

Övningsprov 1 – Ma2b

1. Lös ekvationssystemen med valfri metod

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 4y - x = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 3y - 3x = 9 \end{cases}$$

(4/0/0)

2. Förenkla följande uttryck

a) $(x + 2)^2 - x^2$

b) $(x + 10)(x - 10)$

c) $2(x - 5)^2$

d) $(3x - 5)^2$

e) $\left(x^2 + \frac{x}{2}\right)\left(x^2 - \frac{x}{2}\right)$

(3/3/0)

3. På ett café kostar två bullar och en smörgås 35 kr samtidigt kostar fyra smörgåsar och en bulle 70 kr. Hur mycket kostar en bulle respektive en smörgås på caféet?

(2/1/0)

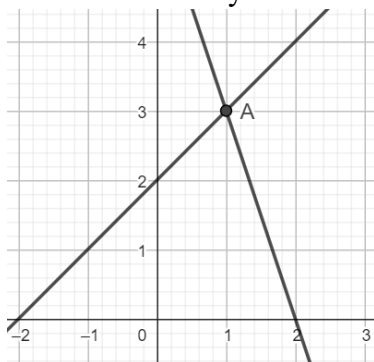
4. Visa att följande två linjer är parallella

$$y - 3x = 10$$

$$2y = 6x + 7$$

(2/0/0)

5. Vilket ekvationssystem har lösningen som visas i koordinatsystemet nedan?



(2/0/0)

6. Bestäm vad som ska stå i den tomma parentesen

a) $(\quad)(x + 2) = x^2 + 4x + 4$

b) $(\quad)(2x + 5) = 4x^2 - 25$ (1/1/0)

7. Bestäm konstanten a så att följande två linjer blir vinkelräta

$$ay = 4x + 1 \qquad y + 2x = 1 \qquad (1/2/0)$$

8. Förklara varför följande ekvationssystem saknar lösningar

$$\begin{cases} y - 3x = 0 \\ 2y = 10 + 6x \end{cases} \qquad (1/1/0)$$

9. Joakim har gjort ett löfte med sin son inför sonens matteprov. Joakim sa att för varje rätt du får kommer du få 5 kr för varje fel får du böta 8 kr (lätt omoraliskt). Provet innehöll 26 uppgifter och när Joakims son fick tillbaka provet fick han inga pengar och slapp betala något. Hur många rätt fick sonen?

(0/2/0)

10. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - \frac{y}{2} = 1 \\ y + \frac{x}{2} = 3 \end{cases}$$

(0/3/0)

11. Joakim påstår att det finns två tal som har följande egenskaper.

- Summan av talen är 10
- Differensen av talen resulterar i en tredjedel av summan av talen

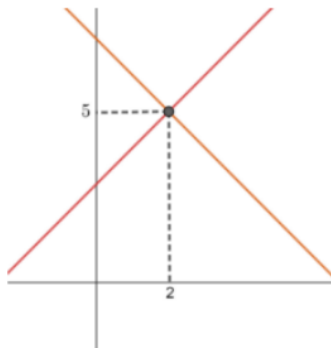
Undersök om Joakim har rätt att det finns två sådana tal (0/3/0)

12. Bestäm konstanterna a , b och c för följande likhet

$$a(bx + c)^2 = 12x^2 + 60x + 75$$

(0/2/1)

13. Följande ekvationssystem har lösningen som visas i koordinatsystemet. Bestäm konstanterna a och b



$$\begin{cases} 2ax + 3by = 46 \\ ay - 5bx = 0 \end{cases}$$

(0/1/1)

14. Visa a alltid måste vara ett kvadrattal för att följande likhet ska stämma.

$$\frac{(n+1)(n+2)}{k} + \frac{n+2}{k} - \frac{a}{k} = 0$$

(0/1/1)

15. I Joakimköping ska man snart rösta. Det finns flera partier men två av dem Gladpartiet och Snällpartiet har följande situation: Om 10 procentenheter av rösterna går från Gladpartiet till Snällpartiet kommer Snällpartiet vara två gånger så stort som Gladpartiet. Samtidigt om 10 procentenheter av rösterna går från Snällpartiet till Gladpartiet kommer Gladpartiet vara tre gånger så stort som Snällpartiet. Hur många procent av rösterna har respektive parti?

(0/0/2)

16. Två räta linjer är vinkelräta. Den ena linjen har ekvationen $y = kx + 2$ och den andra linjen går igenom punkterna $(1, 2)$ och $(k, 8)$. Bestäm talet k

(0/1/2)

$$1. a) \begin{cases} 3x+y=10 & \text{I} \\ 4y-x=1 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad 3x+y=10 \\ y=10-3x$$

$$\text{II} \quad 4y-x=1$$

$$4(10-3x)-x=1 \quad 3x+y=10$$

$$40-12x-x=1 \quad 9+y=10 \\ 40-13x=1 \quad y=1$$

$$13x=39 \\ x=3$$

$$\text{Svari} \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x+4y=6 & \text{I} \\ 3y-3x=9 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad 2x+4y=6$$

$$2x=6-4y$$

$$x=3-2y$$

$$\text{II} \quad 3y-3x=9$$

$$3y-3(3-2y)=9$$

$$3y-9+6y=9$$

$$9y=18$$

$$y=2$$

$$2x+4y=6$$

$$2x+8=6$$

$$2x=-2$$

$$x=-1$$

$$\text{Svari} \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$2. a) (x+2)^2 - x^2$$

$$x^2+4x+4-x^2=4x+4$$

$$b) (x+10)(x-10)=x^2-100$$

$$c) 2(x-5)^2=2(x^2-10x+25)=2x^2-20x+50$$

$$d) (3x-5)^2=9x^2-30x+25$$

$$e) (x^2-\frac{x}{2})(x^2+\frac{x}{2})=x^4-\frac{x^2}{4}$$

3. $x = \text{pris p\u00e5 bullar}$

$y = \text{pris p\u00e5 sm\u00f6rg\u00e5s}$

$$\begin{cases} 2x+y=35 & \text{I} \\ 4y+x=70 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad 2x+y=35 \\ y=35-2x$$

$$\text{II} \quad 4y+x=70$$

$$4(35-2x)+x=70$$

$$140-8x+x=70$$

$$7x=70$$

$$x=10$$

$$2x+y=35$$

$$20+y=35$$

$$y=15$$

Svari: 10 och 15
kr!

4. Parallella $k_1 = k_2$ skriv om!

$$y - 3x = 10$$
$$y = 3x + 10$$

$$2y = 6x + 7$$
$$y = 3x + \frac{7}{2}$$

$$k_1 = k_2$$

$$5. \begin{cases} y = -3x + 6 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

a) $(x+2)(x+2)$

b) $(2x-5)(2x+5)$

$$7. \begin{cases} ay = 4x + 1 \\ y = \frac{4x}{a} + \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 2x = 1 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$

Vinkelrät: $k_1 \cdot k_2 = -1$

$$\frac{4}{a} \cdot -2 = -1$$

$$\frac{-8}{a} = -1$$

$$-8 = -a$$

$$a = 8$$

Svar: $a = 8$

8. Skriv om ekvationerna

$$\begin{cases} y - 3x = 0 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 10 + 6x \\ y = 5 + 3x \end{cases}$$

Samma k -värde de är
alltså parallella och därmed
saknas lösningar

a. $x =$ Antal rätt $y =$ Antal fel

$$\begin{cases} x + y = 26 & \text{I} \\ 5x - 8y = 0 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad x + y = 26 \quad x = 26 - y$$

$$\text{II} \quad 5x - 8y = 0$$

$$5(26 - y) - 8y = 0$$

$$130 - 5y - 8y = 0$$

$$130 - 13y = 0$$

$$y = 10$$

$$x + y = 26$$

$$x + 10 = 26$$

$$x = 16$$

Svar: 16 rätt och
10 fel!

$$10. \begin{cases} x - \frac{y}{2} = 1 & \textcircled{I} \\ y + \frac{x}{2} = 3 & \textcircled{II} \end{cases} \quad \textcircled{I} \quad x - \frac{y}{2} = 1 \quad \textcircled{II} \quad y + \frac{x}{2} = 3.$$

$$x = 1 + \frac{y}{2} \quad y + \frac{1 + \frac{y}{2}}{2} = 3.$$

$$y + \frac{1}{2} + \frac{y}{4} =$$

$$\textcircled{I} \quad x - \frac{2}{2} = 1 \quad \leftarrow$$

$$x = 2 \quad \text{Svar: } \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\frac{5y}{4} = \frac{5}{2}$$

$$10y = 20$$

$$y = 2$$

11. $x = \text{enra tal}$
 $y = \text{andra tal}$

$$\begin{cases} x + y = 10 & \textcircled{I} \\ x - y = \frac{x+y}{3} & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad x - y = \frac{\overbrace{x+y}^{=10 \text{ enligt } \textcircled{I}}}{3}$$

$$x - y = \frac{10}{3} \quad x = \frac{10}{3} + y$$

$$\textcircled{I} \quad x + y = 10$$

$$\frac{10}{3} + y + y = 10$$

$$x = \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$$

$$2y = \frac{20}{3}$$

$$y = \frac{10}{3}$$

Svar: $\frac{10}{3}, \frac{20}{3}$ är talen.

$$12. \quad 12x^2 + 60x + 75 = 3(4x^2 + 20x + 25) = 3(2x+5)^2$$

$$\text{Svari } a=3, b=2, c=5$$

13. Sätt in lösningen som visas $x=2$ $y=5$ och lös sedan eliminationsystemet.

$$\begin{cases} 2ax + 3by = 46 & x=2 \\ ay - 5bx = 0 & y=5 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a + 15b = 46 & \text{I} \\ 5a - 10b = 0 & \text{II} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 5a - 10b &= 0 & \text{I} \quad 4a + 15b &= 46 \\ 5a &= 10b & 8b + 15b &= 46 \\ a &= 2b & 23b &= 46 \\ & & b &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 5a - 20 &= 0 \\ 5a &= 20 & \text{Svari} \quad \begin{cases} b=2 \\ a=4 \end{cases} \\ a &= 4 \end{aligned}$$

$$14. \quad \frac{(n+1)(n+2)}{n} + \frac{(n+2)}{n} - \frac{a}{n} = 0 \quad \text{för alla } n \text{ lös } a$$

$$\text{Vi kan stryka alla } n \quad (n+1)(n+2) + n+2 - a = 0$$

$$n^2 + 2n + n + 2 + n + 2 = a$$

$$n^2 + 4n + 4 = a$$

$$a = (n+2)^2 \quad \text{Alltid ett kvadrattal!!}$$

15. Procent för Gladpartiet: G

Ställ upp ett ekvations-

Procent för Snällpartiet: S

system för situationen

$$\begin{cases} 2(G-10) = S+10 & \text{I} \\ 3(S-10) = G+10 & \text{II} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 2(G-10) &= S+10 \\ 2G-20 &= S+10 \\ S &= 2G-30 \end{aligned}$$

$$S = 2G - 30$$

$$\text{II} \quad 3(S-10) = G+10$$

$$S = 52 - 30 = 22$$

$$3(2G-30-10) = G+10$$

$$6G-120 = G+10$$

Svar: Snällpartiet har 22% $5G = 130$

Gladpartiet har 26% $G = 26$

16. Linje 1: $y_1 = kx + 2$

Linje 2: $y_2 = -\frac{1}{k}x + m$ ← De är vinkelräta!

$$k \cdot \frac{-1}{k} = -1$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 2}{k - 1} = -\frac{1}{k}$$

$$\frac{6}{k-1} = -\frac{1}{k} \quad \text{korsmulti}$$

$$6k = -1(k-1)$$

$$6k = -k + 1$$

$$7k = 1$$

$$k = \frac{1}{7}$$

$$\text{Svar: } k = \frac{1}{7}$$