

Andragsgradsekvationer och Polynomkvationer

Andragsgradsekvationer för komplexa tal

Ex, Lös ekvationerna

a) $z^2 - 4z + 5 = 0$ b) $z^2 = 4e^{i\frac{\pi}{2}}$

$$z = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{4 - 5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{-1}$$

$$= 2 \pm i$$

$$z^2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = r^2\left(\cos 2\varphi + i\sin 2\varphi\right)$$

$$z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$2\varphi = \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot n$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \pi \cdot n \quad n=0 \text{ ger}$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{4} \quad n=1 \text{ ger } \varphi_2 = \frac{5\pi}{4}$$

Liggande stolen - Efta sista avta dividera

Exempel med tal

Ex) a) $\frac{252}{3}$

$$\begin{array}{r} 84 \\ 252 \overline{) 3} \\ -24 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -12 \\ \hline 0 \text{ Ingen rest.} \end{array}$$

$$\frac{252}{3} = 84$$

$$8 \cdot 3 = 24$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

b) Bestäm resten för divisionen

$$\frac{532}{3}$$

$$\begin{array}{r} 177 \\ 532 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 \\ \hline 232 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -21 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -21 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

$$3 \cdot 7 = 21$$

$$3 \cdot 7 = 21$$

Svar: Resten är

1

Polynomdivision använder vi liggande stolen

Ex) Utför Polynomdivisionen

$$a) \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$$

$$b) \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{x + 1}$$

$$\begin{array}{r|l} x+3 & x-1 \\ \hline x^2+2x-3 & \\ - (x^2-x) & \\ \hline 3x-3 & \\ - (3x-3) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x(x-1) &= x^2 - x \\ 3(x-3) &= 3x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+3x-4 & x+1 \\ \hline x^3+4x^2-x-4 & \\ - (x^3+x^2) & \\ \hline 3x^2-x-4 & \\ - (3x^2+3x) & \\ \hline -4x-4 & \\ - (-4x-4) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2(x+1) &= x^3 + x^2 \\ 3x(x+1) &= 3x^2 + 3x \\ -4(x+1) &= -4x - 4 \end{aligned}$$

När vi utför Polynomdivision mellan $P(x)$ och $x-a$ får vi

$$\frac{P(x)}{x-a} = q(x) + r$$

där $q(x)$ är kvoten och r är en eventuellt rest. om $r=0$ får vi att $P(x) = q(x)(x-a)$

Ex) Undersök om Polynomdivisionen har någon rest

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 13}{x - 2}$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+5x+6 & x-2 \\ \hline x^3+3x^2-4x-13 & \\ - (x^3-2x^2) & \\ \hline 5x^2-4x-13 & \\ - (5x^2-10x) & \\ \hline 6x-13 & \\ - (6x-12) & \\ \hline -1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-2) &= x^3 - 2x^2 \\ 5x(x-2) &= 5x^2 - 10x \\ 6(x-2) &= 6x - 12 \end{aligned}$$

Svar: Resten är -1