

Flexonsdag 7

1. Lös ekvationerna med fullständiga lösningar

a) $2\sin x = 1$

b) $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$

2. Derivera funktionerna

a) $f(x) = e^x \cdot x$

b) $f(x) = (3x + 1)^5$

3. Visa att följande likheter stämmer

a) $\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^6 = 1$

b) $\tan x = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$

c) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

4. Skriv följande komplexa tal i exponentiell form

a) $z = 2 + 2i$

b) $z = -\sqrt{3} + i$

5. Bestäm integralerna

a) $\int_0^\pi \cos^2 x - \sin^2 x \, dx$

b) $\int_0^e \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)^4 dx$

6. Derivatan för funktionen $f(x) = \tan x$ är $f'(x) = 1 + \tan^2 x$. Visa att det stämmer.
7. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $z^3 = 1$
8. En sfärisk snöboll smälter så att radien minskar med 2,0 mm/h. Med vilken hastighet ändras snöbollens volym då dess radie är 3,0 cm?
9. Du vet att $\cos v = \frac{2}{3}$. Bestäm då de tänkbara värdena för $\sin v$
10. Markera i det komplexa talplanet de komplexa tal z för vilka det gäller

$$|z - 4| = |z - 2i|$$

11. Visa att om a är ett reellt tal kommer a^i också alltid vara reellt.
12. En isskulptur i form av ett klot smälter på ett sådant sätt att den hela tiden är ett klot. Volymen på klotet minskar med en konstant hastighet på 2π kubikmeter per timme. Med vilken hastighet förändras **arean** på klotet i det ögonblick då skulpturens radie är 5 meter?