

Prov Matematik 3c, 231110

Kapitel 2 och 3. Skrivtid: 45 minuter.

Hjälpmedel: Standardformelblad. Poäng: 11/0/0.

Samtliga uppgifter är på E-nivå. Endast svar på samtliga uppgifter.

1. Derivera följande funktioner.

(a) $f(x) = 7e^{-2x}$ (1/0/0)

(b) $f(x) = 2 \cdot 2^x$ (1/0/0)

(c) $f(x) = \pi^e + e^\pi$ (1/0/0)

2. Bestäm samtliga primitiva funktioner till $f(x) = x^3 + x^4$. (1/0/0)

3. Bestäm den primitiva funktion $F(x)$ till $f(x) = e^{x/2}$ som uppfyller att $F(0) = 1$. (1/0/0)

4. Skriv som en logaritm på enklaste form

$$2 \ln 10 - \ln 5$$

(1/0/0)

5. Beräkna integralen

$$\int_1^2 (4x^3 + 2) dx$$

(1/0/0)

6. Betrakta funktionen $f(x) = -x^3 + 3x$ då $-3 \leq x \leq 1$.

(a) Ange funktionens största värde. (1/0/0)

(b) Ange funktionens minsta värde. (1/0/0)

7. Grafen till $y = \frac{1}{x}$ har en tangent i den punkt (på grafen) där x -koordinaten är 1.

(a) Ange tangentens k -värde. (1/0/0)

(b) Ange tangentens ekvation på formen $y = kx + m$. (1/0/0)

Prov Matematik 3c, 231115

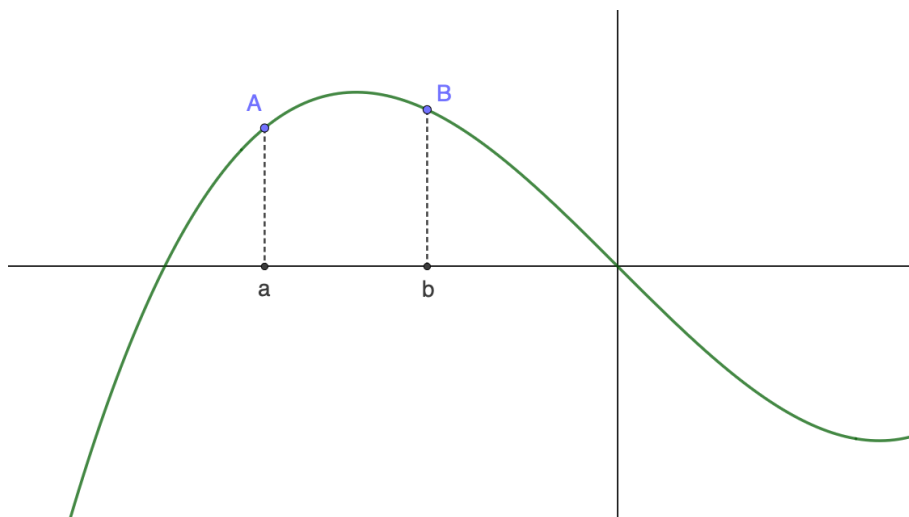
Kapitel 2 och 3. Skrivtid: 70 minuter.

Hjälpmedel: Standardformelblad, räknare, GeoGebra. Poäng: 4/11/6.

Fullständiga lösningar till samtliga uppgifter om inte annat anges.

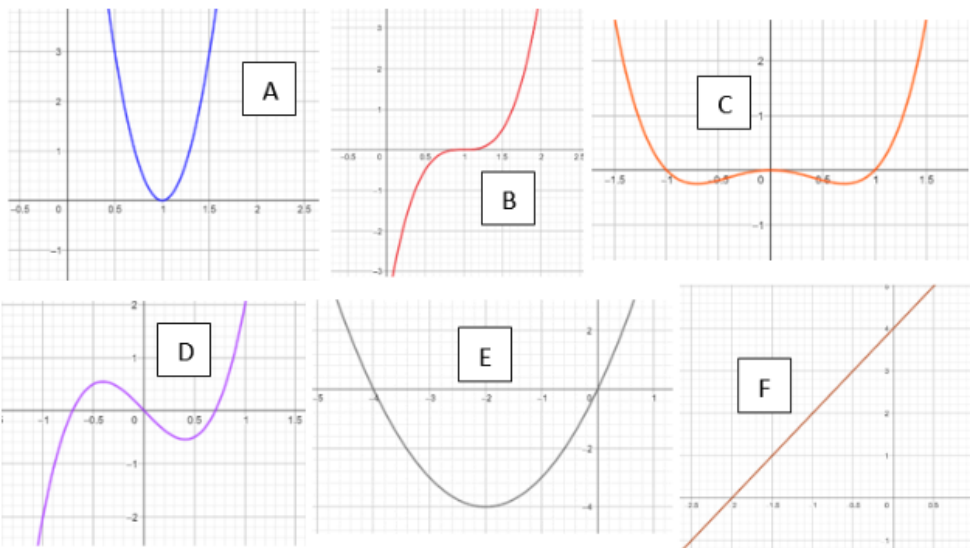
1. Nedan visas grafen till $y = f(x)$. Ange om följande värden är positiva eller negativa. *Endast svar.*

- | | |
|----------------------|---------|
| (a) $f(a), f(b)$ | (1/0/0) |
| (b) $f'(a), f'(b)$ | (1/0/0) |
| (c) $f''(a), f''(b)$ | (0/1/0) |



2. Para ihop funktionerna med dess derivatafunktion. Ange vilken i varje par som är derivata. Ingen motivering behövs.

(1/1/0)



3. Beräkna

$$\int_{-a}^a (-x^3 + x) dx$$

för alla $a > 0$.

(1/2/0)

4. Två olika organisationer har undersökt hur vikten på sälungar förändras efter födseln. Organisation 1 har konstruerat funktionen $V(t) = 3,5e^{0,354t}$ där $V(t)$ är ungens vikt i kg efter t månader. Organisation 2 har konstruerat funktionen $W(t) = 0,45t^2 + 1,5t + 3,5$ för vikten. Efter hur många månader växer en unge med samma hastighet enligt de båda modellerna?

(0/2/0)

5. En rät linje med lutning $k = 1$ tangerar grafen till

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{3}$$

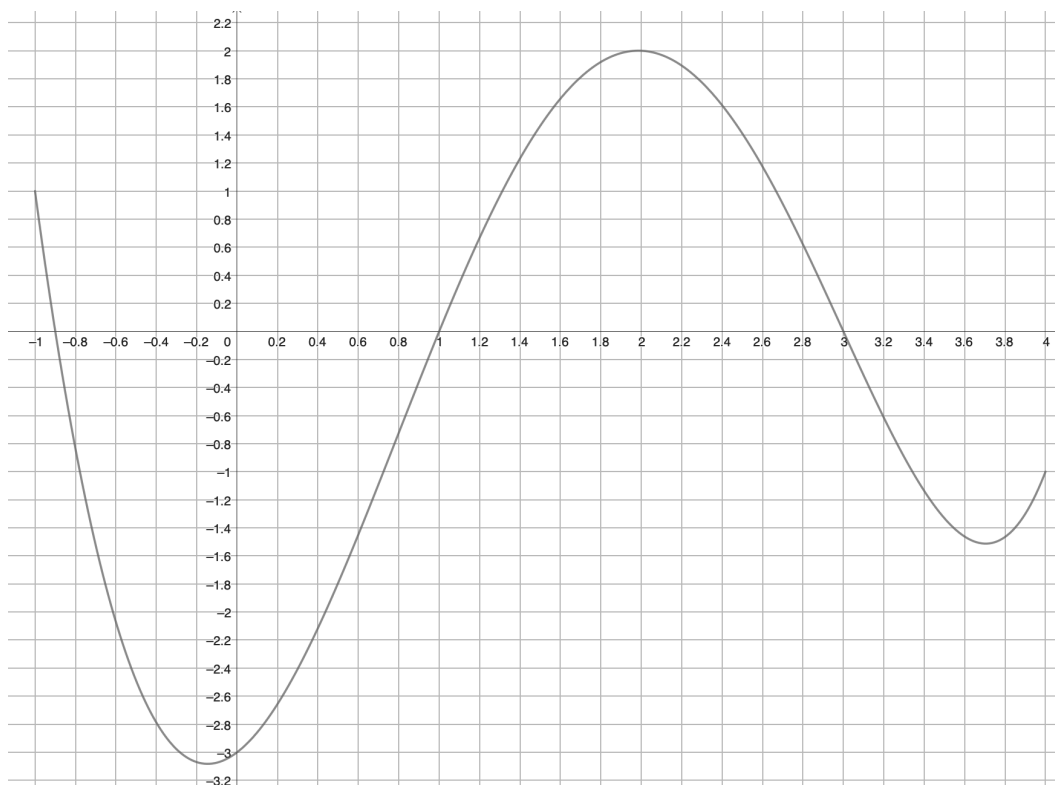
i en punkt A med positiv x -koordinat och skär dessutom grafen i ytterligare en punkt B . Bestäm koordinaterna för punkterna A och B .

(0/2/1)

6. För funktionen $f(x) = ax^3 + bx^2 + 9x$ gäller att den har en (lokal) maximipunkt då $x = 1$, och att derivatan har ett extremvärde då $x = -1$. Bestäm talen a och b . Prövning godtas ej.

(0/2/1)

7. Nedan ser du grafen till en funktion $y = f(x)$ som är definierad för $-1 \leq x \leq 4$.



- (a) Bestäm talen a och b , där $a < b$, så att integralen

$$\int_a^b f(x) dx$$

blir så stor som möjligt. Markera gränserna i figuren och avläs så noga som möjligt.

(0/1/0)

- (b) Bestäm talen c och d , där $c < d$, så att integralen

$$\int_c^d f'(x) dx$$

blir så stor som möjligt. Markera gränserna i figuren och avläs så noga som möjligt.

(0/0/1)

8. Nedan ser du funktionen $f(x) = e^{-x}$. För tangenter som tangerar funktionen för $x > 0$ skapas en triangel som avgränsas av den positiva x - och y -axeln. Tangenten tangerar funktionen i $x = a$. För vilket värde på a skapas den största möjliga arean?

(0/0/3)

