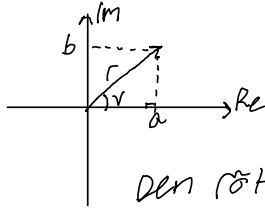


Polär form

Ätt nytt sätt att skriva komplexa tal på

Vi vill skriva om komplexa tal med hjälp av trigonometri

$$z = a + bi$$



$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arg z \quad \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

Den rätvinkliga triangeln ger följande samband:

$$\cos \varphi = \frac{a}{r} \quad a = r \cdot \cos \varphi$$

$$z = a + bi$$

$$\sin \varphi = \frac{b}{r} \quad b = r \cdot \sin \varphi$$

$$= r \cos \varphi + r \sin \varphi i$$

$$= r (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Polär form

Det komplexa talet $z = a + bi$

skrivs på polär form $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

$$r = |z| \quad \varphi = \arg z$$

Ex) Bestäm följande komplexa tal på polär form

a) $z = 1 + i$ vi behöver r och φ $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$

$$\varphi \text{ ges av } \tan \varphi = \frac{b}{a} = 1$$

b) $z = 1 + \sqrt{3}i$ $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4} = 2$

$$\varphi \text{ ges av } \tan \varphi = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} \quad z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} \quad z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

Ex) Ange det komplekse tal $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\cdot\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} + i$$