

## Flexonsdag 7

1. Lös ekvationerna med fullständiga lösningar

a)  $2\sin x = 1$

b)  $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$

2. Derivera funktionerna

a)  $f(x) = e^x \cdot x$

b)  $f(x) = (3x + 1)^5$

3. Visa att följande likheter stämmer

a)  $\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)^6 = 1$

b)  $\tan x = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$

c)  $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

4. Skriv följande komplexa tal i exponentiell form

a)  $z = 2 + 2i$

b)  $z = -\sqrt{3} + i$

5. Bestäm integralerna

a)  $\int_0^\pi \cos^2 x - \sin^2 x \, dx$

b)  $\int_0^e \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)^4 dx$

6. Derivatan för funktionen  $f(x) = \tan x$  är  $f'(x) = 1 + \tan^2 x$ . Visa att det stämmer.
7. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen  $z^3 = 1$
8. En sfärisk snöboll smälter så att radien minskar med 2,0 mm/h. Med vilken hastighet ändras snöbollens volym då dess radie är 3,0 cm?
9. Du vet att  $\cos v = \frac{2}{3}$ . Bestäm då de tänkbara värdena för  $\sin v$
10. Visa att  $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$
11. Markera i det komplexa talplanet de komplexa tal  $z$  för vilka det gäller

$$|z - 4| = |z - 2i|$$

12. Visa att om  $a$  är ett reellt tal kommer  $a^i$  också alltid vara reellt.
13. En isskulptur i form av ett klot smälter på ett sådant sätt att den hela tiden är ett klot. Volymen på klotet minskar med en konstant hastighet på  $2\pi$  kubikmeter per timme. Med vilken hastighet förändras **arean** på klotet i det ögonblick då skulpturens radie är 5 meter?