

Prov Matematik 4, 240405

Kapitel 1 och 2, t.o.m. sida 112. Skrivtid: 120 minuter. Poäng: 13/11/6.

Gränser: E 9; D 13 varav 4AC; C 17 varav 7AC; B 21 varav 2A; A 25 varav 4A.

Hjälpmedel: Standardformelblad.

Om inte annat sägs krävs fullständiga och välskrivna lösningar.

Del I, utan digitala hjälpmedel

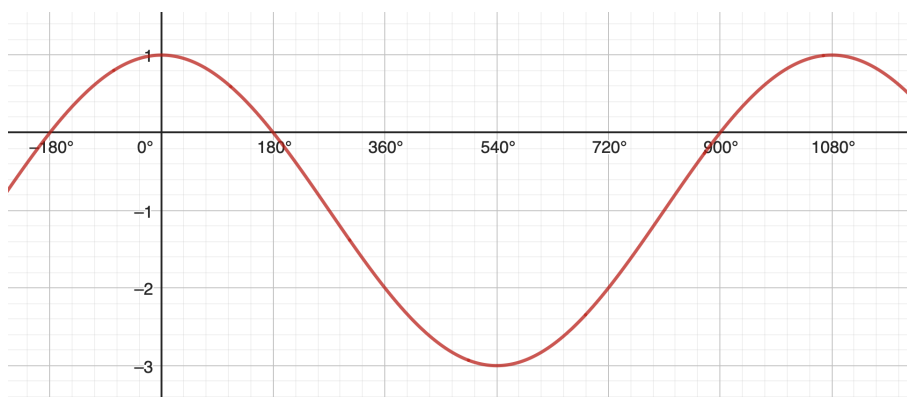
1. Bestäm derivatorna av följande funktioner

(a) $f(x) = \sin 2x$ (1/0/0)

(b) $g(x) = x^2 e^x$ (1/0/0)

2. Lös ekvationen $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Svara i radianer. (2/1/0)

3. Ange ett uttryck på formen $y = A \cos kx + B$ för funktionen nedan. Endast svar. (3/0/0)



4. Joakim von Anka menar att funktionen $g(x) = \frac{x}{e^x}$ saknar extrempunkter. Undersök om han har rätt. (1/2/0)

5. Lös ekvationen $\sin x + \cos x = 1$. (0/2/0)

6. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = 3^{2 \sin x}$. Endast svar. (0/0/1)

7. Visa att ekvationen $\sin(\cos x) = 1$ saknar lösning (x anges i radianer). (0/1/1)

Del II, med digitala hjälpmedel

8. Betrakta funktionen $f(x) = x^x$, där $x > 0$. Ange med två decimalers noggrannhet

(a) $f'(1)$. Endast svar. (1/0/0)

(b) funktionens minsta värde. Endast svar. (1/0/0)

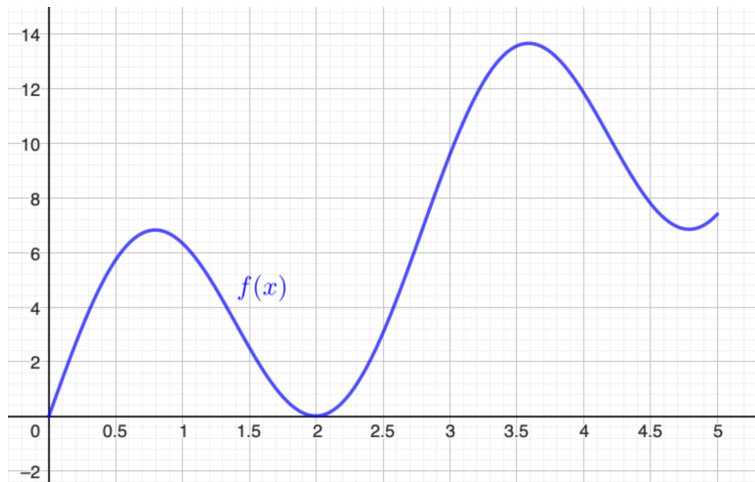
9. Visa (algebraiskt) att

$$(\sin x + \cos x)^2 - 1 = \sin 2x$$

(2/1/0)

10. Visa att tangenterna till funktionen $f(x) = \sin x$, i funktionens två första positiva nollställen, är vinkelräta. (1/1/0)

11. För vilket/vilka x i intervallet $0 \leq x \leq 5$ är $h'(x)$ odefinierad om $h(x) = \ln(f(x))$, där grafen till $f(x)$ ses i figuren nedan. (0/1/1)



12. Hur många lösningar har ekvationen $\tan x = \cos x$ i intervallet $0 \leq x \leq 630$? Här anges x i radianer. (0/1/1)

13. Nedan är grafen till funktionen $y = \sin 4x$ ritad. En rektangel ritas under denna graf med basen på x -axeln och dess "övre" punkter på grafen. Var ska punkten A placeras för att rektangelns omkrets ska bli maximal?

Exakt svar, som styrks med beräkningar, krävs.

(0/1/2)

