

Övningsprov 2 – Ma2b

Del 1: Utan miniräknare

1. Lös ekvationerna, svara exakt.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

b) $x^2 - 5x = 0$

c) $10^x = 46$

d) $2x^2 - 4x - 16 = 0$

e) $3x^2 + 10x + 12 = 2x^2 + 2x + 5$

f) $3^x - 7 = 0$

g) $(2x + 3)(x - 5) = 0$ (6/2/0)

2. Bestäm a om

a) $(x + a)^2 = x^2 + 6x + 9$

b) $(x + a)(x - a) = x^2 - 36$ (2/0/0)

3. Observera funktionen $f(x)$ nedan.

$$f(x) = x^2 - 3x + 5$$

a) Bestäm $f(2)$

b) Lös ekvationen $f(x) = 5$

(3/0/0)

4. Bestäm ett exakt värde för följande matematiska uttryck

a) 10^{lg5}

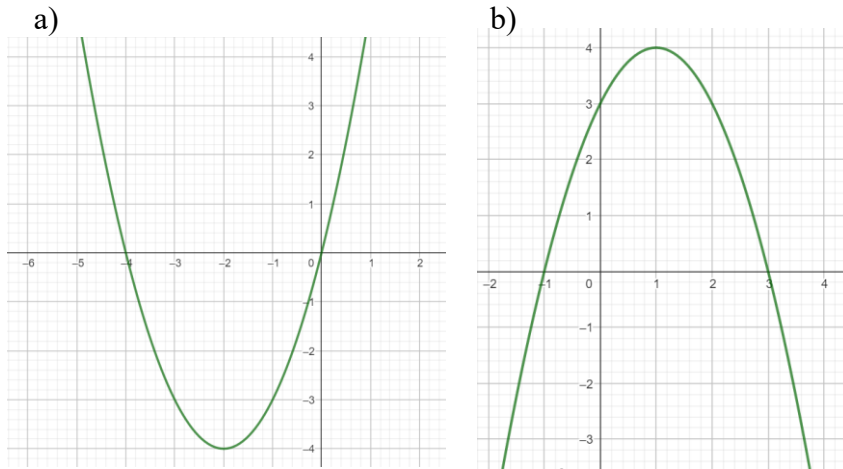
b) $lg100 + lg1000$

c) 100^{lg2}

(3/1/0)

5. a) Bestäm ekvationen för symmetrilinjen, nollställena och extrempunkten för andragsradsfunktionerna.
 b) För funktionen i a) lös ekvationen $f(x) = -3$

(6/1/0)



6. Bestäm uttrycken på formen $(x + a)^2$

a) $x^2 - 10x + 25$

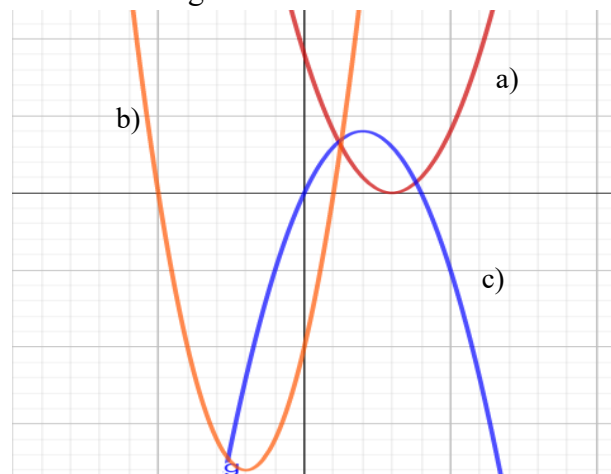
b) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

(1/1/0)

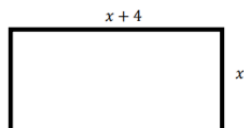
7. Para ihop rätt graf med rätt ekvation med en motivering

1. $f(x) = x^2 - 6x + 9$
2. $f(x) = -x^2 + 4x$
3. $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$

(2/1/0)



8. Nedan ser du en rektangel. Vilken eller vilka möjliga tal på x kan anta om vi vet att arean av triangeln är 12 areaenheter



(1/2/0)

9. För en andragsradsfunktion vet du att $f(4) = 10$ och att $f(8) = 10$. Du vet också att extrempunkten är $(a, 72)$. Bestäm talet a

(0/2/0)

10. Bestäm nollställena, symmetrilinje och extrempunkt för funktionerna

a) $f(x) = x^2 + 8x - 9$

b) $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$ (5/2/0)

11. Sätt ut en punkt på tallinjen som är ett närmevärde till differensen $\lg 2154 - \lg 201$



(0/1/0)

12. För en funktion $f(x)$ gäller följande

- $f(a)$ är ett nollställe för funktion
- $f(a - 3)$ ger funktionens extremvärde

Bestäm $f(a - 6)$

(0/1/1)

13. Bestäm värdet på uttrycket

$$10^{\frac{\lg 16}{\lg 100}}$$

(0/0/1)

14. För vilket/vilka värden på a har andragradsekvationen $2x^2 + 4ax + 16 = 0$ enbart en lösning

(0/0/2)

15. För en andragradsfunktion på formen $f(x) = x^2 + bx + c$ vet du att $f(x) = 0$ ger lösningarna $x_1 = 2 + \sqrt{72}$ och $x_2 = 2 - \sqrt{72}$. Bestäm konstanterna b och c .

(0/1/2)

Del 2: Med miniräknare och geogebra

16. Lös följande ekvationer och svara med två decimalers noggrannhet

a) $10^x = 34$

b) $8^x = 11$

c) $1 + \lg x = 2,5$ (3/1/0)

17. Joakim ska sparka en fotboll så långt som han kan. Bollen går som en parabel och går att beskriva med funktionen $h(x) = -0,1x^2 + 1,5x$ där $h(x)$ är höjden och x är hur långt bollen färdats. Bestäm bollen högsta höjd och hur långt bollen kommer när den når marken efter sparken

(2/1/0)

18. Anpassa en kurva för följande värden

a) En linjär funktion

y	8	11	18	24
x	0	1	4	6

b) En exponentiell funktion

y	3	6	14	60
x	0	1	2	4

(3/0/0)

19. Befolkningen i Joakimköping förväntas minska exponentiellt. 2024 bor det 15 000 människor i staden. 2028 räknar man med att det är 10 000 som bor i Joakimköping. Vilket år väntas Joakimköping ha 7 500 invånare?

(0/3/0)

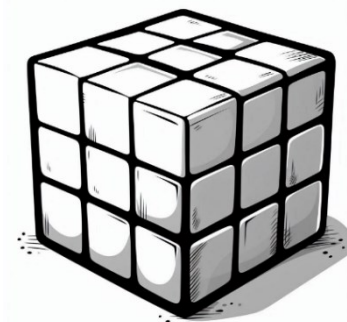
20. Joakim är en världsledande ryttare och tävlar i fälttävlan där man hoppar över flera hinder. Joakim vet att hans bästa hopp går att beskriva med funktionen $H(x) = -1,475x^2 + 3,7x$ där $H(x)$ är höjden på hoppet och x är längden längst med marken Joakim ska hoppa över ett hinder som är 1,5 meter. Hur långt innan hindret måste Joakim hoppa för att säkerställa att han kommer över hindret?

(0/2/0)

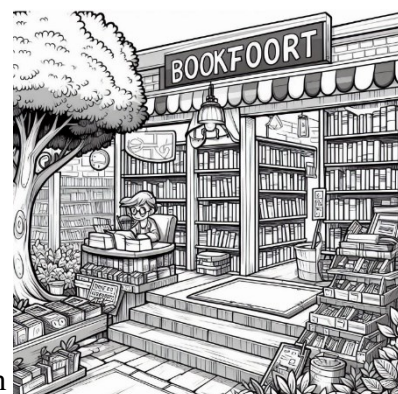


21. Tiden det tar att lösa en Rubriks kub $T(n)$ går att beskriva med funktionen $T(n) = T_0 - k \cdot \lg(n + 1)$ där T_0 är tiden det tar utan träning och n är antalet Rubriks kub man har löst och konstanten k är hur lätt man lär sig.

För Joakim tar det utan träning 50 minuter att lösa en Rubriks kub. Det tog honom 15 kuber att komma ner till 40 minuter. Hur många kuber måste han lösa för att halvera sin ursprungstid?



(0/2/1)



22. Joakim driver en bokhandel där alla böcker kostar lika mycket. Joakim har insett om han sänker priset på böckerna med 10 kr kommer en person som köper böcker för 1200 kr kunna köpa 4 böcker fler för samma pris som originalpriset. Bestäm priset på böckerna idag.

(0/0/2)

23. Joakim har ett bageri som säljer semlor. Han har bara haft problem med att sätta pris på semlorna. Han anställde då en matematiker som skulle titta på försäljningsstatistiken och har komma fram till det bästa priset för att maximera vinsten.

- a) Matematikern tog fram funktionen $V(p) = -0,1p^2 + 8p - 70$ där $V(p)$ beskriver vinsten i tusen kr beroende på vilket pris p Joakim sätter på semlorna. Vilken är den maximala vinsten Joakim kan få ut?

- b) Joakim skrev tillbaka till matematikern och frågade hur han fick fram funktionen. Matematikern svarade då med följande mail:

Ämne

Min matematiska funktion

Hej Joakim,

Vinstfunktionen borde följa en andragradsfunktion.

Jag noterade att det kostade dig 70 tusen att producera semlorna.

Jag noterade också att om du satte priset 20 kr per semla skulle du tjäna 50 tusen och att den maximala vinsten nåddes vid 40 kr.

Sen var det ganska lätt att ta fram funktionen.

Mvh Matematikern. |

Visa hur matematikern fick fram sin funktion. Kom ihåg att bara utgå från informationen matematikern utgick ifrån i mailet.

(1/1/2)

24. Fiskpopulationen i en sjö i centrala Skåne avgörs av vattenkvaliteten i sjön. ISQA är ett index på hur bra vattenkvaliteten är där 100 är perfekt och 0 är sämst. En iktyolog har sammanställt data för hur fiskpopulationen påverkas av vattenkvaliteten samt miljövetare har tagit fram hur vattenkvaliteten i sjön förväntas minska över tid.

- a) Konstruera en funktion som beskriver hur fiskpopulationen från 2010 kommer förändras över tid enligt mätvärdena från forskarna.

- b) Bestäm vilket år fiskpopulationen har halverats i förhållande till 2024 års population.

Fiskar (tusental)	85	72	50	37	22
ISQA-index	100	90	70	50	20

ISQA-index	93	87	80	74	67
År	2010	2013	2017	2020	2024

(0/0/3)

Ovningssprov 2 (Inom miniräkare)

1. a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 - 5x = 0$ c) $10^x = 46$
 $x = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 21}$ $x(x-5) = 0$ $x = 1946$
 $= -2 \pm \sqrt{4+21}$ *Not Produktfaktormetoden*
 $= -2 \pm \sqrt{25}$ $x_1 = 0$
 $= -2 \pm 5$ $x_2 = 5$
 $x_1 = -2+5 = 3$ e) $3x^2 + 10x + 12 = 2x^2 + 2x + 5$
 $x_2 = -2-5 = -7$ $x^2 + 8x + 7 = 0$ f) $3^x - 7 = 0$
 $x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7}$ $3^x = 7$
 $= -4 \pm \sqrt{16-7}$ $19^x = 197$
 $= -4 \pm 3$ $x \cdot 193 = 197$
 $x_1 = -4+3 = -1$ $x = \frac{197}{193}$
 $x_2 = -4-3 = -7$

g) $(2x+3)(x-5) = 0$ 2. a) $a = 3$ b) $a = 6$
Not Produktfaktormetoden 3. $f(x) = x^2 - 3x + 5$ a) $f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 5 = 3$
 $2x+3=0$ b) $f(x) = 5$ $x^2 - 3x + 5 = 5$
 $x = -\frac{3}{2}$ $x^2 - 3x = 0$ $x_1 = 0$
 $x_2 = 5$ $x(x-3) = 0$ $x_2 = 3$
4. a) $10^{195} = 5$ b) $\frac{19100+191000}{2} = 5$
c) $100^{192} = (10 \cdot 10)^{192} = 10^{192} \cdot 10^{192} = 2 \cdot 2 = 4$
5. a) Symmetrilinje: $x = -2$
Notställen: $x_1 = -4$ $x_2 = 0$
Extrempunkt: $(-2, -4)$
b) Symmetrilinje: $x = 1$
Notställen: $x_1 = -1$ $x_2 = 3$
Extrempunkt: $(1, 4)$

7. 1. -A
2. -B
3. -C
b) $f(x) = -3$ Titta grafiskt
 $x_1 = -3$ $x_2 = -1$

8. $Area_{om} = x(x+4)$ $Area_{om} = 12$
 $x^2 + 4x = 12$ $x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12}$
 $x^2 + 4x - 12 = 0$ $= -2 \pm \sqrt{16}$
 $= -2 \pm 4$
Svar: $x = 2$ $x_1 = 2$ ($x_2 = -6$)
(Ingen negativ storlek!)

10. a) $f(x) = x^2 + 8x - 9$
Sätt $f(x) = 0$
 $x^2 + 8x - 9 = 0$ *Symmetrilinje $x = -4$*
 $x = \left(-\frac{8}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 9}$ *Extrempunkt*
 $= -4 \pm \sqrt{16+9}$ *Sätt in symmetrilinje i $f(x)$*
 $= -4 \pm 5$ $f(-4) = (-4)^2 + 8(-4) - 9$
 $x_1 = 1$ $x_2 = -9$ $= 16 - 32 - 9 = -25$
Notställen *Extrempunkt: $(-4, -25)$* *Minimipunkt*

10 b) $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$
 $f(x) = 0$ $3x^2 - 12x - 15 = 0$
Symmetrilinje $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5}$
 $= 2 \pm \sqrt{9}$
 $x_1 = 2+3 = 5$ $x_2 = 2-3 = -1$
Notställen
Extrempunkt $f(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - 15$
 $= 12 - 24 - 15 = -27$ *Extrempunkt*
 $(2, -27)$ *Minimipunkt*

11. $192154 - 19201$
 $\approx 3 - \approx 2$
 ≈ 1

12. funktionens symmetrilinje är $x = a-3$ om $x = a$ är ett
notställe är $x = a-6$ och $f(a-6) = 0$

13. $\frac{1916}{109100} = \frac{1916}{2} = (10^{1916})^{\frac{1}{2}} = 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$

14. $2x^2 + 4ax + 16 = 0$ Undersök med hjälp av pq-formeln
 $x^2 + 2ax + 8 = 0$
 $x = \frac{-2a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2a}{2}\right)^2 - 8}$
 $\left(\frac{2a}{2}\right)^2 - 8 = 0$ $a^2 = 8$
 $a^2 - 8 = 0$ $a = \pm \sqrt{8}$
Svar: om $a = \pm \sqrt{8}$

15. Finns flera sätt att reda ut detta!
Vi vet att symmetrilinjen är $x = 2$
Eftersom det är mellan notställen
 $-\frac{b}{2}$ (från pq-formeln) är lika med
 2 $-\frac{b}{2} = 2$ $b = -4$

$f(x) = x^2 - 4x + c$ Vi kan nu
Sätta in $f(2 + \sqrt{72}) = (2 + \sqrt{72})^2 - 4(2 + \sqrt{72}) + c$
 $= 0$
 $4 + 4\sqrt{72} + 72 - 8 - 4\sqrt{72} + c = 0$
*Wadnings-
regering* $68 + c = 0$
 $c = -68$

Svar: $b = -4$ $c = -68$
Alternativ lösning är ekvationssystem
det gör lika bra men blir lite
krångligare!

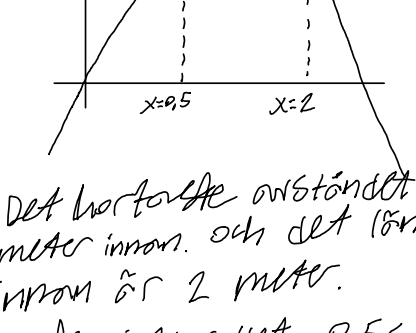
Del 2 med miniräkare

16. a) $10^x = 34$ $x = 1934 \approx 1,53$ b) $8^x = 11$ c) $1 + 19x = 2,5$
 $198^x = 1911$ $19x = 1,5$
 $x \cdot 198 = 1911$ $x = 10^{1,5} \approx 31,62$
 $x = \frac{1911}{198} \approx 1,15$

17. Titta på geogebra!
Bollen rör 15 meter
och höjden är 5,63
18. a) Linjär funktion
 $y = kx + m$ sätt in i geogebra
regressions-verktyg
 $y = 2,6x + 8,09$
b) Exponentiell funktion
 $y = c \cdot a^x$ sätt in i geogebra
regressions-verktyg
 $y = 2,95 \cdot 2,12^x$

19. Exponentiell funktion $f(x) = c \cdot a^x$ för från c och a
 $c = \text{startvärde} = 15000$ Vi vet att $f(4) = 10000$ $15000 \cdot a^4 = 10000$
 $f(x) = 15000 \cdot a^x$ Vi söker nu $f(x) = 7500$ $a^4 = \frac{10}{15}$
 $15000 \cdot 0,9^x = 7500$ $(a^4)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{10}{15}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0,9$

$0,9^x = 0,5$
 $190,9^x = 190,5$
 $x \cdot 190,9 = 190,5$
 $x = \frac{190,5}{190,9} \approx 6,57$
Svar: 6,57 är för det

20. Rita upp grafen!

Det kortaste avståndet är 0,5
meter innan och det längsta
innan är 2 meter.
Vi får intervallet $0,5 < x < 2$

21. $T(n) = T_0 - k \cdot \lg(n+1)$
 $T(0) = T_0 - k \cdot \lg(1) = 50$
 $T_0 = 50$
 T_0 från konstanten k
 $T(15) = 50 - k \cdot \lg(15+1) = 40$
 $50 - k \cdot \lg(16) = 40$
 $10 = k \cdot \lg(16)$
 $k = \frac{10}{\lg(16)} \approx 8,3$

22. Sätt upp en ekvation
 $n+1 = 10^{\frac{25}{8,3}}$
 $n = 10^{\frac{25}{8,3}} - 1 \approx 1028$ Svar: 1028 kuber

$\frac{1200}{x-10} - \frac{1200}{x} = 4$ Lös ekvationen med lös-funktionen på
geogebra eller algebraiskt
 $1200x - 1200(x-10) = 4x(x-10)$
 $1200x - 1200x + 12000 = 4x^2 - 40x$
 $4x^2 - 40x - 12000 = 0$
 $x^2 - 10x - 3000 = 0$
 $x = 5 \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 3000}$
 $= 5 \pm \sqrt{3025}$
 $= 5 \pm 55$ $x_1 = 60$ ($x_2 = -50$)
*Inte relevant
neg pris*
Svar: 60 kr

23. a) Sätt in funktionen $V(p)$ i geogebra och undersök
maximipunkten! Svar: Den maximala vinsten är 90 tusen
b) Vi utgår från en andragradsfunktion $V(p) = ap^2 + bp + c$
Vi får information att $V(0) = -70$, att $V(20) = 50$ och att
extrempunkten ligger på $p = 40$ det innebär att $V(60) = 50$
enligt symmetri i en andragradsfunktion
Vi kan lösa detta på två sätt regressionsanalys eller
ekvationssystem

Regressionsanalys
Sätt in de kända
punkterna i geogebra
och vi får då
 $V(p) = -0,1p^2 + 8p - 70$
Ekvationssystem
 $V(0) = -70$ ger $c = -70$
 $V(20) = 50$ $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 - 70 = 50$
 $V(60) = 50$ $a \cdot 60^2 + b \cdot 60 - 70 = 50$
Vi löser ekvationssystemet
och får $a = -0,1$ och $b = 8$
Vi får $V(p) = -0,1p^2 + 8p - 70$

24. a) Vi behöver ta fram
funktionerna $F(I)$ som beskriver populationen utifrån ISRA
Vi använder regressionsanalys och ser att funktionen passar
en exponentiell funktion. Vi får då $F(I) = 15,72 \cdot 1,017^I$
Vi tar fram $I(t)$ som beskriver ISRA-index över tid där
 $t = 0$ då vi bör året 2010. Vi använder regressionsanalys
och ser att en rät linje passar $I(t) = -1,855t + 92,81$
Vi vill nu ta fram en funktion $F(t)$ Vi kan då
använda $F(I(t)) = 15,72 \cdot 1,017^{\frac{-1,855t + 92,81}{I(t)}}$ Vi har då konstruerat
funktionen $F(t) = 15,72 \cdot 1,017^{-1,855t + 92,81}$

b) Vi undersöker först $F(14)$. Lös med geogebra. $F(14) = 48,5$
Vi söker då $F(t) = \frac{48,5}{2}$ vilket vi löser det med lös-funktionen
på geogebra. Det ger $t \approx 36$ Svar: År 2046 är fjärd-
populationen höfter än 2021
års population.