

## Övningsprov 2 – Grundläggande uppgifter

1. Lös ekvationerna, svara exakt

a)  $x^2 - 4x = 0$

b)  $x^2 - 2x - 15 = 0$

c)  $x^5 = 10$

d)  $10^x = 14$

e)  $5^x = 15$

f)  $x^2 + 6x = 16$

2. Bestäm ett exakt värde på följande uttryck

a)  $\lg 10$

b)  $\lg 1000$

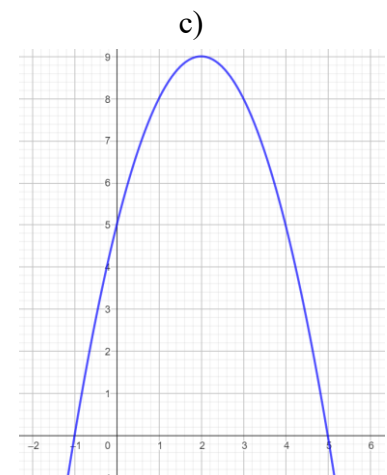
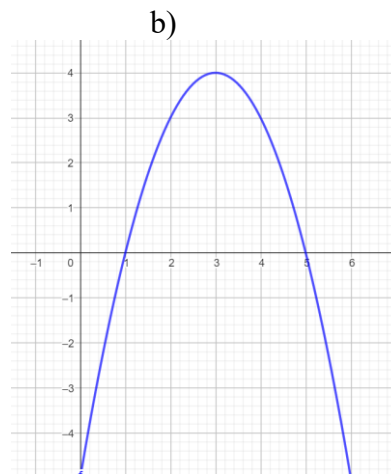
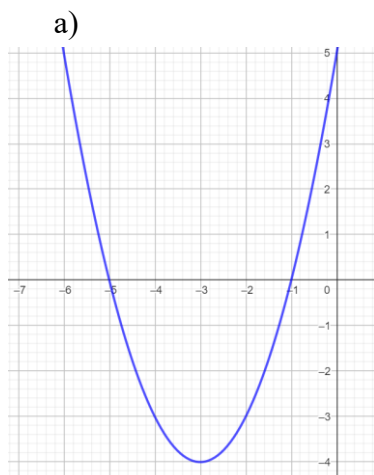
c)  $10^{\lg 13}$

d)  $10^{\lg 2,7}$

3. Lös ekvationssystemet  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$

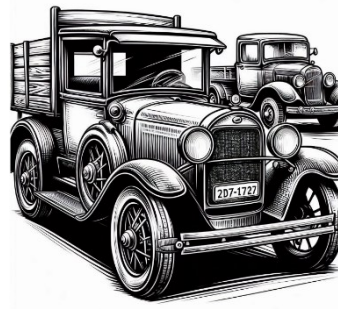
4. Nedan är tre funktioner som går att skriva på formen  $y = ax^2 + bx + c$ .

Bestäm ekvationen för symmetrilinjen, nollställena och extremvärde för följande funktioner



5. För en andragsradsfunktion vet du att den har ett nollställe i  $x = 2$  och symmetrilinjen i  $x = -1$ . Bestäm det andra nollstället för funktionen

6. En bils värde är 2024 100 000 kr. Bilens värde förväntas minska med 7% varje år framöver. Efter hur många år har bilens värde minskat till 75 000. Svara i hela år.



7. a) Anpassa en linjär funktion till följande mätvärden

$x$	0	1	2	3	4
$y$	5	9	11	14	18

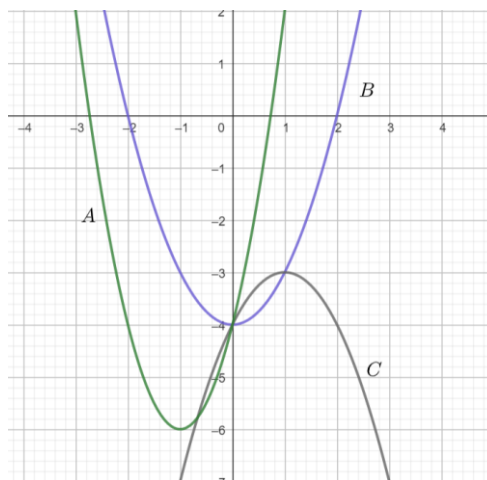
b) Anpassa en andragsradsfunktion till följande mätvärden

$x$	-3	-1	1
$y$	0	-4	0

8. En andragsradsfunktion på formen  $f(x) = ax^2 + bx + c$  har en maximipunkt i punkten  $(2, 5)$  bestäm om  $a$  är större eller mindre än 0.

9. Para ihop följande funktioner med graferna  $A, B, C$

- $f(x) = x^2 - 4$
- $g(x) = -x^2 + 2x - 4$
- $h(x) = 2x^2 + 4x - 4$



10. Bestäm funktionernas nollställen symmetrilinje och extremvärde

$$f(x) = x^2 - 8x - 9$$

11. Astrid menar att Joakim gör fel när han skriver upp lösningen till följande ekvation  $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 8}$$

Förklara vad Joakim gör för fel och lös ekvationen rätt

12. Joakim kastar en boll som i en rörelse av en parabel. Joakim observerar att bollrörelsen kan beskrivas med funktionen  $f(x) = -0,1x^2 + 2x + 2,1$  där  $f(x)$  är höjden på bollen och  $x$  är längden som bollen färdas.

- Hur högt ovanför marken lämnar bollen Joakims hand?
- Hur långt färdas bollen?

**Tips: använd geogebra**

13. Lös ekvationen  $3^{2x} = 10$ . Svara exakt och med ett närmevärde på 2 decimaler.

14. Joakim undersök korrelationen under två undersökningar med mätvärden. Han hittar att den ena undersökningen  $A$  hade en  $r$ -värde på  $0,7$  och den andra  $B$  hade ett  $r$ -värde på  $-0,77$ . Bestäm vilken undersökning som hade bäst korrelation.

15. För en andragsgradsfunktion vet du att den har symmetrilinjen  $x = 4$ . Du vet dessutom att funktionen har följande samband  $f(a) = f(b)$ . Bestäm  $a$  och  $b$  för att likheten ska stämma.  
**Notera:** det kommer finnas oändligt många men välj noga.

16. För vilket värde på  $n$  får vi följande likhet  $lg(n) = 4$

17. Andragsgradsfunktionen  $f(x) = x^2 - 2bx + 10$  går igenom punkten  $(2, 5)$ . Bestäm talet  $b$ .

18. Du vet att  $lg2 = 0,3$ . Bestäm ett exakt värde på  $lg2^3$ . **Tips:** använd logaritmlagarna.

19. Värdet på en bostad ökade i värde från  $1,3$  miljoner till  $1,5$  miljoner på  $7$  år. Bestäm den genomsnittliga förändringsfaktorn per år.

20. Joakim har planerat en solros som växer väldigt snabbt. Han har tagit mätvärden för hur den växer och vill veta hur den förväntas växa framöver. Solrosen är idag  $1,6$  meter. Hur lång förväntas den vara om  $2$  månader om den växer linjärt?

Tid (månader)	0	1	2	3
Längd (meter)	0,3	0,55	1,1	1,6

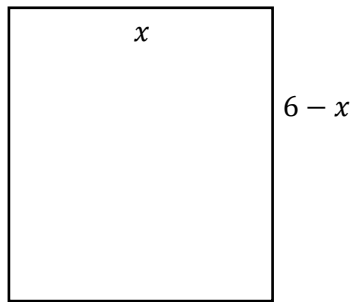


21. En andragsgradsfunktion har följande egenskaper

- Nollställena i  $x = 2$  och  $x = 10$
- Största värdet för funktionen är  $20$ .

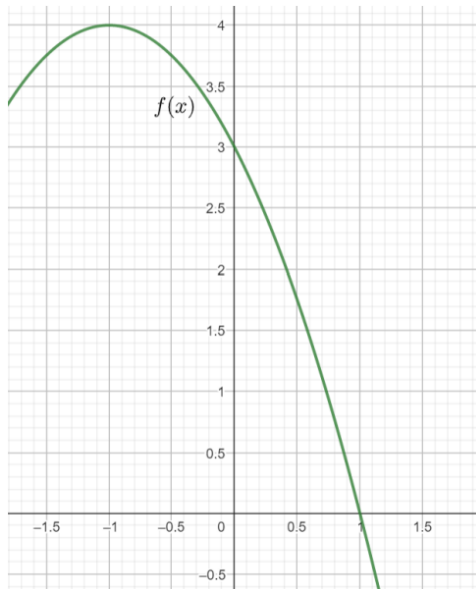
- Bestäm funktionens symmetrilinje
- Bestäm koordinaterna för funktionens maximipunkt

22. Joakim påstår arean för den här rektangeln förändras beroende på vilket  $x$  man sätter in. Bestäm för vilket  $x$  rektangeln blir så stor som möjligt.



23. Nedan ser du en del av en andragradsfunktion på formen  $f(x) = ax^2 + bx + c$

- Bestäm konstanten  $c$
- Bestäm samtliga lösningar till ekvationen  $f(x) = 0$
- Förklara varför ekvationen  $f(x) = 5$  saknar lösningar



24. Joakim har ställt upp en lösning med  $pq$ -formeln där  $a$  är ett okänt tal.

$$x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + a}$$

- Ge ett exempel på talet  $a$  för att ekvationen ska sakna lösningar.
  - En ekvation har lösningarna  $x = -1$  och  $x = 5$ . Bestäm talet  $a$ .
  - Bestäm ekvationen på formen  $x^2 + px + q = 0$  om vi får lösningarna i b)
25. Joakim påstår att han vet att  $\lg 792$  är större än 2 men mindre än 3. Hur kan han veta det?

26. Lös ekvationen  $\frac{x^2}{2} + 2x - 6 = 0$

27. Visa att följande funktion enbart har ett nollställe  $f(x) = x^2 - 4x + 4$

# Lösningsskrifning Övningsprov 2 Grund

1. a)  $x^2 - 4x = 0$   
 $x(x-4) = 0$   
 $x_1 = 0 \quad x_2 = 4$

b)  $x^2 - 2x - 15 = 0$   
 $x = 1 \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 15}$   
 $= 1 \pm \sqrt{16}$   
 $= 1 \pm 4$   
 $x_1 = 5 \quad x_2 = -3$

c)  $x^5 = 10$   
 $(x^5)^{\frac{1}{5}} = 10^{\frac{1}{5}}$   
 $x = 10^{\frac{1}{5}}$

d)  $10^x = 14$   
 $x = \lg 14$

e)  $5^x = 15$   
 $\lg 5^x = \lg 15$   
 $x \cdot \lg 5 = \lg 15$   
 $x = \frac{\lg 15}{\lg 5}$

$\downarrow$   $x^2 + 6x = 16$   
 $x^2 + 6x - 16 = 0$   
 $x = -3 \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 16}$   
 $= -3 \pm \sqrt{25}$   
 $= -3 \pm 5 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -8$

2. a)  $\lg 10 = 1$     b)  $\lg 1000$     c)  $10^{\lg 13} = 13$     d)  $10^{\lg 2,7} = 2,7$

3.  $\begin{cases} x+y=5 & \text{I} \\ 2x+3y=13 & \text{II} \end{cases}$   
 $\begin{cases} \text{I} & x=5-y \\ \text{II} & 2(5-y)+3y=13 \end{cases}$

$\nearrow$   $10 - 2y + 3y = 13$   
 $10 + y = 13 \quad y = 3$   
 $x = 5 - 3$   
 $x = 2 \quad \text{Svar: } y = 3$

4. a) Symmetrilinje:  $x = -3$   
 Nullstellen  $x_1 = -5 \quad x_2 = -1$   
 Extremvärde:  $y = -4$

c) Symmetrilinje:  $x = 2$   
 Nullstellen  $x_1 = -1 \quad x_2 = 5$   
 Extremvärde:  $y = 9$

b) Symmetrilinje:  $x = 3$   
 Nullstellen  $x_1 = 1 \quad x_2 = 5$   
 Extremvärde:  $y = 1$

5.  $x = -4$  Tänk symmetri!

$$6. 10000 \cdot 0,93^x = 75000$$

$$0,93^x = \frac{75000}{100000} = 0,75$$

$$0,93^x = 0,75$$

$$\lg 0,93^x = \lg 0,75$$

$$x \cdot \lg 0,93 = \lg 0,75$$

$$x = \frac{\lg 0,75}{\lg 0,93} \approx 4$$

Svari 4 år

7. a) Använd regressionsanalys

$$y = 3,1x + 5,2$$

$$b) y = x^2 + 2x - 3$$

8.  $a$  är mindre än  $n$ !  $a < 0$   
(ledsen man)

9. 1-B 2-C 3-A

$$10. f(x) = x^2 - 8x - 9$$

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0 \quad \text{Symmetrilinje!}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 9}$$

$$= 4 \pm \sqrt{25}$$

$$= 4 \pm 5$$

$$x_1 = 9 \quad x_2 = -1$$

rotlöslinjen

$$f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 - 9 = -25$$

Extremvärde!

14. Undersökning B

Det är närmare -1

än A är 1

11. Han har inte gjort teckenbytet!

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$$

$$= 1 \pm \sqrt{9} \quad x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

12. a) 2,1 meter

b) 21 meter

$$13. 3^{2x} = 10$$

$$\lg 3^{2x} = \lg 10$$

$$2x \cdot \lg 3 = \lg 10$$

$$x = \frac{\lg 10}{2 \cdot \lg 3} \approx 1,05$$

15. I ill exempel  $a=1$  och  $b=7$ . Det måste vara  
linor långt mellan  $a$  och symmetrilinjen och  $b$  och  
symmetrilinjen

16.  $n=10000$  eftersom  $\lg 10000=4$

17.  $f(2)=5$       18.  $\lg 2=0,3$        $\lg 2^3=3 \cdot \lg 2=3 \cdot 0,3=0,9$

$2^2-2 \cdot 2b+10=5$       19.  $1,3 \cdot x^7=1,5$

$$4-4b+10=5$$

$$9=4b$$

$$b=\frac{9}{4}$$

$$(x^7)^{\frac{1}{7}} = \left(\frac{1,5}{1,3}\right)^{\frac{1}{7}}$$

$x=1,02$  svar: 2% ökning varje år!

20. Använd regressionsanalys. skriv värdena och ta fram  
en linjers funktion. Vi får den röda linjen  $y=0,445x+0,22$

Vi ser sedan  $y(5)=0,445 \cdot 5+0,22=2,445$

Svar: 2,445 meter

21 a)  $x=6$

b)  $(6,20)$

22. Arean:  $x(x-6)$  vi vill nu ha  
symmetrilinjen på den  $A(x)=x^2-6x$

$$A(x)=0$$

$$x^2-6x=0$$

$$x(x-6)=0$$

$x_1=0$   $x_2=6$  symmetrilinjen är då  $x=3$



23. a)  $c$  är strömmingen i  $y$   $c=3$

b)  $x_1=1$  och  $x_2=-3$  c) Funktionen maximivärde är  $y=4$ , den är alltså inte högre än  $y=4$  därav finns det ingen lösning till  $f(x)=5$

24. a)  $a$  måste vara mindre än 4 så till exempel -5

b)  $a=5$

$$c) x^2 - 4x - 5 = 0$$

25. Eftersom  $lg100=2$  och  $lg1000=3$  måste 19792 ligga däremellan

$$26. \frac{x^2}{2} + 2x - 6 = 0 \text{ multi båda sidorna med 2}$$

$$27. f(x) = x^2 - 4x + 4$$

Se att  $f(x)=0$  för nollställan

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= 2 \pm \sqrt{4-4}$$

$$= 2 \pm 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 2$$

Samma nollställor!

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12}$$

$$= -2 \pm \sqrt{16}$$

$$= -2 \pm 4 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -6$$