Övningsprov 2

(Notera att det finns ett övningsprov med enbart funktioner på mahifi.se)

Del 1 – **Utan miniräknare**

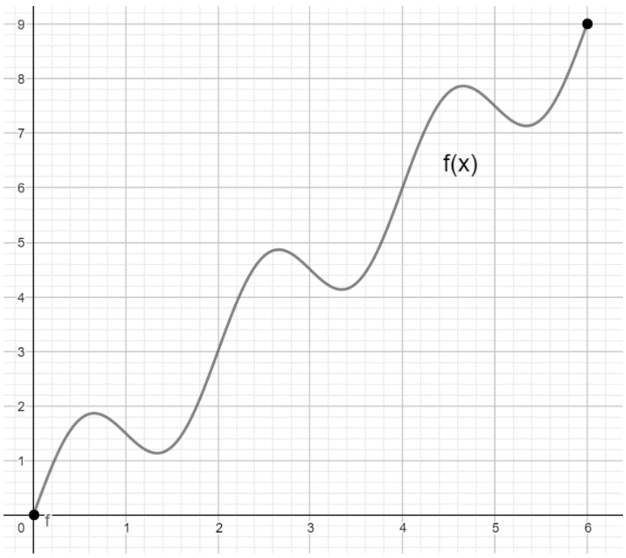
1. Vi definierar $f(x) = 4x + 2$ bestäm följande

   a) $f(6)$
   b) $f(-10)$
   c) $f(x) = -10$

(3/0/0)

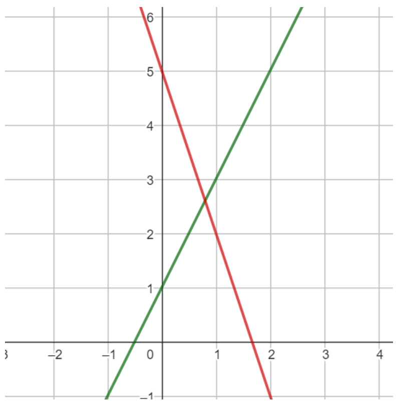
2. Nedan ser en funktion $f(x)$. Bestäm följande

a) $f(4)$
b) $f(x) = 3$
c) Funktionens definitionsmängd och värdemängd
d) För vilka x är $f(x) > 6$



(3/1/0)

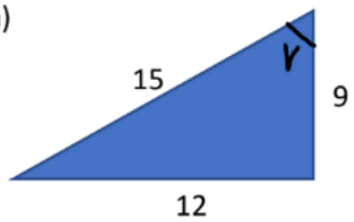
3. Bestäm ekvationen för de räta linjerna som visas i koordinatsystemet



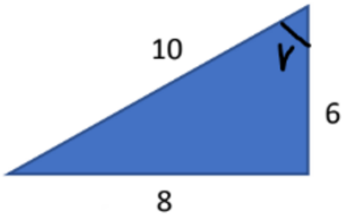
(2/0/0)

4. Bestäm $sinv$, $tanv$ i den enklaste formen för de rätvinkliga trianglarna

a)



(2/0/0)



(2/0/0)

5. Vi definierar $f(x) = 3 \cdot 2^x$ och $g(x) = 3 \cdot x^2$, bestäm följande

   a) $f(1) + g(1)$
   b) $f(2) - g(2)$ (2/0/0)

6. Faktorisera följande uttryck med största möjliga faktor

   a) $x^2 + x$

   b) $2x^3 + 4x^2 + 8x$

   c) $5y^2 + 25y$

(3/0/0)

7. Bestäm sträckan mellan punkterna, svara exakt

   a) $(1, 4)$ och $(-2, 10)$

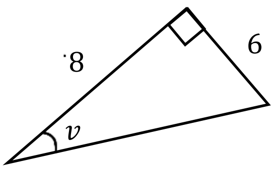
(2/0/0)

8. Bestäm vilka av följande räta linjer som är parallella och vilka som är vinkelräta

$y - x = 3$ $\quad$ $y = x - 4$ $\quad$ $2y + x + 3 = 0$ $\quad$ $y - 10 = 2x$

(2/1/0)

9. Bestäm $sinv + cosv$ för den rätvinkliga triangeln



(l.e)

(1/1/0)

10. Skriv följande potensuttryck som en potens i en valfri bas

a) $4^2 \cdot 2^2$

b) $4^4 \cdot 9^2$

(1/2/0)

11. Lös ekvationerna

a) $x^2 + 4x = 4x + 16$

b) $(x+1)(x-4) = x^2$ (2/1/0)

12. Den räta linjen $3y = -6x + 15$ har värdemängden $-1 < y < 9$ bestäm den räta linjens definitionsmängd

(0/3 /0)

13. Funktionerna $f(x) = 4x + 1$ och $g(x) = -2x - 2$ är definierade. Lös ekvationen $f\big(g(x)\big) = 1$

(0/3/0)

14. Förenkla följande uttryck med hjälp av faktorisering

$\frac{2x^2+4x}{2+x}$ (0/2/0)

15. Du vet att $cosv = \frac{3}{5}$ för en triangel. Bestäm $sinv$.

(0/1/1)

16. Visa att om två räta linjer är parallella kommer deras sammansatta funktion $f\big(g(x)\big)$ alltid vara en rät linje med linjernas k-värde i kvadrat

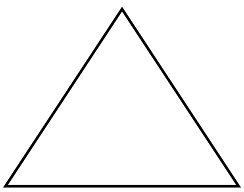
(0/1/1)

17. Skriv följande trigonometriska uttryck i storleksordning (med någon motivering)

$$tan5°, sin5°, cos5°$$

(0/0/1)

18. Använd den liksidiga triangeln för att bestämma ett exakt värde på $cos30°$

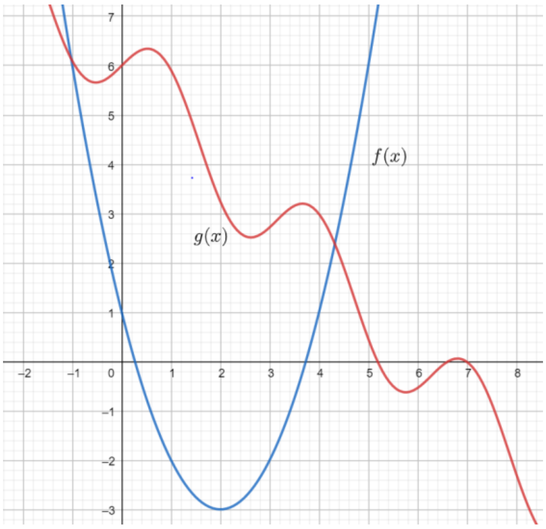


(0/0/2)

19. Observera funktionerna $f(x)$ och $g(x)$ nedan.

a) Funktionen $h(x)$ definieras som $h(x) = g(x) + f(x)$. Bestäm $h(4)$

b) Funktionen $h(x)$ definieras nu som $h(x) = f\big(g(x)\big)$. Bestäm $h(4)$



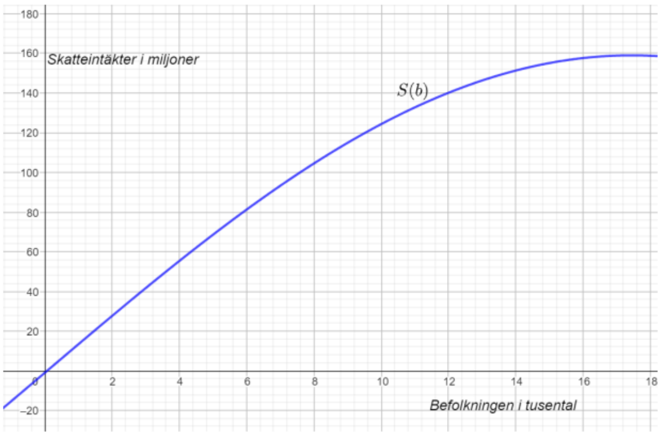
(0/0/2)

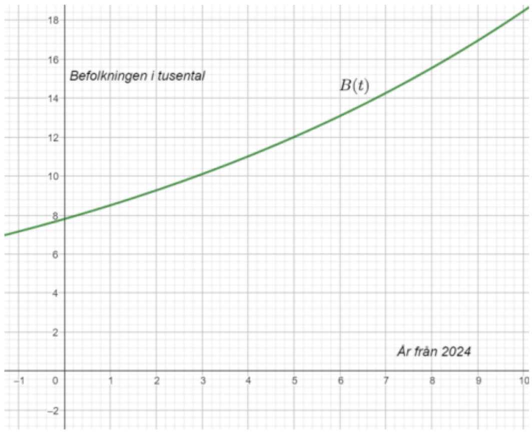
20. Joakim har tagit fram statistik för skatteintäkter och befolkningstillväxten i staden Joakimköping. Funktionen $S(b)$ beskriver skatteintäkterna beroende på befolkningen b i staden och funktionen $B(t)$ beskriver den förväntade befolkningen från 2024 där t är antal år från 2024.

a) Tolka vad man vill ta reda på om man ställer upp ekvationen $S\big(B(t)\big) = 140$

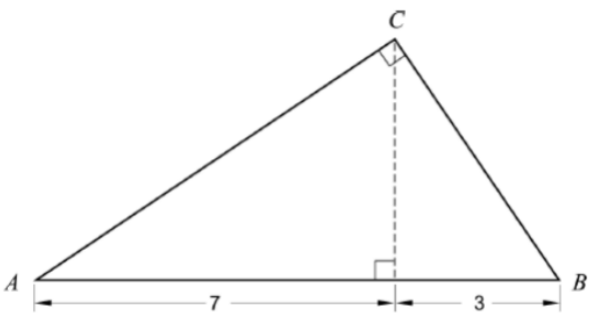
b) Lös ekvationen $S\big(B(t)\big) = 140$, *du kan lösa ekvationen utan att svara på a)*

(0/0/2)





21. Bestäm arean för den rätvinkliga triangeln ABC. Svara exakt.



(0/0/3)

Del 2 – **Med miniräknare och geogebra**

22. $f(x) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$ bestäm följande

a) $f(3)$

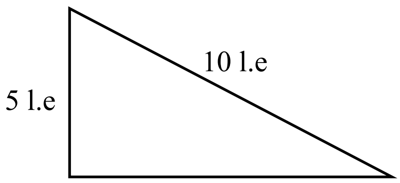
b) $f(-4)$

(2/0/0)

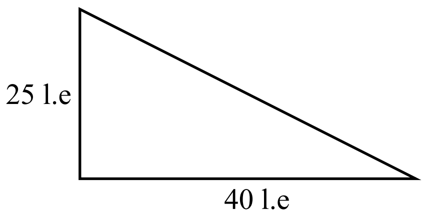
23. Bestäm ekvationen för den räta linjen som går igenom punkterna $(3, 10)$ och $(-7, -10)$ (3/0/0)

24. Bestäm samtliga vinklar på följande rätvinkliga trianglar

a)



b)



(4/0/0)

25. En rät linje på formen $y = kx$ har en vinkel mellan sig och x-axeln. Den räta linjen går igenom punkten $(5, 7)$. Bestäm vinkeln mellan räta linjen och x-axeln

(1/1/0)

26. En exponentiell funktion $f(x) = C \cdot 0{,}45^x$ går igenom punkten $(2, 5)$. Bestäm talet C med en exakthet på två decimaler (1/1/0)

27. Lös ekvationerna, svara med två decimalers noggrannhet

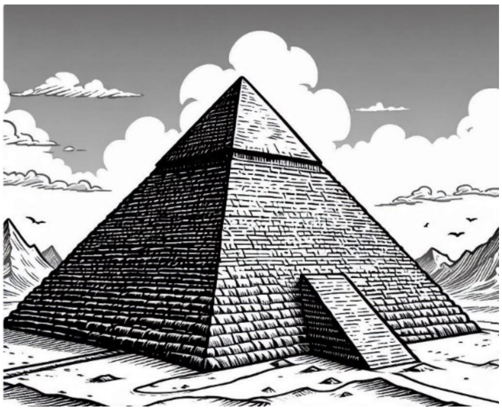
a) $5x^7 = 30$

b) $x^{\frac{5}{4}} - 3 = 10$

c) $\sqrt{x} \cdot \frac{x}{2} = 2$ (2/3/0)

28. Den väldiga Cheopspyramiden i Egypten är världens högsta pyramid. Byggd för 4500 år sedan står den fortfarande på Giza-platån. Pyramiden har en kvadratisk botten med sidlängden 230 meter. Vinkeln för pyramiden mot marken är $50{,}1°$. Bestäm höjden på pyramiden.

(1/1/0)



29. Hyreskostnaden H att bo i en hyresbostad för ett företag går att beskriva med funktionen $H(A) = 2500 + k \cdot A$ där A är boarean för bostaden och k är kostnaden per kvadratmeter. Bestäm konstanten k med hjälp av statistiken nedan, tolka också i ord vad k betyder.

Boarea	30 kvadratmeter	75 kvadratmeter
Hyreskostnad	4000 kr	8750 kr

(2/1/0)

30. Bestäm ekvationerna till funktionerna $f(x)$ och $g(x)$ utifrån tabellerna

x	$f(x)$
0	4
2	10
4	16

x	$g(x)$
0	243
1	81
2	27
3	9

(2/2/0)

31. Ljudvolymen i decibel från högtalarna från en hårdrockskonsert går att beskriva med följande funktion $L(a) = L_0 - 5{,}31 \cdot a^{0{,}45}$ där L är ljudvolymen med avståndet a i meter från högtalarna, L_0 är den ursprungliga ljudvolymen. På den här rockkonserten är ursprungsvolymen på 100 decibel och man menar att 85 decibel och över är skadligt för vår hörsel. Vilket avstånd ska man stå på för att inte riskera att skada sin hörsel?

(0/3/0)

32. Spridningen av en nyhet efter t dagar går att beskriva med följande funktion $N(t) = N_0 \cdot (1 + r)^t$ där, $N(t)$ är hur många som vet om nyheten, N_0 är hur många som vet nyheten från början och r är en konstant som avgör hur viktig nyheten är. t står för tiden i dagar.

För en nyhet A vet du att från början vet 100 personer visste om den från början samt att 10 000 visste om den efter en vecka. För en annan nyhet B vet du att från början vet 250 personer om nyheten från början samt att 1250 personer vet om det efter 3 dagar.

Bestäm vilken nyhet som är viktigast enligt modellen.

(0/2/1)

33. I ett experiment med bakterier växer en bakteriekultur exponentiellt med 10% varje dag. När bakteriekulturen har växt med 200% måste man avbryta experimentet. Hur lång tid kommer det ta?

(0/0/2)

34. Joakim söker sig till två företag för att undersöka värdeförändringen på hans lägenhet. Han pratar först med företaget Lägenhetskungen som värderar lägenheten till 2 miljoner kr 2022 och att lägenheten ska öka i värde med 3% varje år. Det andra företaget heter Värderingskungen och menar att Joakims lägenhet är värd 2,1 miljoner 2022 och att den kommer öka med 3,8% varje år. Joakim observerar att det finns en differens mellan värderingarna och vill undersöka vad det får för konsekvenser på lång sikt.
    a) Undersök vad differensen mellan värderingarna kommer vara efter 10 år om man utgår från respektive företags prognoser.

    b) Efter hur många år kommer värderingsdifferensen vara mer än 1 miljon kronor?

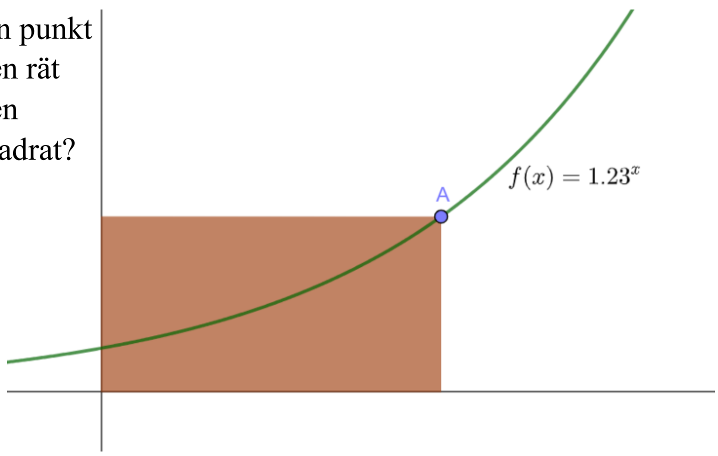
(0/2/2)

35. Kapten Joakim närmar sig nytt land och har funnit en fyr som han bestämt sig för att närma. Joakim är på ett okänt avstånd från fyren men med hjälp av ett verktyg kan han konstatera att från havet till fyrens topp skapas det en vinkel på 32°. Han rör sig ytterligare 70 meter närmare fyren och vinkeln har nu ökat till 41°. Hur högt upp är pirens topp?

(0/0/3)

36. För funktionen $f(x) = 1{,}23^x$ placerar vi en punkt längst med grafen. Från den punkten dras en rät linje till x-axeln och y-axeln vilket bildar en rektangel. För vilken punkt A skapas en kvadrat? Funktionen $f(x)$ har definitionsmängden $-1 \leq x \leq 5$.

(0/0/3)



Övningsprov 2

1. $f(x)=4x+2$ a) $f(6)=4\cdot 6+2=24+2=26$

b) $f(-10)=4\cdot(-10)+2=-40+2=-38$

c) $f(x)=-10$
$4x+2=-10$
$4x=-12$
$x=-3$

2. a) $f(4)=6$ b) $f(x)=3$ $x=2$

c) Def.mängd $0\leq x\leq 6$ värdemängd $0\leq y\leq 9$

d) $4<x\leq 6$

3. Röd: $y=-3x+5$ Grön: $y=2x+1$

4. a) $\sin v=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$
$\tan v=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$

b) $\sin v=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ $\tan v=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

5. $f(x)=3\cdot 2^x$ $g(x)=3\cdot x^2$

a) $f(1)+g(1)=3\cdot 2^1+3\cdot 1^2=9$ b) $f(2)-g(2)=3\cdot 2^2-3\cdot 2^2=0$

6. a) $x^2+x=x(x+1)$ b) $2x^3+4x^2+8x=2x(x^2+2x+4)$

c) $5y^2+25y=5y(y+5)$

7. $(1,4)$ $(-2,10)$
x_1 y_1 x_2 y_2

$d=\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}=\sqrt{(10-4)^2+(-2-1)^2}$
$=\sqrt{6^2+(-3)^2}=\sqrt{45}$ l.e

8. Skriv alla på k-form

$y-x=3$
$y=x+3$

$y=x-4$

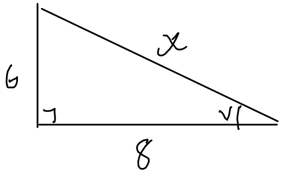
Parallella
$k_1=k_2$

$2y+x+3=0$
$y=-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$

$y-10=2x$
$y=2x+10$

vinkelräta $k_1\cdot k_2=-1$

9.



$6^2+8^2=x^2$

$36+64=x^2$

$x^2=100$

$x=(\pm)10$

$\sin v=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos v=\frac{8}{10}=\frac{4}{10}$

$\sin v+\cos v=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$

10. a) $4^2\cdot 2^2=(4\cdot 2)^2=8^2$ b) $4^4\cdot 9^2=4^4\cdot(3^2)^2=4^4\cdot 3^4=(4\cdot 3)^4=12^4$

11. a) $x^2+4x=4x+16$

$x^2=16 \quad x=\pm 4$

b) $(x+1)(x-4)=x^2$

$x^2-4x+x-4=x^2$

$3x-4=0$

$3x=4$

$x=\frac{4}{3}$

12. skriv på k-form

$3y=-6x+15$

$y=-2x+5$

värdemängden $-1<y<9$ för vilka x gäller detta? sätt $y=-1$

$-1=-2x+5$

$-6=-2x$

$x=3$

$y=9$ $\quad 9=-2x+5$

$4=-2x$

$x=-2$

Defmängd: $-2<x<3$

13 $f(x)=4x+1$

$g(x)=-2x+2$

$f(g(x))=4(-2x+2)+1=-8x+8+1=-8x+9$

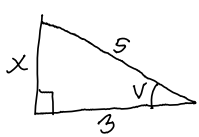
$-8x+9=1$

$-8x=-8$

$x=1$

14. $\frac{2x^2+4x}{2+x}=\frac{2x(x\cancel{+}2)}{2\cancel{+}x}=2x$

15



$5^2=x^2+3^2$

$25-9=x^2$

$x^2=16$

$x=(\pm)4$

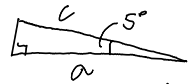
$\sin v=\frac{4}{5}$

16. $f(x)=kx+a$ två olika räta linjer som är parallella!

$g(x)=kx+b$ $\quad f(g(x))=k(kx+b)+a=k^2x+kb+a$

En rät linje med k-värdet i kvadrat!

17. Rita upp en triangel



$b<a<c$

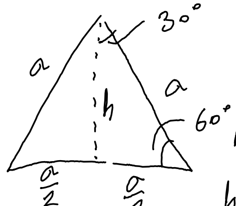
Svar:

$\tan 5°=\frac{b}{a}$ $\quad \sin 5°=\frac{b}{c}$ $\quad \cos 5°=\frac{a}{c}$

Svar: $\sin 5°$, $\tan 5°$, $\cos 5°$

minst störst

18.



$h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2$

$h^2=a^2-\frac{a^2}{4}$

$h^2=\frac{3a^2}{4}$

$h=(\pm)\,\frac{\sqrt{3}a}{2}$

$\cos 30°=\frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{2}\cdot\frac{1}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. a) $h(x)=g(x)+f(x)$

$h(4)=g(4)+f(4)=3+1=4$

b) $h(x)=f(g(x))$

$h(4)=f(g(4))=f(3)=-2$

20. a) Efter hur många år är skatteintäkterna 140 miljoner

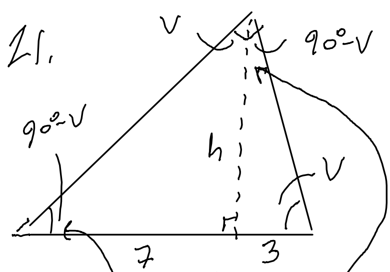
b) $S(B(t))=140$

$S(12)=140$

$B(t)=12$

$t=5$

21.



$A=\frac{b\cdot h}{2}$

$b=10$, sök h

$\tan(90°-v)=\frac{h}{7}$

$\tan(90°-v)=\frac{3}{h}$

$\frac{h}{7}=\frac{3}{h}$ $\quad h^2=21$ $\quad h=(\pm)\sqrt{21}$

$A=\frac{10\cdot\sqrt{21}}{2}=5\sqrt{21}$ a.e Svar: $5\cdot\sqrt{21}$ a.e

Del 2

22. $f(x)=1500\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x$ a) $f(3)=1500\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3=55,55$

b) $f(-4)=1500\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}=121500$

23. $y=kx$ ta fram k-värdet $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\underset{x_1\ \ y_1}{(3,10)}$ $\underset{x_2\ \ y_2}{(-7,-10)}$

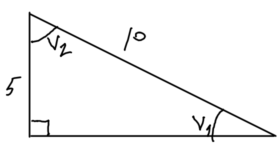
$k=\frac{-10-10}{-7-3}=\frac{-20}{-10}=2$ $y=2x+m$ sätt in $x=3$ $y=10$

$10=2\cdot 3+m$

$m=4$

$\boxed{y=2x+4}$

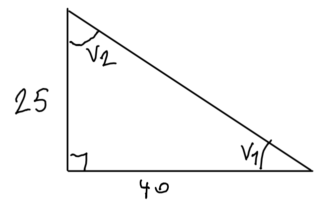
24.



$\sin V_1=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

$V_1=\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=30°$

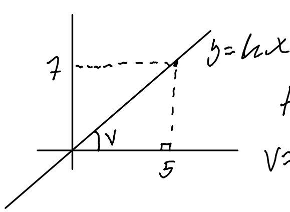
$V_2=90°-30°=60°$



$\tan V_1=\frac{25}{40}=\frac{5}{8}$ $V_1=\tan^{-1}\left(\frac{5}{8}\right)\approx 32°$

$V_2=90°-32°=58°$

25.



$\tan v=\frac{7}{5}$

$v=\tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right)\approx 54,46°$

26. $f(x)=C\cdot 0,45^x$ $f(2)=5$ $C\cdot 0,45^2=5$

$C=\frac{5}{0,45^2}\approx 24,69$

27. a) $5x^7=30$

$x^7=6$

$(x^7)^{\frac{1}{7}}=6^{\frac{1}{7}}$

$x\approx 1,29$

b) $x^{\frac{5}{4}}-3=10$

$x^{\frac{5}{4}}=13$

$\left(x^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{4}{5}}=13^{\frac{4}{5}}$

$x=7,78$

c) $\sqrt{x}\cdot\frac{x}{2}=2$

$\frac{\sqrt{x}\cdot x}{2}=2$

$\sqrt{x}\cdot x=4$

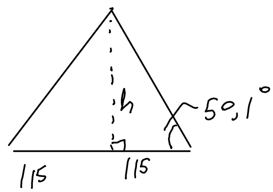
$x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{1}=4$

$x^{\frac{3}{2}}=4$

$\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$

$x=2,52$

28. Vi klyver av pyramiden mitten. Vi får då



$\tan 50{,}1° = \frac{h}{115}$

$h = \tan 50{,}1 \cdot 115$

$h \approx 137$

Svar: pyramiden är 137 meter

29. $H(A) = 2500 + k \cdot A$ Vi vet att $H(30) = 2500 + k \cdot 30 = 4000$

k är kostnaden per kvadratmeter

$2500 + 30 \cdot k = 4000$

$30k = 1500$

$k = 50$

30. $f(x) = 3x + 4$ $g(x) = 243 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

31. Vi vill att $L(a) = 85$ samt att $L_0 = 100$ vi söker nu a

$85 = 120 - 5{,}31 \cdot a^{0{,}45}$

$5{,}31 \cdot a^{0{,}45} = 35$

$a^{0{,}45} = \frac{35}{5{,}31}$

$\left(a^{0{,}45}\right)^{\frac{1}{0{,}45}} = \left(\frac{35}{5{,}31}\right)^{\frac{1}{0{,}45}}$

$a \approx 66$

Svar: ungefär 66 meter

32. $N(t) = N_0 \cdot (1+r)^t$

För nyhet A vet vi att $N_0 = 100$

samt att $N(7) = 10000$

$10000 = 100 \cdot (1+r)^7$

$100 = (1+r)^7$

$100^{\frac{1}{7}} = \left((1+r)^7\right)^{\frac{1}{7}}$

$1{,}93 = 1 + r$ $r = 0{,}93$

För nyhet B vet vi att $N_0 = 250$ $N(3) = 1250$

$1250 = 250(1+r)^3$

$4 = (1+r)^3$

$4^{\frac{1}{3}} = \left((1+r)^3\right)^{\frac{1}{3}}$

$1{,}59 = 1 + r$ $r = 0{,}59$ Nyhet A är viktigast

33. $B(t)=c\cdot 1{,}1^t$ där $B(t)$ är antalet bakterier och t är dagar. Ökning med 200% ger $3\cdot c$ (vi vet inte vad c är men behåller det så!)

$3c=c\cdot 1{,}1^t$ vi kan stryka c

$3=1{,}1^t$ geogebra! Jag använder lös-funktionen på geogebra

$t=11{,}5$ Svar: Efter 11 dagar måste de avbryta!

34. Lägenhetsklungen: $L(x)=2\cdot 1{,}03^x$

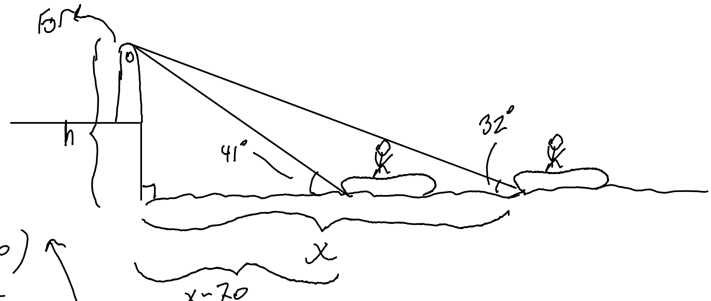
Värderingsklungen: $V(x)=2{,}1\cdot 1{,}038^x$

Värderingsdifferens $D(x)=V(x)-L(x)=2{,}1\cdot 1{,}038^x-2\cdot 1{,}03^x$

Vi vill veta $D(x)=1$ Det löser vi grafiskt skriv i $D(x)$ i geogebra! Vi undersöker då för vilket x $D(x)=1$

Det sker då $x\approx 23$ Svar: Efter 23 år är värderingsdiffen en miljon.

35. Rita upp problemet!



$\tan 32^\circ=\dfrac{h}{x}$ $\quad h=\tan 32^\circ\cdot x$

$\tan 41^\circ=\dfrac{h}{x-70}$ $\quad h=\tan 41^\circ(x-70)$

Ställ upp tangens-förhållanden

Sätt ihop likheterna för att ta fram x

$\tan 32^\circ\cdot x=\tan 41^\circ(x-70)$

$\tan 32^\circ x=\tan 41^\circ\cdot x-70\cdot\tan 41^\circ$

$70\cdot\tan 41^\circ=\tan 41^\circ x-\tan 32^\circ\cdot x$

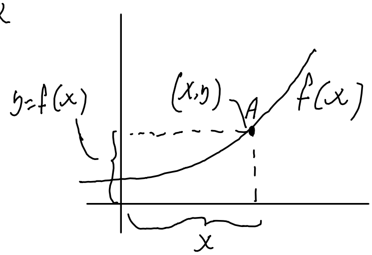
$70\cdot\tan 41^\circ=x(\tan 41^\circ-\tan 32^\circ)$

$x=\dfrac{70\cdot\tan 41^\circ}{\tan 41^\circ-\tan 32^\circ}\approx 248{,}95\,m$

$h=\tan 32^\circ\cdot 248{,}95\approx 155{,}56$

Svar: Fyren är 156 meter över havet.

36. $f(x)=1,23^x$



Defmängd $-1 \le x \le 5$

För att en kvadrat ska uppstå måste $y=x$ för funktionen eller $f(a)=a$ för något a

Vi får då ekvationen

$f(a)=a$

$1,23^a=a$, den här ekvationen får vi lösa med geogebra!

(Glöm inte att skriva ekvationen med x)

Vi löser ekvationen med lös-funktionen i geogebra. Vi får då lösningarna $x_1 \approx 1,31$ $x_2 \approx 10,57$

men x_2 ligger utanför def.mängd

Svar: Då $x \approx 1,31$ kommer en kvadrat uppstå. Punkten A ska vara $(1,31; 1,31)$