

# Polynomdivisioner av högre grad

Om vi inkluderar komplexa lösningar för Polynom-divisioner kommer divisionen ha lika många komplexa lösningar som graden på polynomet. (En komplex rot kan också vara reell)

För Polynom-divisioner där  $n \geq 2$  och samtliga koefficienter är reella till exempel  $x^2+ax+b=0$  kommer följande samband uppstå: Om  $z=a+bi$  är en lösning till divisionen kommer även den konjugerade (konjugatet)  $\bar{z}=a-bi$  vara en lösning till divisionen

Ex) Divisionen  $x^3-2x^2+x-2=0$  har en lösning som är  $x=2$ . Lös divisionen fullständigt.

Liggande stolen

$$\begin{array}{r} x^2+1 \\ \hline x^3-2x^2+x-2 \quad | \quad x-2 \\ -(x^3-2x^2) \quad \quad \quad x^2(x-2)=x^3-2x^2 \\ \hline \quad \quad \quad x-2 \quad \quad \quad 1(x-2)=x-2 \\ \quad \quad \quad -(x-2) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Vi får  $x^2+1=0$

$$\begin{aligned} x^2 &= -1 \\ x &= \pm i \end{aligned}$$

Ex) För en funktion

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$$

vet du att  $f(1)=0$ , lös divisionen  $f(x)=0$  fullständigt

Vi vet då att  $(x-1)$  delar polynomet. Vi vill ta fram de andra lösningarna

Vi använder Polynomdivision

$$\begin{array}{r} x^2+4x-5 \\ \hline x^3+3x^2-9x+5 \quad | \quad x-1 \\ -(x^3-x^2) \quad \quad \quad x^2(x-1)=x^3-x^2 \\ \hline \quad \quad \quad 4x^2-9x+5 \quad \quad \quad 4x(x-1)=4x^2-4x \\ \quad \quad \quad -(4x^2-4x) \quad \quad \quad -5(x-1)=-5x+5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad -5x+5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad -(-5x+5) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Vi vill då lösa  $x^2+4x-5=0$

$$\begin{aligned} x &= -2 \pm \sqrt{2^2+5} \\ &= -2 \pm \sqrt{9} \quad x_1 = -2+3=1 \quad x_2 = -2-3=-5 \end{aligned}$$

Vi får lösningarna  $x_{1,2}=1 \quad x_2=5$

Ex) Undersök om polynomet  $P(x) = x^5 + a^4x^4 - x^3 + a^2x^2 + x + 1$  är delbart med  $x-1$  för något reellt värde på konstanten  $a$ .

Vi vet att  $P(1)=0$  om det ska vara delbart med  $x-1$

$$P(1) = 1 + a^4 - 1 + a^2 + 1 + 1 = a^4 + a^2 + 2 = 0$$

$$a^4 + a^2 = -2$$

Det finns inga reella lösningar till den divisionen alltså finns det inga reella  $a$  för vilket polynomet är delbart med  $x-1$