

## Övningsprov 2

(Notera att det finns ett övningsprov med enbart funktioner på mahifi.se)

### Del 1 – Utan miniräknare

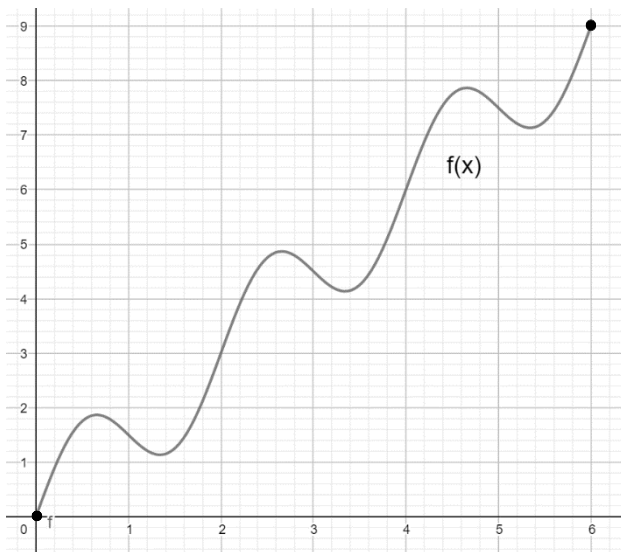
1. Vi definierar  $f(x) = 4x + 2$  bestäm följande

- a)  $f(6)$
- b)  $f(-10)$
- c)  $f(x) = -10$

(3/0/0)

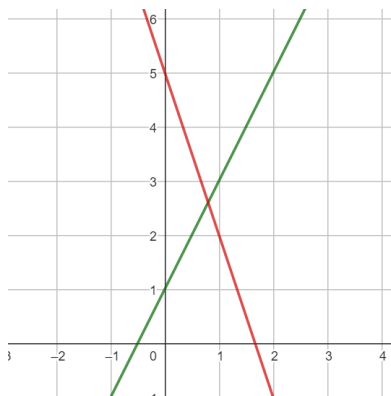
2. Nedan ser en funktion  $f(x)$ . Bestäm följande

- a)  $f(4)$
- b)  $f(x) = 3$
- c) Funktionen definitionsmängd och värdemängd
- d) För vilka  $x$  är  $f(x) > 6$



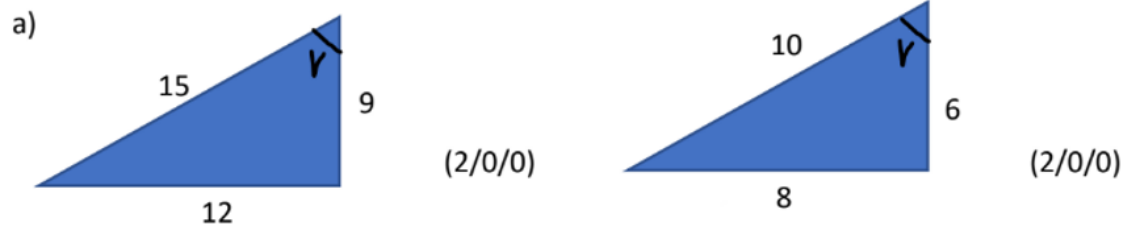
(3/1/0)

3. Bestäm ekvationen för de räta linjerna som visas i koordinatsystemet



(2/0/0)

4. Bestäm  $\sin v$ ,  $\tan v$  i den enklaste formen för de rätvinkliga trianglarna



5. Vi definierar  $f(x) = 3 \cdot 2^x$  och  $g(x) = 3 \cdot x^2$ , bestäm följande

- a)  $f(1) + g(1)$   
 b)  $f(2) - g(2)$  (2/0/0)

6. Faktorisera följande uttryck med största möjliga faktor

- a)  $x^2 + x$   
 b)  $2x^3 + 4x^2 + 8x$   
 c)  $5y^2 + 25y$  (3/0/0)

7. Bestäm sträckan mellan punkterna, svara exakt

- a)  $(1, 4)$  och  $(-2, 10)$  (2/0/0)

8. Bestäm vilka av följande räta linjer som är parallella och vilka som är vinkelräta

$y - x = 3$        $y = x - 4$        $2y + x + 3 = 0$        $y - 10 = 2x$  (2/1/0)

9. Bestäm  $\sin v + \cos v$  för den rätvinkliga triangeln



10. Skriv följande potensuttryck som en potens i en valfri bas

a)  $4^2 \cdot 2^2$

b)  $4^4 \cdot 9^2$

(1/2/0)

11. Lös ekvationerna

a)  $x^2 + 4x = 4x + 16$

b)  $(x + 1)(x - 4) = x^2$

(2/1/0)

12. Den räta linjen  $3y = -6x + 15$  har värdemängden  $-1 < y < 9$  bestäm den räta linjens definitionsmängd

(0/3 /0)

13. Funktionerna  $f(x) = 4x + 1$  och  $g(x) = -2x - 2$  är definierade. Lös ekvationen  $f(g(x)) = 1$

(0/3/0)

14. Förenkla följande uttryck med hjälp av faktorisering

$$\frac{2x^2+4x}{2+x}$$

(0/2/0)

15. Du vet att  $\cos v = \frac{3}{5}$  för en triangel. Bestäm  $\sin v$ .

(0/1/1)

16. Visa att om två räta linjer är parallella kommer deras sammansatta funktion  $f(g(x))$  alltid vara en rät linje med linjernas k-värde i kvadrat

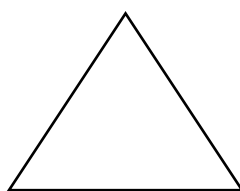
(0/1/1)

17. Skriv följande trigonometriska uttryck i storleksordning (med någon motivering)

$$\tan 5^\circ, \sin 5^\circ, \cos 5^\circ$$

(0/0/1)

18. Använd den liksidiga triangeln för att bestämma ett exakt värde på  $\cos 30^\circ$

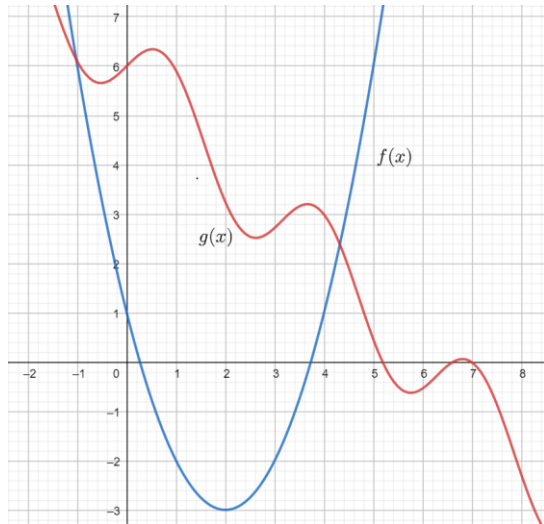


(0/0/2)

19. Observera funktionerna  $f(x)$  och  $g(x)$  nedan.

a) Funktionen  $h(x)$  definieras som  $h(x) = g(x) + f(x)$ . Bestäm  $h(4)$

b) Funktionen  $h(x)$  definieras nu som  $h(x) = f(g(x))$ . Bestäm  $h(4)$



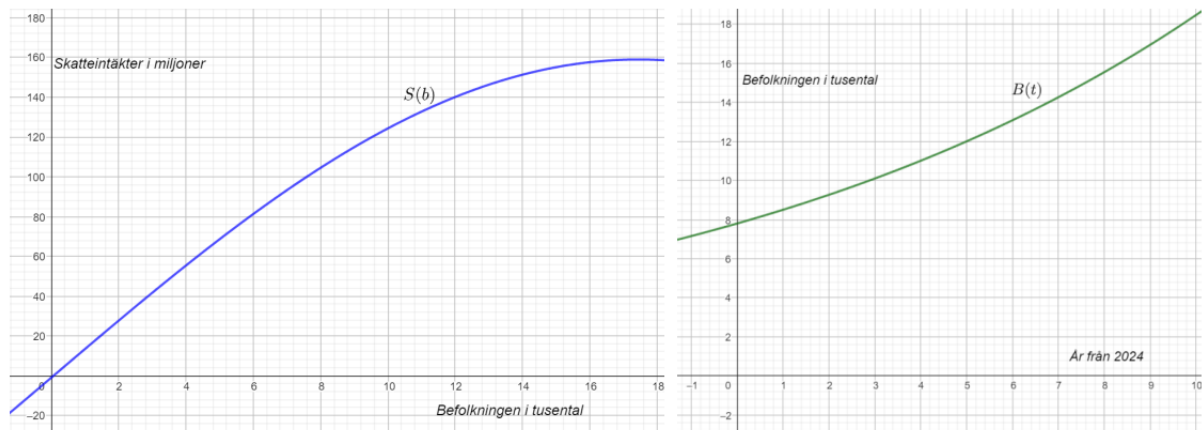
(0/0/2)

20. Joakim har tagit fram statistik för skatteintäkter och befolkningstillväxten i staden Joakimköping. Funktionen  $S(b)$  beskriver skatteintäkterna beroende på befolkningen  $b$  i staden och funktionen  $B(t)$  beskriver den förväntade befolkningen från 2024 där  $t$  är antal år från 2024.

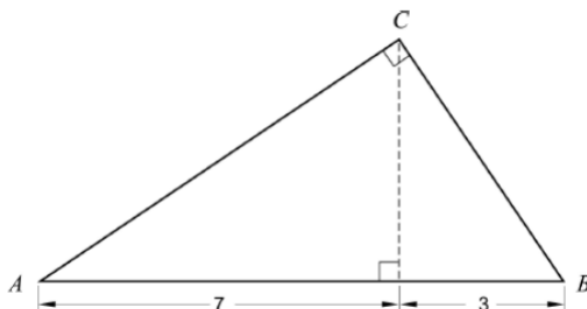
a) Tolka vad man vill ta reda på om man ställer upp ekvationen  $S(B(t)) = 140$

b) Lös ekvationen  $S(B(t)) = 140$ , du kan lösa ekvationen utan att svara på a)

(0/0/2)



21. Bestäm arean för den rätvinkliga triangeln  $ABC$ . Svara exakt.



(0/0/3)

## Del 2 – Med miniräknare och geogebra

22.  $f(x) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$  bestäm följande

a)  $f(3)$

b)  $f(-4)$

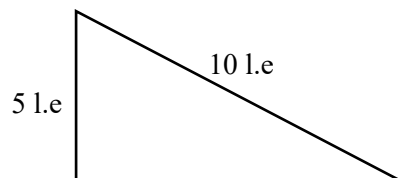
(2/0/0)

23. Bestäm ekvationen för den räta linjen som går igenom punkterna  $(3, 10)$  och  $(-7, -10)$

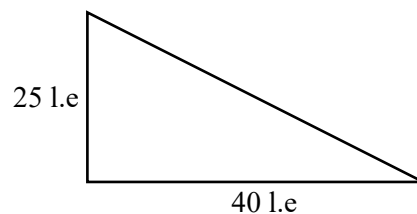
(3/0/0)

24. Bestäm samtliga vinklar på följande rätvinkliga trianglar

a)



b)



(4/0/0)

25. En rät linje på formen  $y = kx$  har en vinkel mellan sig och  $x$ -axeln. Den räta linjen går igenom punkten  $(5, 7)$ . Bestäm vinkeln mellan räta linjen och  $x$ -axeln

(1/1/0)

26. En exponentiell funktion  $f(x) = C \cdot 0,45^x$  går igenom punkten  $(2, 5)$ . Bestäm talet  $C$  med en exakthet på två decimaler

(1/1/0)

27. Lös ekvationerna, svara med två decimalers noggrannhet

a)  $5x^7 = 30$

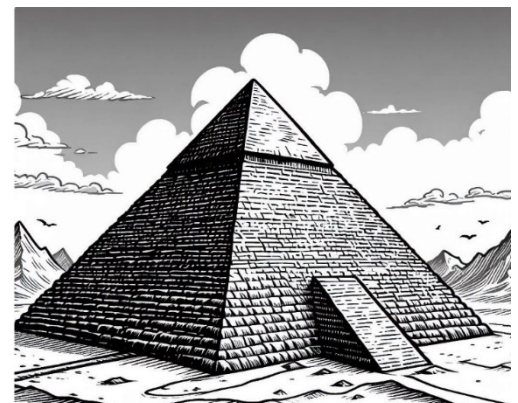
b)  $x^{\frac{5}{4}} - 3 = 10$

c)  $\sqrt{x} \cdot \frac{x}{2} = 2$

(2/3/0)

28. Den väldiga Cheopspyramiden i Egypten är världens högsta pyramid. Byggt för 4500 år sedan står den fortfarande på Giza-platån. Pyramiden har en kvadratisk botten med sidlängden 230 meter. Vinkeln för pyramiden mot marken är  $50,1^\circ$ . Bestäm höjden på pyramiden.

(1/1/0)



29. Hyreskostnaden  $H$  att bo i en hyresbostad för ett företag går att beskriva med funktionen  $H(A) = 2500 + k \cdot A$  där  $A$  är boarea för bostaden och  $k$  är kostnaden per kvadratmeter. Bestäm konstanten  $k$  med hjälp av statistiken nedan, tolka också i ord vad  $k$  betyder.

Boarea	30 kvadratmeter	75 kvadratmeter
Hyreskostnad	4000 kr	6250 kr

(2/1/0)

30. Bestäm ekvationerna till funktionerna  $f(x)$  och  $g(x)$  utifrån tabellerna

$x$	$f(x)$
0	4
2	10
4	16

$x$	$g(x)$
0	243
1	81
2	27
3	9

(2/2/0)

31. Ljudvolymen i decibel från högtalarna från en hårdrockskonsert går att beskriva med följande funktion  $L(a) = L_0 - 5,31 \cdot a^{0,45}$  där  $L$  är ljudvolymen med avståndet  $a$  i meter från högtalarna,  $L_0$  är den ursprungliga ljudvolymen. På den här rockkonserten är ursprungsvolymen på 120 decibel och man menar att 85 decibel och över är skadligt för vår hörsel. Vilket avstånd ska man stå på för att inte riskera att skada sin hörsel?



(0/3/0)

32. Spridningen av en nyhet efter  $t$  dagar går att beskriva med följande funktion  $N(t) = N_0 \cdot (1 + r)^t$  där  $N(t)$  är hur många som vet om nyheten,  $N_0$  är hur många som vet nyheten från början och  $r$  är en konstant som avgör hur viktig nyheten är.  $t$  står för tiden i dagar.

För en nyhet  $A$  vet du att från början vet 100 personer om den nyheten samt att 10 000 visste om den efter en vecka. För en annan nyhet  $B$  vet du att från början vet 250 personer om nyheten från början samt att 1250 personer vet om det efter 3 dagar.

Bestäm vilken nyhet som är viktigast enligt modellen.

(0/2/1)

33. I ett experiment med bakterier växer en bakteriekultur exponentiellt med 10% varje dag. När bakteriekulturen har växt med 200% måste man avbryta experimentet. Hur lång tid kommer det ta?

(0/0/2)

34. Joakim söker sig till två företag för att undersöka värdeförändringen på hans lägenhet. Han pratar först med företaget Lägenhetskungen som värderar lägenheten till 2 miljoner kr 2022 och att lägenheten ska öka i värde med 3% varje år. Det andra företaget heter Värderingskungen och menar att Joakims lägenhet är värd 2,1 miljoner 2022 och att den kommer öka med 3,8% varje år. Joakim observerar att det finns en differens mellan värderingarna och vill undersöka vad det får för konsekvenser på lång sikt.

a) Undersök vad differensen mellan värderingarna kommer vara efter 10 år om man utgår från respektive företags prognoser.

b) Efter hur många år kommer värderingsdifferensen vara mer än 1 miljon kronor?

(0/2/2)

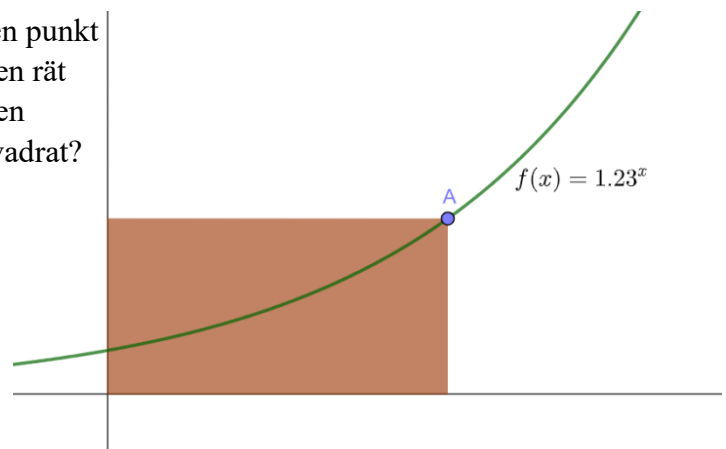
35. Kapten Joakim närmar sig nytt land och har funnit en fyr som han bestämt sig för att närma. Joakim är på ett okänt avstånd från fyren men med hjälp av ett verktyg kan han konstatera att från havet till fyrens topp skapas det en vinkel på  $32^\circ$ . Han rör sig ytterligare 70 meter närmare fyren och vinkeln har nu ökat till  $41^\circ$ . Hur högt upp är pirens topp?

(0/0/3)



36. För funktionen  $f(x) = 1,23^x$  placerar vi en punkt längst med grafen. Från den punkten dras en rät linje till  $x$ -axeln och  $y$ -axeln vilket bildar en rektangel. För vilken punkt  $A$  skapas en kvadrat? Funktionen  $f(x)$  har definitionsmängden  $-1 \leq x \leq 5$ .

(0/0/3)



# Övningsprov 1

1.  $f(x) = 4x + 2$     a)  $f(6) = 4 \cdot 6 + 2 = 24 + 2 = 26$

b)  $f(-10) = 4 \cdot (-10) + 2 = -40 + 2 = -38$

c)  $f(x) = -10$     2. a)  $f(4) = 6$     b)  $f(x) = 3$      $x = 2$

$4x + 2 = -10$

$4x = -12$

$x = -3$

c) Def. mängd  $0 \leq x \leq 6$     värdemängd  $0 \leq y \leq 9$

d)  $4 < x \leq 6$

3. Röd:  $y = -3x + 5$     Grön:  $y = 2x + 1$

4. a)  $\sin v = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$     b)  $\sin v = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$      $\tan v = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\tan v = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

5.  $f(x) = 3 \cdot 2^x$      $g(x) = 3 \cdot x^2$

a)  $f(1) + g(1) = 3 \cdot 2^1 + 3 \cdot 1^2 = 9$     b)  $f(2) - g(2) = 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2^2 = 0$

6. a)  $x^2 + x = x(x+1)$     b)  $2x^3 + 4x^2 + 8x = 2x(x^2 + 2x + 4)$

c)  $5y^2 + 25y = 5y(y+5)$

7.  $(1, 4)$      $(-2, 10)$   
 $x_1 \ y_1$      $x_2 \ y_2$

$d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(10 - 4)^2 + (-2 - 1)^2}$   
 $= \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{45}$  i.e

8. Skriv alla på  $k$ -form

$y - x = 3$

$y = x - 4$

$2y + x + 3 = 0$

$y - 10 = 2x$

$y = x + 3$

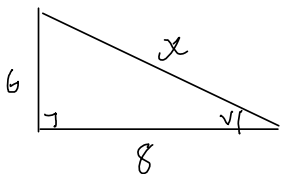
$y = -\frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

$y = 2x + 10$

Parallelia  
 $k_1 = k_2$

vinlinjära  
 $k_1 \cdot k_2 = -1$

9.



$$6^2 + 8^2 = x^2$$

$$36 + 64 = x^2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = (\pm) 10$$

$$\sin \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

10. a)  $4^2 \cdot 2^2 = (4 \cdot 2)^2 = 8^2$     b)  $4^4 \cdot 9^2 = 4^4 \cdot (3^2)^2 = 4^4 \cdot 3^4 = (4 \cdot 3)^4 = 12^4$

11. a)  $x^2 + 4x = 4x + 16$

$$x^2 = 16 \quad x = \pm 4$$

b)  $(x+1)(x-4) = x^2$

$$x^2 - 4x + x - 4 = x^2$$

$$-3x - 4 = 0$$

$$-3x = 4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

12. skriv på k-form

$$3y = -6x + 15$$

$$y = -2x + 5$$

verdemængden  $-1 < y < 9$  for hvilken  $x$  gælder

detta? søt

$$y = -1$$

$$-1 = -2x + 5$$

$$-6 = -2x$$

$$x = 3$$

$$y = 9$$

$$9 = -2x + 5$$

$$4 = -2x$$

$$x = -2$$

defmængdi  $-2 < x < 3$

13  $f(x) = 4x + 1$

$$g(x) = -2x - 2$$

$$f(g(x)) = 4(-2x - 2) + 1 = -8x - 8 + 1 = -8x - 7$$

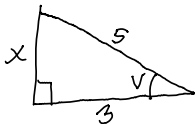
$$-8x - 7 = 1$$

$$-8x = 8$$

$$x = -1$$

14.  $\frac{2x^2 + 4x}{2 + x} = \frac{2x(x+2)}{2+x} = 2x$

15



$$5^2 = x^2 + 3^2$$

$$25 - 9 = x^2$$

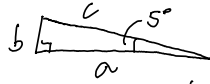
$$x^2 = 16$$

$$x = (\pm) 4$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

16.  $f(x) = kx + a$  två olika röta linjer som är parallella!  
 $g(x) = kx + b$   $f(g(x)) = k(kx + b) + a = k^2x + kb + a$   
 En röf linje med  $k$ -värdet i kvadrat!

17. Rita upp en triangel

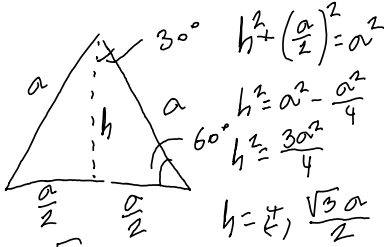


$$b < a < c$$

Svari

$$\tan 5^\circ = \frac{b}{a} \quad \sin 5^\circ = \frac{b}{c} \quad \cos 5^\circ = \frac{a}{c}$$

18.



$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

Svari:  $\sin 5^\circ$ ,  $\tan 5^\circ$ ,  $\cos 5^\circ$

minot } störst

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

19. a)  $h(x) = g(x) + f(x)$

$$h(4) = g(4) + f(4) = 3 + 1 = 4$$

b)  $h(x) = f(g(x))$

$$h(4) = f(g(4)) = f(3) = -2$$

20. a) Efter hur många år är skatteintöven

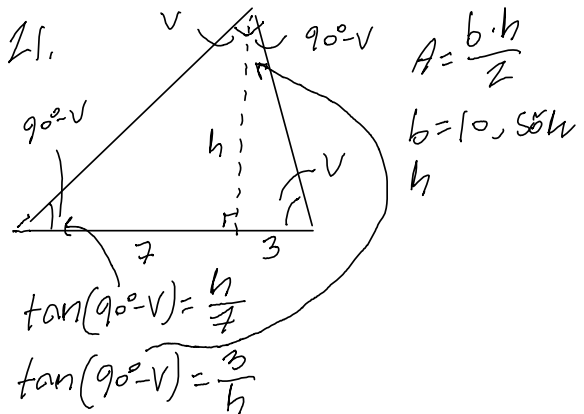
140 miljoner

b)  $S(B(t)) = 140$

$$S(12) = 140$$

$$B(t) = 12$$

$$t = 5$$



$$\tan(90^\circ - v) = \frac{h}{7}$$

$$\tan(90^\circ - v) = \frac{3}{h}$$

$$\frac{h}{7} = \frac{3}{h} \quad h^2 = 21 \quad h = (\pm)\sqrt{21}$$

$$A = \frac{10 \cdot \sqrt{21}}{2} = 5\sqrt{21} \text{ are Svari: } 5 \cdot \sqrt{21} \text{ are}$$

# DEIZ

22.  $f(x) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$  a)  $f(3) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 55,55$

b)  $f(-4) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 121500$

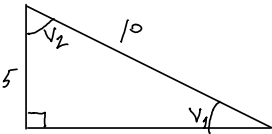
23.  $y = kx$  for from  $k$ -Wert  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$   $(3, 10) (-7, -10)$

$k = \frac{-10 - 10}{-7 - 3} = \frac{-20}{-10} = 2$   $y = 2x + m$  set in  $x=3$   $y=10$

$10 = 2 \cdot 3 + m$   
 $m = 4$

$y = 2x + 4$

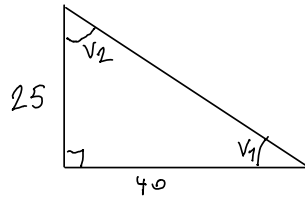
24.



$\sin \alpha_1 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

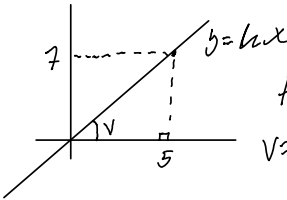
$\alpha_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$



$\tan \alpha_1 = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$   $\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) \approx 32^\circ$

$\alpha_2 = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

25.



$\tan \alpha = \frac{7}{5}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right) \approx 54,46^\circ$

26.  $f(x) = C \cdot 0,45^x$

$f(2) = 5$

$C \cdot 0,45^2 = 5$

$C = \frac{5}{0,45^2} \approx 29,69$

27. a)  $5x^7 = 30$

$x^7 = 6$

$(x^7)^{\frac{1}{7}} = 6^{\frac{1}{7}}$

$x \approx 1,29$

b)  $x^{\frac{5}{4}} - 3 = 10$

$x^{\frac{5}{4}} = 13$

$(x^{\frac{5}{4}})^{\frac{4}{5}} = 13^{\frac{4}{5}}$

$x = 7,78$

c)  $\sqrt{x} \cdot \frac{x}{2} = 2$

$\frac{\sqrt{x} \cdot x}{2} = 2$

$\sqrt{x} \cdot x = 4$

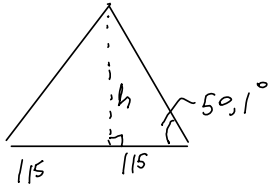
$x^{\frac{1}{2}} \cdot x = 4$

$x^{\frac{3}{2}} = 4$

$(x^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}}$

$x = 2,52$

28. Vi kullgjer av pyramiden mittital, vi får då



$$\tan 50,1 = \frac{h}{115}$$

$$h = \tan 50,1 \cdot 115$$

$$h \approx 137$$

Svar: Pyramiden är 137 meter

29.  $H(A) = 2500 + k \cdot A$  Vi vet att  $f(30) = 2500 + k \cdot 30 = 4000$

$k$  är kostnaden per kvadratmeter

$$2500 + 30 \cdot k = 4000$$

$$30k = 1500$$

$$k = 50$$

30.  $f(x) = 3x + 4$   $g(x) = 243 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

31. Vi vill att  $L(a) = 85$  samt att  $L_0 = 100$  vi ser nu att

$$85 = 120 - 5,31 \cdot a^{0,45}$$

$$5,31 \cdot a^{0,45} = 35$$

$$a^{0,45} = \frac{35}{5,31}$$

$$\left(a^{0,45}\right)^{\frac{1}{0,45}} = \left(\frac{35}{5,31}\right)^{\frac{1}{0,45}}$$

$$a \approx 66$$

Svar:  
Ungefär  
66 meter

32.  $N(t) = N_0 \cdot (1+r)^t$

För nyhet A vet vi att  $N_0 = 100$

samt att  $N(7) = 10000$

$$10000 = 100 \cdot (1+r)^7$$

$$100 = (1+r)^7$$

$$100^{\frac{1}{7}} = \left((1+r)^7\right)^{\frac{1}{7}}$$

$$1,93 = 1+r$$

$$r = 0,93$$

För nyhet B vet vi att  $N_0 = 250$   $N(3) = 1250$

$$1250 = 250(1+r)^3$$

$$4 = (1+r)^3$$

$$4^{\frac{1}{3}} = \left((1+r)^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$1,59 = 1+r$$

$$r = 0,59$$

Nyhet A är vinstigare

33.  $B(t) = C \cdot 1,1^t$  där  $B(t)$  är antalet bakterier och  $t$  är dagar. Ökning med 200% ger  $3 \cdot C$   
 $3C = C \cdot 1,1^t$  vi kan stryka  $C$  (vi vet inte vad  $C$  är men behåller det så!)

$3 = 1,1^t$  *geogebra!* Jag använder lös-funktionen på *geogebra*  
 $t = 11,5$  Svar: Efter 11 dagar måste de avbröta!

34. Lösbarhetskurvan:  $L(x) = 2 \cdot 1,03^x$   
 värderingskurvan:  $V(x) = 2,1 \cdot 1,038^x$

Värderingsdifferens  $D(x) = V(x) - L(x) = 2,1 \cdot 1,038^x - 2 \cdot 1,03^x$

Vi vill veta  $D(x) = 1$  Det löser vi grafiskt skriv i  $D(x)$  i *geogebra!* Vi undersöker då för vilket  $x$   $D(x) = 1$   
 Det sker då  $x \approx 23$  Svar: Efter 23 år är värderingsdifferen en miljon.

35. Rita upp Problemet!

$$\tan 32^\circ = \frac{h}{x} \quad h = \tan 32^\circ \cdot x$$

$$\tan 41^\circ = \frac{h}{x-70} \quad h = \tan 41^\circ \cdot (x-70)$$

Sätt ihop likheterna för att få fram  $x$

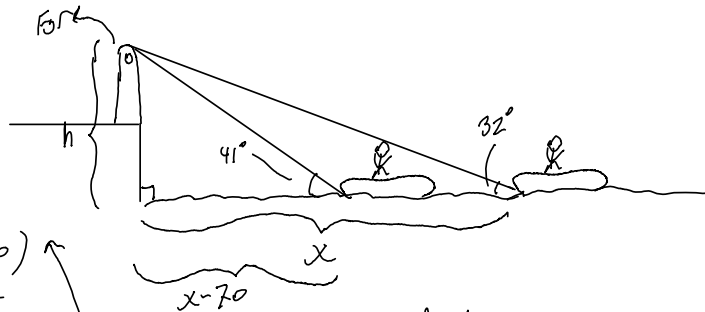
$$\tan 32^\circ \cdot x = \tan 41^\circ \cdot (x-70)$$

$$\tan 32^\circ \cdot x = \tan 41^\circ \cdot x - 70 \cdot \tan 41^\circ$$

$$70 \cdot \tan 41^\circ = \tan 41^\circ \cdot x - \tan 32^\circ \cdot x$$

$$70 \cdot \tan 41^\circ = x(\tan 41^\circ - \tan 32^\circ)$$

$$x = \frac{70 \cdot \tan 41^\circ}{\tan 41^\circ - \tan 32^\circ} \approx 248,95 \text{ m}$$

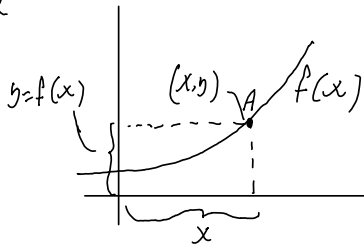


Ställ upp tangens-förhållanden

$$h = \tan 32^\circ \cdot 248,95 \approx 155,56$$

Svar: Fjerrn är 156 meter över havet.

36.  $f(x) = 1,23^x$



Definition  $-1 \leq x \leq 5$

För att en kvadrat ska uppstå måste  $y = x$  för funktionen eller  $f(a) = a$  för något  $a$

Vi får då ekvationen

$$f(a) = a$$

$1,23^a = a$ , den här ekvationen får vi lösa med Geogebra!  
(Göm inte att skriva ekvationen med  $x$ )

Vi löser ekvationen med lös-funktionerna i Geogebra. Vi får då lösningarna  $x_1 \approx 1,31$   $x_2 \approx 0,57$

men  $x_2$  ligger utanför definitionsmängden

Svar: Då  $x \approx 1,31$  kommer en kvadrat uppstå. Punkten A ska vara  $(1,31; 1,31)$

Vi måste också undersöka om en kvadrat kan uppstå då  $x < 0$  och då får vi ekvationen  $1,23^x = -x$   
Vi får då en till lösning i  $(-0,84; 0,84)$  som ligger inom definitionsmängden

