

Övningsprov 1 – Ma2c

1. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $5x^2 + 15x = 0$

c) $(x + 4)(2x - 1) = 0$

d) $(x + 4)^2 = 9$

e) $x^2 - \frac{x}{4} - \frac{3}{4} = 0$

f) $2x^2 - 6x - 10 = x^2 - 2x - 5$

(4/1/0)

2. Utveckla följande uttryck

a) $(x + 2)^2 - 4x$

b) $(2x - 2)^2$

c) $\left(\frac{x}{2} - 9\right)^2$

d) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$

(2/1/0)

3. Lös ekvationssystemen

a)
$$\begin{cases} 2x + 4y = 18 \\ -3x + 3y = -9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 3x \end{cases}$$

(4/0/0)

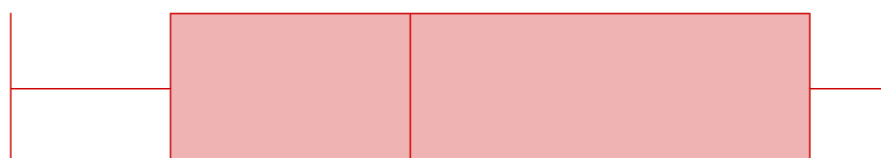
4. Bestäm följande för lådagrammet nedan

a) P_{50}

b) Q_3

c) Variationsbredd

d) Kvartilavståndet



(4/0/0)

5. För ett normalfördelat material är 50% av materialet större än 20 cm och 50% av materialet är mindre än 20 cm. Ungefär 2,3% är också mindre än 14 cm. Bestäm hur många procent av mätdatan som är större än 23 cm.

(0/2/0)

6. Joakim har gjort ett löfte med sin son inför sonens matteprov. Joakim sa att för varje rätt du får kommer du få 5 kr för varje fel får du böta 8 kr (lätt omoraliskt). Provet innehöll 26 uppgifter och när Joakims son fick tillbaka provet fick han inga pengar och slapp betala något. Hur många rätt fick sonen?

(0/2/0)

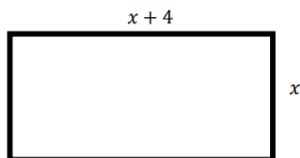
7. Förenkla följande uttryck

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

b) $\frac{x^4-1}{(x-1)(x+1)}$

c) $\frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3} - \frac{x^2+x}{x^2-1}$ (2/3/1)

8. Nedan ser du en rektangel. Vilken eller vilka möjliga tal på x kan anta om vi vet att arean av triangeln är 12 areaenheter



(1/2/0)

9.

- a) Konstruera ett ekvationssystem som har lösningen $x = 4$ och $y = -2$

- b) Joakim är lite förvirrad och undrar lösningen innebär? Förklara för Joakim vad lösningen betyder algebraiskt för ditt ekvationssystem och grafiskt för ditt ekvationssystem

(3/0/0)

10. Lös ekvationerna med hjälp av faktorisering

a) $2x^2 + 8x + 8 = 0$

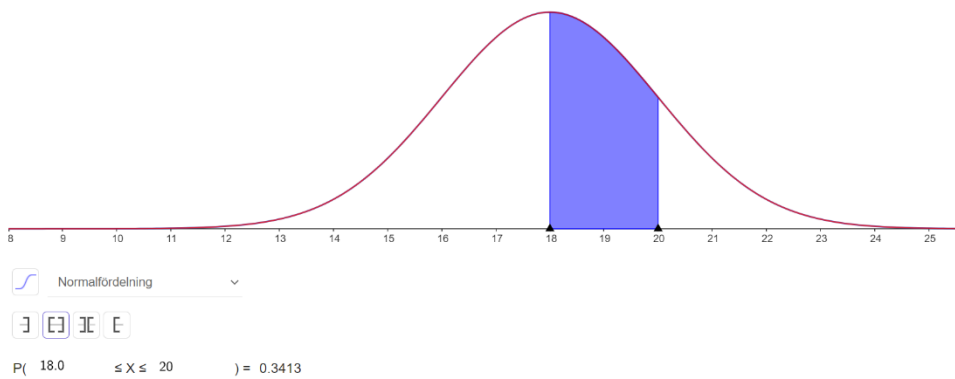
b) $\frac{8x^2 - 32}{4x - 8} = 6$

(2/2/0)

11.

a) Bestäm standardavvikelsen för det normalfördelade materialet

b) Hur stor procent av det normalfördelade materialet är mindre än 14?



(1/1/0)

12. Två på varandra följande heltal kvadrerade har summan 265. Bestäm vilka tal som har sådan egenskap.

(0/2/0)

13. Lös rotekvationerna

a) $\sqrt{2x + 8} = 2x - 4$

b) $\sqrt{x + 9} - \sqrt{x} - 1 = 0$

(0/3/1)

14. För vilket värde på c har följande ekvation enbart en lösning

$$x^2 + 2cx + 4c - 4 = 0$$

(0/0/2)

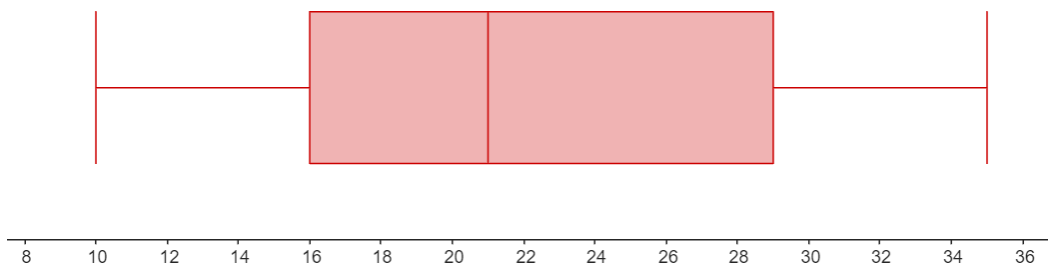
15. Ett företag tillverkar matlådor för studenter. Matlådorna vikt är normalfördelade och har standardavvikelsen 30 gram. I en undersökning av matlådorna noterade man att ungefär 82% av matlådorna innehåll mellan 470 gram och 560 gram. Undersök vilket/vilka medelvärden matlådorna kan ha. Utgå från hela standardavvikelser.

(0/2/1)

16. Nedan ser du ett lådagram som representerar en mängd data, bestäm inom vilket intervall följande ligger inom

a) P_{65}

b) $P_{80} - P_{55}$



(0/2/1)

17. Bestäm med hjälp av något matematiskt argument vilket av följande uttryck som är störst

20123² + 40246 + 1

b) 20126² - 40252 + 1

c) 20124² - 1

(0/1/1)

18. Bestäm $A^2 - B^2$ om $A = 1234^x + 1234^{-x}$ och $B = 1234^x - 1234^{-x}$

(0/0/2)

19. Vi ställer upp följande ekvationssystem där p är en konstant.

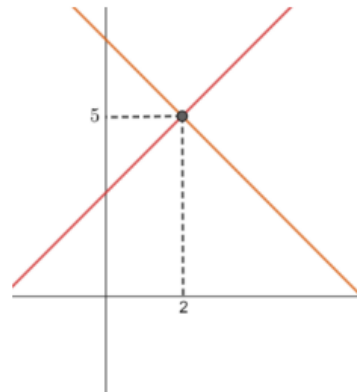
$$\begin{cases} p^2x - y = 12 \\ 4px + y = -5 \end{cases}$$

För vilket/vilka värden på p saknar ekvationssystemet lösningar?

(0/1/1)

20. Följande ekvationssystem har lösningen som visas i koordinatsystemet. Bestäm konstanterna a och b

$$\begin{cases} 2ax + 3by = 46 \\ ay - 5bx = 0 \end{cases}$$



(0/1/1)

21. I Joakimsköping ska man snart rösta. Det finns flera partier men två av dem Gladpartiet och Snällpartiet har följande situation: Om 10 procentenheter av rösterna går från Gladpartiet till Snällpartiet kommer Snällpartiet vara två gånger så stort som Gladpartiet. Samtidigt om 10 procentenheter av rösterna går från Snällpartiet till Gladpartiet kommer Gladpartiet vara tre gånger så stort som Snällpartiet. Hur många procent av rösterna har respektive parti?

(0/0/2)

22. Joakim som bor i Lund ska åka med sin trimmade EPA-traktor till en stad som ligger 120 km från Lund. När han skulle åka tillbaka var det vägarbete längs med vägen och Joakim tvingades åka i snitt 10 km/h långsammare och hela resan tog 1 timme längre än ditvägen. Med vilken snitthastighet åkte Joakim till staden på ditvägen?

(0/0/2)

Lösungen Übungssproy 1.

1. a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ PQ

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{4}$$

$$= 3 \pm 2$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = 1$$

b) $5x^2 + 15x = 0$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -3$$

d) $(x+4)^2 = 9$

$$x+4 = \pm 3$$

$$x_1 = -4+3 = -1 \quad x_2 = -3-4 = -7$$

c) $(x+4)(2x-1) = 0$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

Nur für Parenthesen
null!

e) $x^2 - \frac{x}{4} - \frac{3}{4} = 0$

$$x = \frac{\frac{1}{4}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{4}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{48}{64}} = \frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{49}{64}}$$

$$= \frac{1}{8} \pm \frac{7}{8} \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -\frac{3}{4}$$

2. a) $(x+2)^2 - 4x$

$$x^2 + 4x + 4 - 4x = x^2 + 4$$

b) $(2x-2)^2 =$

$$= 4x^2 - 8x + 4$$

f) $2x^2 - 6x - 10 = x^2 - 2x - 5$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{4+5}$$

$$= 2 \pm 3 \quad x_1 = 5 \quad x_2 = -1$$

c) $\left(\frac{x}{2} - 9\right)^2 = \frac{x^2}{4} - 9x + 81$

d) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y$
konjugiert!

$$3. a) \quad \begin{array}{l} 2x + 4y = 18 \quad \textcircled{I} \\ -3x + 3y = -9 \quad \textcircled{II} \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{I} \quad 2x + 4y = 18 \\ x = 9 - 2y \end{array}$$

$$\textcircled{II} \quad -3x + 3y = -9$$

$$-3(9 - 2y) + 3y = -9$$

$$-27 + 6y + 3y = -9$$

$$9y = 18$$

$$y = 2$$

$$\text{Svar: } \begin{array}{l} y = 2 \\ x = 5 \end{array}$$

$$\textcircled{I} \quad x = 9 - 2y$$

$$x = 9 - 4 = 5$$

$$b) \quad \begin{cases} 3x + y = 10 \quad \textcircled{I} \\ 2x + 3y = 3x \quad \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad \begin{array}{l} 3x + y = 10 \\ y = 10 - 3x \end{array}$$

$$\textcircled{II} \quad 2x + 3y = 3x$$

$$2x + 3(10 - 3x) = 3x$$

$$2x + 30 - 9x = 3x$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

$$y = 10 - 3x$$

$$= 10 - 3 \cdot 3 = 1$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

4 a) P_{50} = Percentil 50 = median $P_{50} = 15$

b) $Q_3 = P_{75}$ = övre kvartil $Q_3 = 20$

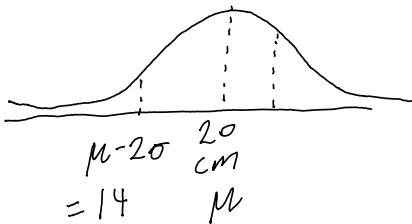
c) variationsbredd: största värde - minsta värde:

$$21 - 10 = 11 \quad \text{Svar: } 11$$

d) kvartilavstånd: övre kvartil - Nedre kvartil

$$20 - 12 = 8 \quad \text{Svar: } 8$$

5.



$$\mu - 2\sigma = 14, \quad \mu = 20$$

$$20 - 2\sigma = 14$$

$$2\sigma = 6 \quad \sigma = 3 \text{ cm}$$

Standardavvikelsen: 3 cm

23 Bliir då $\mu + \sigma$ värdet utgör $13,6 + 2,3 =$

$$= 15,9 \quad \text{Svar: } 15,9\%$$

6. 26 frågor Antalet rätta: x
Antalet fel: y

$$\begin{cases} x+y=26 & \textcircled{I} \\ 5x-8y=0 & \textcircled{II} \end{cases}$$

pengar för rätta
pengar för fel

$$\textcircled{I} \quad x+y=26$$

$$x=26-y$$

$$\textcircled{II} \quad 5x-8y=0$$

$$5(26-y)-8y=0$$

$$130-5y-8y=0$$

$$13y=130$$

$$y=10$$

$$x=26-y$$

$$x=26-10=16$$

Svar: 16 rätta, 10 fel.

7. a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} = \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{x+2}$
Invadring

konjugat

$$b) \frac{x^4-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = x^2+1$$

$$c) \frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3} - \frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{\cancel{3}(x^2+2x+1)}{\cancel{3}(x^2-1)} - \frac{x^2+x}{x^2-1}$$

$$\frac{\cancel{3}(x^2+2x+1)}{\cancel{3}(x^2-1)} - \frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{(x+1)}{(x-1)} - \frac{x}{(x-1)} = \frac{1}{(x-1)}$$

g. Area av en rektangel: basen \cdot höjden

area av rektangeln

$$x(x+4) = 12$$

$$x^2 + 4x = 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12}$$

$$= -2 \pm \sqrt{4+12}$$

$$= -2 \pm 4 \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = -6$$

Svari x måste vara
2 eftersom för vi en
negativ ströcker!

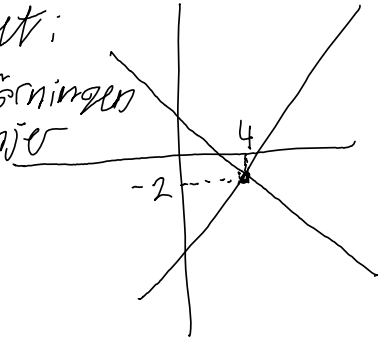
$$x = 2$$

9. a) t.ex $\begin{cases} x+y = 2 \\ x-y = 6 \end{cases}$

b) om vi sätter in $x=4$
och $y=-2$ i ekvationerna
för vi samma svar!

Gravfikt:

Det är skärningen
mellan linjer



$$10 \text{ a)} \quad 2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$2(x+2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

Enbart en
lösning

$$b) \quad \frac{8x^2 - 32}{4x - 8} =$$

$$= \frac{8(x^2 - 4)}{4(x-2)} = \frac{8(x+2)(x-2)}{4(x-2)}$$

$$= 2x + 4 = 6$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

11. a) Notera hur stor
del som är markerad.

Det är $\approx 34,13\%$

Det innebär att $\mu + \sigma = 20$

och $\mu = 18$ $\sigma = 2$

b) 14 är då $\mu - 2\sigma$

vilket ger att $2,3\%$
är mindre än 14

12. $x, x+1 \leftarrow$ Två på varandra följande heltal

$$x^2 + (x+1)^2 = 265$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 265$$

$$2x^2 + 2x - 264 = 0$$

$$x^2 + x - 132 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 132}$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{528}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{529}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{23}{2}$$

$$x_1 = 11 \quad x_2 = -12$$

Svar: talparen är 11, 12 och -12, -11

$$13. a) \sqrt{2x+8} = 2x-4 \quad \text{Inadriga!}$$

$$2x+8 = (2x-4)^2$$

$$2x+8 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$4x^2 - 18x + 8 = 0$$

$$x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

$$x = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 - 2}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - \frac{32}{16}}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4}$$

$$x_1 = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

Undersök falskrot!

$$x=4 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 4 + 8} = 2 \cdot 4 - 4 \\ \sqrt{16} = 4 \quad \text{Stämmer}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2 + 8} \neq \frac{1}{2} \cdot 1 - 4$$

Stämmer inte! falskrot!

$$b) \sqrt{x+9} - \sqrt{x-1} = 0$$

$$\sqrt{x+9} = \sqrt{x-1} \quad \text{Inadriga!}$$

$$x+9 = (\sqrt{x-1})^2$$

$$x+9 = x-2\sqrt{x-1}+1$$

$$8 = 2\sqrt{x-1}$$

$$4 = \sqrt{x-1}$$

$$x = 16 \quad \text{Svar: } x = 16$$

Ingen falskrot!

$$14. x^2 + 2cx + 4c - 4$$

$$x = \frac{-2c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2c}{2}\right)^2 - (4c-4)}$$

$$= -c \pm \sqrt{\underbrace{c^2 - 4c + 4}_{=0}} \quad \text{om enbart en lösning}$$

$$c^2 - 4c + 4 = 0$$

$$c = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$$

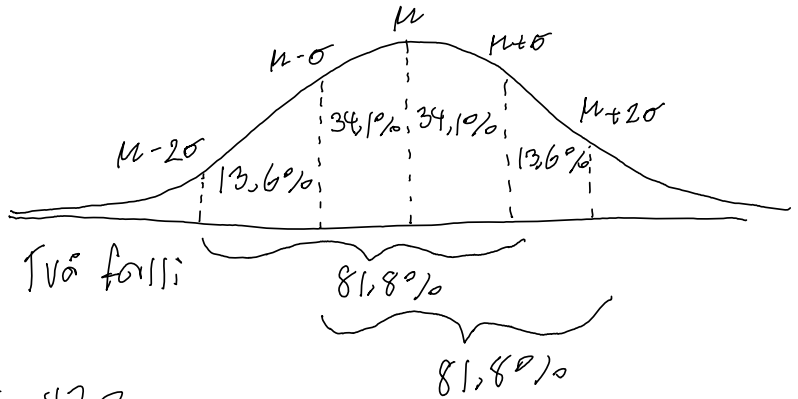
$$= 2 \pm \sqrt{0}$$

$$c = 4$$

$$\text{Svar: } c = 4$$

15. Standardomvikelse $= \sigma = 30$ g

82%



Fall 1: $\mu - 2\sigma = 470$

$$\mu - 2 \cdot 30 = 470$$

$$\mu = 530$$

Fall 2: $\mu - \sigma = 470$

$$\mu - 30 = 470$$

$$\mu = 500$$

Svar: Exempel: $\mu = 530$
eller $\mu = 500$

16. a) P_{65} ligger mellan P_{50} och P_{75} men P_{50} och P_{75} kan vara inkluderade Svar: $21 \leq P_{65} \leq 29$

b) ~~Är~~ största möjliga värdet: P_{80} kan vara som störst: 35, P_{55} kan som minst vara 21

$$\text{Största värdet: } 35 - 21 = 14$$

Minsta möjliga värdet: Minsta $P_{80} = 29$, största P_{55}

$$29 \text{ minsta } 29 - 29 \text{ svar: } \boxed{0 \leq P_{80} - P_{55} \leq 14}$$

17. a) $20123^2 + 40246 + 1 = (20123+1)^2 = (20124)^2$ Enligt

b) $20126^2 - 40252 + 1 = (20126-1)^2 = (20125)^2$ Kvadreringsregler

c) $20124^2 - 1 = (20124+1)(20124-1) = (20125) \cdot (20123)$

Svari b) är störst!

18. $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ Sätt in A och B i parenteser

$$(A-B)(A+B) = (234^x + 234^{-x} - (234^x - 234^{-x})) (234^x + 234^x + 234^{-x} - 234^{-x})$$

$$(2 \cdot 234^{-x}) (2 \cdot 234^x) = 4 \cdot 234^{-x} \cdot 234^x = 4 \cdot 234^{x-x} = 4 \cdot 234^0$$

$$= 4 \quad \text{svari 4}$$

19. Linjerna måste ha samma

k-värde för att ekvationssystemet

ska ha oändligt många lösningar, skriv på

k-form! $y = p^2x - 12$

$$y = -4px - 5$$

$$p^2 = -4p$$

$$p_1 = 0$$

$$p^2 + 4p = 0$$

$$p_2 = -4$$

$$p(p+4) = 0$$

20. $\begin{cases} 2ax + 3by = 46 \\ ay - 5bx = 0 \end{cases}$ lösningar $x=2$ $y=5$ sätter in i ekvationer

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 \cdot a + 3 \cdot 5b &= 46 \\ 5a - 5 \cdot 2b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4a + 15b = 46 & \text{I} \\ 5a - 10b = 0 & \text{II} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 5a - 10b &= 0 \\ 5a &= 10b \\ a &= 2b \\ a &= 2 \cdot 2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 4a + 15b &= 46 \\ 8b + 15b &= 46 \\ 23b &= 46 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

Svar: $b=2$
 $a=4$

21) $x =$ Småpartiet $y =$ Gladpartiet

Ekvationssystem: $\begin{cases} 2(y-10) = x+10 & \text{I} \\ 3(x-10) = y+10 & \text{II} \end{cases}$

$$\text{I} \quad 2y - 20 = x + 10 \quad \text{II} \quad 3(x-10) = y + 10$$

$$x = 2y - 30$$

$$3(2y - 30 - 10) = y + 10$$

$$x = 26 \cdot 2 - 30 = 22$$

$$\begin{aligned} 6y - 120 &= y + 10 \\ 5y &= 130 \\ y &= 26 \end{aligned}$$

Svar: Småpartiet har 22%
Gladpartiet har 26%

15 lösning 1:

$$S = v \cdot t$$

$$t = \frac{S}{v} \quad S = 120$$

Tiden för första

reson $t_1 = \frac{120}{v}$

för andra reson

$$t_2 = \frac{120}{v-10}$$

Differensen mellan

dessas är 1

$$\frac{120}{v-10} - \frac{120}{v} = 1$$

multiplera med respektive
nämnare

$$120v - 120(v-10) = v(v-10)$$

$$120v - 120v + 1200 = v^2 - 10v$$

$$v^2 - 10v - 1200 = 0 \quad p q$$

$$v = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 1200}$$

$$= 5 \pm \sqrt{1225}$$

$$= 5 \pm 35$$

negativ
lösning

$$v_1 = 40 \quad (v_2 = -30)$$

lösning 2

$$S = v \cdot t \quad S = 120$$

Första reson

$$120 = v \cdot t$$

Andra reson

$$120 = (v-10)(t+1)$$

Lös följande ekvationssystem gratis
eller algebraiskt

$$\begin{cases} 120 = v \cdot t & \text{I} \\ 120 = (v-10) \cdot (t+1) & \text{II} \end{cases} \quad \text{I} \quad t = \frac{120}{v}$$

$$120 = 120 + v - \frac{1200}{v} - 10$$

$$v - \frac{1200}{v} - 10 = 0 \quad \text{multiplera allt med } v$$

$$v^2 - 1200 - 10v = 0$$

$$v^2 - 10v - 1200 = 0 \quad p q$$

$$v = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 1200}$$

$$= 5 \pm \sqrt{1225}$$

$$= 5 \pm 35$$

negativ
lösning

$$v_1 = 40 \quad (v_2 = -30)$$