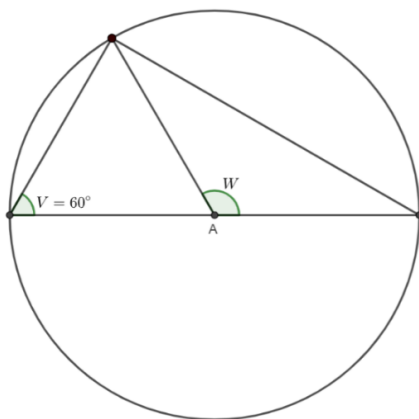
$$P(t) = 100 - 20 \cdot \lg(t + 1)$$

Där $P(t)$ är procenten av kursen de kommer ihåg från dagen de avslutar kursen och t är antalet dagar från kursslut. Bestäm hur lång tid det beräknas ta innan ni har glömt 50% av kursen.

24. Lös ekvationen

$$2 - \sqrt{x} = x$$

25. Nedan visas en cirkel med medelpunkten A . Bestäm vinkeln W



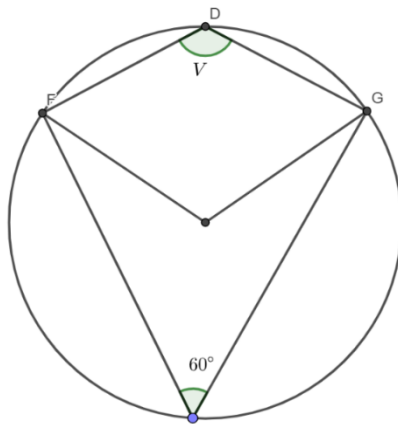
26. Joakim vill förbättra tiden han springer en km på. Just nu springer han på 6 minuter och enligt hans prognos kommer hans km-tid $T(t)$ minska efter t träningstimmar enligt funktionen

$$T(t) = 6 - 0,73 \cdot \lg(t + 1)$$

Joakim vill veta hur många träningstimmar han måste lägga ner för att få ner sin km-tid till 4 minuter. Hjälp honom bestämma det.



27. Bestäm vinkeln V



28. Sätt ut ett närmevärde på tallinjen till följande logaritmiska uttryck **Redovisa**

- a) $\lg 201 + \lg 51$
b) $\lg 2157 - \lg 212$



29. Vi definierar funktionen $f(x) = x^2 - 3x + 4$

Lös ekvationen $f(\sqrt{x}) = 2$

Facit

1. a) 7 Personer
b) Ungefär storlek 41
2. 9 timmar på lördagen och 6 timmar på söndagen
3. Det finns sådana tal nämligen $\frac{10}{3}$ och $\frac{20}{3}$.
4. Medelvärdet minskar för varje generation samt att standardavvikelsen minskar. Vilket gör att fiskarna blir mer lika varandra efter varje generation.
5. $a = -5$
6. $p = \pm\sqrt{2}$
7. Använd geogebra. Svar: Ungefär 77,5%
8. 6 gram av det billigare och 3 gram av det dyrare.
9. $a - b = 3$
10. Km-kostnad: 50 kr och startkostnad: 100 kr
11. Städning: 250 kr/timme, fönsterputs: 200 kr/timme
12. Kortaste kateten är $1 + \sqrt{3}$ (Notera att vi kan utesluta $1 - \sqrt{3}$ eftersom den är negativ)
13. $\mu = 28,57$, $\sigma = 5,7$
14. $a = \pm 8$
15. a) -3 b) x c) $\sqrt{x} - 1$
16. År 2038
17. B hade bäst korrelation eftersom det låg närmare 1 än A gjorde till -1.
18. 0
19. $(-1, 0)$

20. Ungefär 20 alternativ

21. Medelvärde är 47,68 meter och standardavvikelsen är 11,15 meter

$$22. f(x) = -x^2 + 4x$$

23. Ungefär 315 dagar

24. $x = 1$ glöm inte att undersöka falskrot

$$25. W = 120^\circ$$

26. Ungefär 548 timmar

$$27. V = 120^\circ$$

$$28. a) \approx 4 \quad b) \approx 1$$

$$29. x_1 = 4 \quad x_2 = 1$$

A-uppgifter

1. I en generation torskar, som är normalfördelade med medelvärdet μ och standardavvikelsen σ vägde de 2,3 procent tyngsta torskarna minst 10 kg. I nästa generation halverades medelvärdet samtidigt som standardavvikelsen minskade med 30%. De största 2,3 procenten av fiskarna vägde nu minst 5.5 kg.
 - a) Ställ upp ett ekvationssystem som kan användas för att bestämma μ och σ
 - b) Lös ditt ekvationssystem
2. För att komma in på det prestigefyllda universitetet Joakimvard kan man göra ett inträdesprov i matematik. År 2023 skrev 10 000 personer provet. Medelvärdet för alla som skrev var 600 poäng. Standardavvikelsen för provresultatet var 59 poäng. För att komma in på universitetet krävs 750 poäng. Hur många personer kom in på universitetet 2023? Anta att provresultatet är normalfördelat.
3. Joakim och Astrid är ute och vandrar i fjällen. Efter ett antal dagar börjar de klaga på varandra. Joakim säger: om du ger mig 10 kg av din vikt så bär jag dubbelt så mycket som du Astrid. Astrid svarar: vad klagar du över? Om du ger mig 10 kg av din vikt kommer jag bära 3 gånger så mycket som du.

Hur mycket väger Joakims respektive Astrids packning innan de börjar byta?

4. Bestäm med hjälp av något matematiskt argument vilket av följande uttryck som är störst

a) $20123^2 + 40246 + 1$ b) $20126^2 - 40252 + 1$ c) $20124^2 - 1$

5. Observera näringsintaget för dryck **A** och dryck **B** nedan. DRI står för dagligt rekommenderat intag av vitaminen.

Dryck **A** – 1 deciliter ger följande intag

Vitamin	Mängd	DRI (procent)
B12	0,3 mikrogram	2,5%
C	0	0%
D	1 mikrogram	1%

Dryck **B** – 1 deciliter ger följande intag

Vitamin	Mängd	DRI (procent)
B12	0,15 mikrogram	1,25%
C	25 milligram	33%
D	5 mikrogram	5%

Ställ upp ett ekvationssystem med tydliga definitioner vars lösning är hur mycket Joakim bör dricka av varje dryck för att få i sig exakt 50% av DRI av båda vitaminerna **B12** och **D**. **Notera:** du behöver inte lösa ekvationssystemet bara ställa upp det.

6. Bestäm konstanterna a , b och c för följande likhet

$$a(bx + c)^2 = 12x^2 + 60x + 75$$

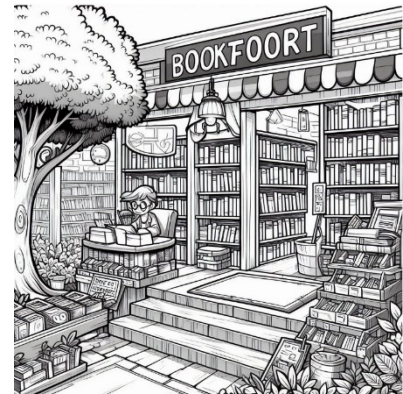
7. Bestäm produkten $x \cdot y$ om $x + y = 9$ samt att $x^2 + y^2 = 53$

8. Joakim som bor i Lund ska åka med sin trimmade EPA-traktor till en stad som ligger 120 km från Lund. När han skulle åka tillbaka var det vägarbete längs med vägen och Joakim tvingades åka i snitt 10 km/h långsammare och hela resan tog 1 timme längre än ditvägen. Med vilken snitthastighet åkte Joakim till staden på ditvägen?

9. Visa a alltid måste vara ett kvadrattal för att följande likhet ska stämma.

$$\frac{(n+1)(n+2)}{k} + \frac{n+2}{k} - \frac{a}{k} = 0$$

10. Joakim driver en bokhandel där alla böcker kostar lika mycket. Joakim har insett om han sänker priset på böckerna med 10 kr kommer en person som köper böcker för 1200 kr kunna köpa 4 böcker fler för samma pris som originalpriset. Bestäm priset på böckerna idag.

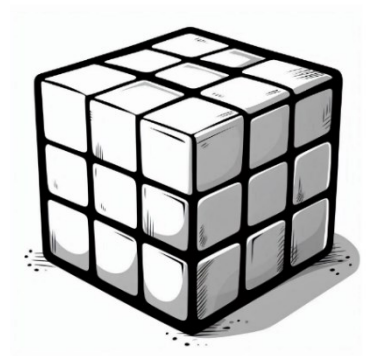


11. I en butik köper Joakim ett rep för 60 kr. En annan butik säljer samma typ av rep men där är repet 1 kr dyrare per meter. Om Joakim hade handlat i den andra butiken hade han fått ett 2 meter kortare rep för 60 kr. Bestäm mycket det kortare repet kostade. Prövning godtas inte.

12. För en andragsgradsfunktion vet du att $f(1 + a) = f(1 - a)$ för alla a . Du vet också funktionen har ett extremvärde i $y = 2$. Bestäm funktionens extrempunkt.

13. Tiden det tar att lösa en Rubriks kub $T(n)$ går att beskriva med funktionen $T(n) = T_0 - k \cdot \lg(n + 1)$ där T_0 är tiden det tar utan träning och n är antalet Rubriks kub man har löst och konstanten k är hur lätt man lär sig.

För Joakim tar det utan träning 50 minuter att lösa en Rubriks kub. Det tog honom 15 kuber att komma ner till 40 minuter. Hur många kuber måste han lösa för att halvera sin ursprungstid?



14. Joakim har ett bageri som säljer semlor. Han har bara haft problem med att sätta pris på semlorna. Han anställde då en matematiker som skulle titta på försäljningsstatistiken och har kommit fram till det bästa priset för att maximera vinsten.

- a) Matematikern tog fram funktionen $V(p) = -0,1p^2 + 8p - 70$ där $V(p)$ beskriver vinsten i tusen kr beroende på vilket pris p Joakim sätter på semlorna. Vilken är den maximala vinsten Joakim kan få ut?

- b) Joakim skrev tillbaka till matematikern och frågade hur han fick fram funktionen. Matematikern svarade då med följande mail:

Ämne: Min matematiska funktion

Hej Joakim,

Vinstfunktionen borde följa en andragradsfunktion.

Jag noterade att det kostade dig 70 tusen att producera semlorna.

Jag noterade också att om du satte priset 20 kr per semla skulle du tjäna 50 tusen och att den maximala vinsten nåddes vid 40 kr.

Sen var det ganska lätt att ta fram funktionen.

Mvh Matematikern.

Visa hur matematikern fick fram sin funktion. Kom ihåg att bara utgå från informationen matematikern utgick ifrån i mailet. **Redovisa**

15. Lös följande ekvationssystem

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 2 \\ 10^{\lg x} + 10^{\lg y} = 29 \end{cases}$$

16. Lös ekvationen $4^x = (3^x + 2^x)(3^x - 2^x)$. Svara exakt.

17. Bestäm $f(4)$ om $f(x + y) = x^2 + 2xy + y^2$

18. Joakim har öppnat ett stånd där han säljer champinjoner. Joakim har gjort en analys av försäljningen av sina champinjoner. Om Joakim sänker sitt kilopris på champinjoner med 5 kr kommer han sälja för 10 tusen kr. Om han däremot höjer priset på sina champinjoner med 7 kr kommer hälften så många kg champinjoner säljas i förhållande till sänkningen med 5 kr och då kommer försäljningen resultera i 8 tusen kr.

Bestäm vilket kilopris Joakim har satt på sina champinjoner?

19. I en sjö med mycket föroreningar trivs torsken jättebra samtidigt som mörtan mår väldigt dåligt. 2023 finns det 15 000 torskar i sjön och 30 000 mörtar. Man räknar med att mörtan kommer minska med 5% varje år samtidigt som torsken kommer växa med 8% varje år. Efter hur många år kommer det finnas tre gånger så många torskar som mörtar i sjön?



20. Richterskalan är ett sätt att mäta hur kraftig en jordbävning är. Forskaren Richter formulerade följande modell: $M = \frac{2}{3}(\lg E - K)$ där M är magnituden och E är energin som frigörs samt K är en konstant. Lös ut E ur formeln.



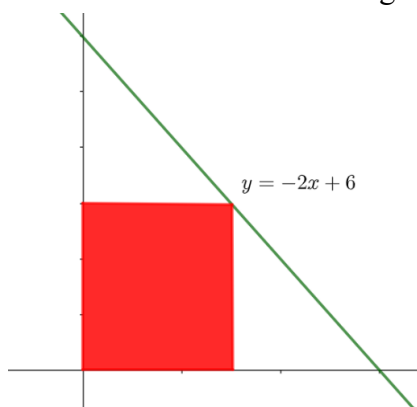
21. Fiskpopulationen i en sjö i centrala Skåne avgörs av vattenkvaliteten i sjön. ISQA är ett index på hur bra vattenkvaliteten är där 100 är perfekt och 0 är sämst. En iktyolog har sammanställt data för hur fiskpopulationen påverkas av vattenkvaliteten samt miljövetare har tagit fram hur vattenkvaliteten i sjön förväntas minska över tid.

Bestäm vilket år fiskpopulationen har halverats i förhållande till 2024 års population. Anta att fiskarna avtar exponentiellt utifrån ISQA-index samt att ISQA-index avtar linjärt med tiden. **Redovisa**

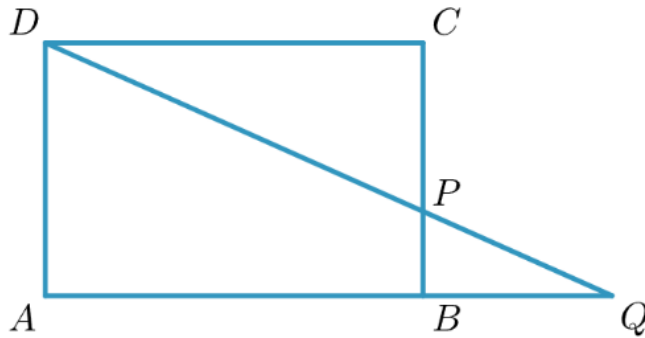
Fiskar (tusental)	85	72	50	37	22
ISQA-index	100	90	70	50	20

ISQA-index	93	87	80	74	67
År	2010	2013	2017	2020	2024

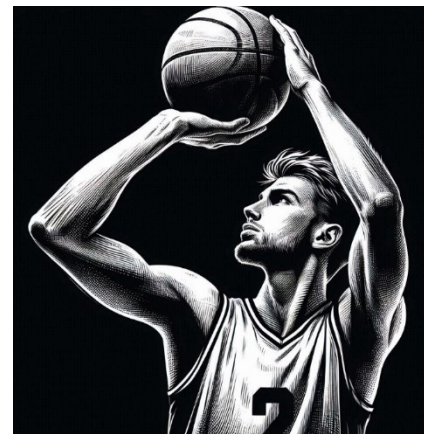
22. Under grafen till den räta linjen $y = -2x + 6$ placeras en rektangel. Rektangeln har ett hörn i origo och ett annat hörn som tangerar grafen till den räta linjen. Vilket är den maximala arean som rektangeln kan anta? Tips konstruera en areafunktion.



23. Figuren visar rektangeln $ABCD$ med en punkt P på sidan BC . När sträckorna DP och AB förlängs skär de varandra i punkten Q . Bestäm värdet på förhållandet $\frac{AB}{AQ}$ om $BP = a$ och $PC = 3a$.



24. En basketspelare ska kasta ett straffkast. I ett straffkast i basket står du 4,6 meter från korgen som sitter 3 meter upp från marken och ska få bollen i korgen på ett kast. En basketspelare som är 2 meter lång kastar ett straffkast. Bollen lämnar spelaren 2 meter över marken och han träffar korgen. Bollen når sin maxhöjd efter att den färdats 3,6 meter längst med marken. Hur högt blev kastet? Anta att kastet kan beskrivas som en andragsgradsfunktion.

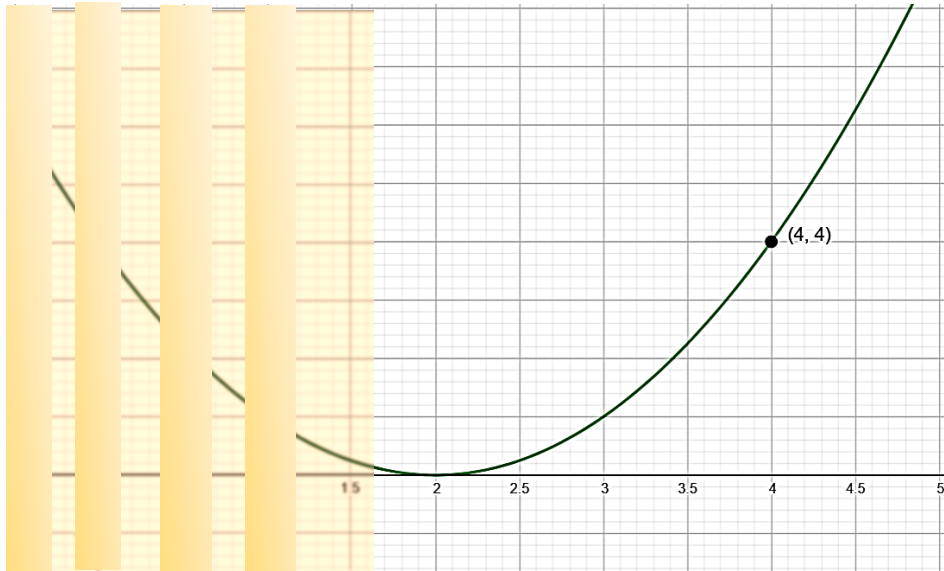


25. Joakim löser ekvationen $2\lg x - \lg 4x + \lg 3 = 0$ på följande sätt

$$\begin{aligned} 2\lg x - \lg 4x + \lg 3 &= 0 \\ \lg x^2 - \lg 4x + \lg 3 &= 0 \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ x &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 3} \\ x &= 2 \pm 1 \\ x_1 &= 3 \quad x_2 = 1 \\ \text{Svar: } x_1 &= 3, x_2 = 1 \end{aligned}$$

- a) När han sedan testat sina lösningar visar det sig att de inte stämmer. Vilket misstag har Joakim gjort?
- b) Lös ekvationen korrekt.

26. Joakim tittar på en funktion på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$ på sin dator. Tyvärr har hans skärm blivit skadad och kan inte visa hela grafen till funktionen. Joakim kan se följande och vill bestämma funktionsekvationen. Hjälp honom göra det. *Notera att han bara kan använda algebra för att göra det.*



27. Bestäm det exakta värdet för uttrycket $\lg x^2 + \lg y^2$ om du vet att $x \cdot y = 10^4$

28. Lös ekvationen $x(x - 451) + 2(x - 451) = 0$

29. Joakim står målvakt i laget Jideströms FF. Under en match slår han en utspark, det innebär att han lägger bollen i gräset och sparkar iväg den så långt som han kan. Bollen har en maxhöjd på 9 meter och når 60 meter. Joachim spelar också i Jideströms FF, han står 52 meter från punkten där Joakim sparkar ut sin utspark. Joachim har ambitionen att nicka vidare bollen. Joachim är 1,8 meter och kan hoppa 1,2 meter upp i luften. Kommer Joachim nå Joakims utspark med sitt huvud? Utsparken kan beskrivas som en andragradsfunktion. **Redovisa**



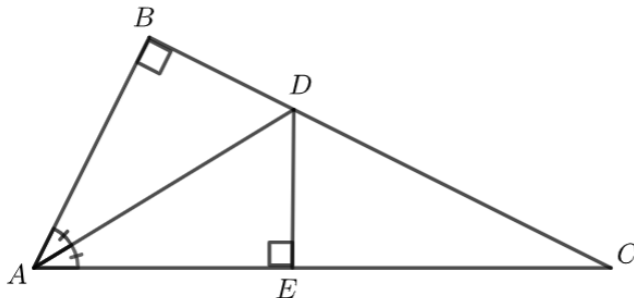
30. Bestäm det exakta värdet på följande uttryck

$$10^{\frac{\lg 16}{\lg 100}}$$

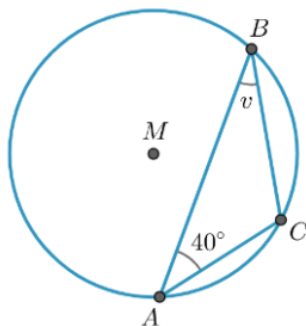
31. Joakim har bytt jobb och är numera potatisodlare i Peru och ska sälja hela sitt förråd med potatis. Han har den här veckan 150 ton potatis i sitt förråd och resonerar kring hur han kan maximera sin vinst på potatisförsäljningen. Idag kan han sälja potatisen för 920 kr/ton och han vet att priset på potatis kommer gå upp med 40kr/vecka. Samtidigt vet Joakim av erfarenhet att hans potatis i förrådet blir sämre desto mer tiden går vilket resulterar i att 2,5 ton potatis blir osäljbar varje vecka. Hur länge ska han vänta innan han säljer sin potatis för att maximera vinsten?



32. För figuren nedan vet du att $DE = 3$ och att $AD = 5$. Bestäm sträckan CD .



33. För en andragsgradsfunktion vet du att den har nollställena i $x_1 = 4 + \sqrt{13}$ samt i $x_2 = -\sqrt{13}$. Bestäm för vilket x -värde har funktionen sin extrempunkt. Svar:
34. Bestäm det kortaste avståndet mellan origo och den räta linjen $y = 10 - 2x$
35. Triangeln ABC är inskriven i en cirkel men den går inte igenom medelpunkten M. Däremot är sträckan AC lika stor som radien. Bestäm vinkeln v

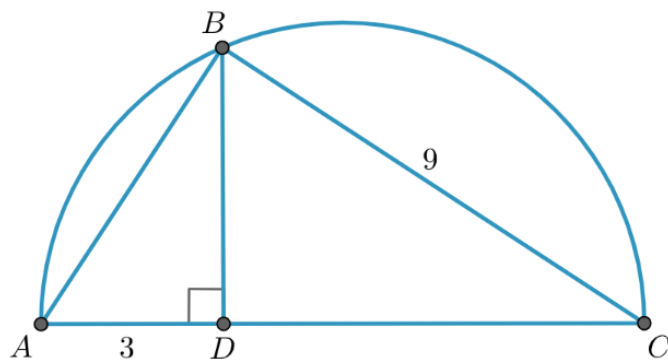


36. Lös ekvationen $\lg(x^2 - 4x + 10^{4,32}) = 4,32$

37. Joakim har ett 10 meter långt snöre. Av det snöret ska han klippa sönder det och av de två bitarna ska han skapa en cirkel och en kvadrat. Dessa två geometriska figurer kommer sedan ha en sammanlagd area (arean av cirkeln adderat med arean för kvadraten). Hur ska Joakim klippa snöret för att den sammanlagda arean ska bli så liten som möjligt?

38. Funktionen $f(x) = ax^2 + a^2x + 2$ är definierad. a är en konstant och funktionen har enbart ett nollställe. Bestäm $f(1)$.

39. Bestäm radien i cirkeln om samtliga sträckor är i längdenheter



Facit

1.
$$\begin{cases} \mu + 2\sigma = 10 \\ \frac{\mu}{2} + 1,4\sigma = 5,5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \mu = 7,5 \\ \sigma = 1,25 \end{cases}$$

2. Ungefär 55 personer kommer in på Joakimvard

3. Astrid bär 26 kg och Joakim 22 kg

4. b) är störst. Applicera kvadreringsreglerna

5.

$$\begin{aligned} x &= \text{mängden av dröck A} \\ y &= \text{mängden av dröck B} \end{aligned} \quad \begin{cases} 0,025x + 0,0125y = 0,5 \\ 0,01x + 0,05y = 0,5 \end{cases}$$

eller: $\begin{cases} 0,3x + 0,15y = 6 \\ x + 5y = 50 \end{cases}$

6. $a = 3, b = 2, c = 5$

7. $x \cdot y = 14$

8. 40 km/h

9. Lös ut a och använd sedan kvadreringsreglerna

10. 60 kr

11. 12 kr

12. (1, 2)

13. 1028 kuber

14. a) 90 tusen b) Modellera utifrån texten, ställ upp ett ekvationssystem eller regressionsanalys

15. $\begin{cases} x = 25 \\ y = 4 \end{cases}$ eller $\begin{cases} x = 4 \\ y = 25 \end{cases}$

16. $x = \frac{\lg 2}{\lg\left(\frac{3}{4}\right)}$

17. $f(4) = 16$

18. Kilopriset är 25kr

19. Ungefär 14 år

20. $E = 10^{\frac{3}{2}M+K}$

21. 2046 (kan variera beroende på noggrannhet med decimaler.

22. Den maximala arean är $9/2$ areaenheter

23. $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$

24. Svar: 3,08 meter

25. a) Han kan inte bara stryka lg när samtliga termer har lg i sig. Det går inte. b) $x = \frac{4}{3}$

$$26. f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$27. \lg x^2 + \lg y^2 = 8$$

$$28. x_1 = -2 \quad x_2 = 451$$

29. Han når tyvärr inte.

$$30. 10^{\frac{\lg 16}{\lg 100}} = 4$$

31. Efter 18,5 veckor får han maximal vinst

$$32. CD \approx 10,7$$

33. Symmetrilinje i $x = 2$

34. Svar: $\sqrt{20}$ längdenheter

$$35. v = 30^\circ$$

$$36. x_1 = 0, x_2 = 4$$

37. Han ska klippa av snöret så att 5,6 cm går till kvadraten och 4,4 cm går till cirkeln

$$38. f(1) = 8$$

$$39. r = \frac{3 + \sqrt{333}}{4} \approx 5,31 \text{ längdenheter}$$