Faktorsatsen

Repetition av Polynomdivision

Ex) Dividera följande $\frac{x^3-3x^2-6x+8}{x+2}$

Liggande stolen

$$\begin{array}{l|l} \multicolumn{2}{l}{x^2-5x} \\ \hline x^3-3x^2-6x+8 & x+2 \\ -(x^3+2x^2) & x^2(x+2)=x^3+2x^2 \\ \hline -5x^2-6x+8 & \\ -(-5x^2-10x) & -5x(x+2)=-5x^2-10x \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \multicolumn{2}{l}{x^2-5x+4} \\ \hline 4x+8 & x+2 \\ -(4x+8) & 4(x+2)=4x+8 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Svar: $\frac{x^3-3x^2-6x+8}{x+2}=x^2-5x+4$

Faktorsatsen

> Om polynomet $P(x)$ är delbar med $(x-a)$, alltså att $(x-a)$ är en faktor till polynomet, kommer $x=a$ vara ett nollställe för funktionen $P(x)$. D.v.s $P(a)=0$

Till exempel $x^3+3x^2-4x-12=(x+2)(x-2)(x+3)$ då har funktionen $f(x)=x^3+3x^2-4x-12$ nollställena $x_1=-2$ $x_2=2$ $x_3=-3$
Vi kan ta reda på dessa nollställen med hjälp av Polynomdivision.

Ex) Undersök om polynomen har en faktor som är $(x-1)$

a) x^3+4x^2+x-6 b) $x^3-21x+21$

Om polynomen $P(x)$ ska har en faktor som är $(x-1)$ då måste $P(1)=0$

a) $P(1)=1+4+1-6=0$ Det är en faktor!

b) $P(1)=1-21+21=1$, $(x-1)$ är inte en faktor!

Ex) Faktorisera tredjegrads funktionen $f(x)$ om $f(1)=0$, $f(-2)=0$, $f(3)=0$ samt $f(2)=16$

$f(x)=k(x-1)(x+2)(x-3)$ $f(2)=k(2-1)(2+2)(2-3)=-4k=16$

$k=-4$

$f(x)=-4(x-1)(x+2)(x-3)$

Ex) Bestäm talet a så att polynomet x^3-kx^2+2x-4 får faktorn $(x-2)$

$P(2)=0$ $P(2)=2^3-k\cdot 2^2+2\cdot 2-4=0$

$8-4k+4-4=0$

$4k=8$

$k=2$