

Slutövningsprov – Ma1b

Del 1: utan miniräknare och geogebra

1. Beräkna

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$

c) $\sqrt{36} + \sqrt{16 + 9}$

d) $\frac{4+4+4+4}{2^3}$

e) $2^{-2} + \frac{1}{3}$

(4/2/0)

2. Utveckla och förenkla uttrycken

a) $2(3 + x) - 3(x + 1)$

b) $(x + 3)(5 + x)$

c) $(x + 4)^2 - (8x + 16)$

d) $a^2 \cdot a^{-2} \cdot b^0 + a^0$

e) $\frac{x^2 y^3 z^6}{x z^{-4} y^4}$

(4/3/0)

3. Faktorisera uttrycken så mycket som möjligt

a) $2x^2 - 4$

b) $x^2 - x$

c) $4x^3 - 16x^2$

(3/1/0)

4. Lös ekvationerna

a) $2(x + 4) = -4(x + 1)$

b) $x^2 - 100 = 0$

c) $x^2 + 6x = 81 + 6x$

d) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{5}$

e) $(x+1)(x-4) = x^2 + 2x$

f) $\frac{x+1}{4} - \frac{x+4}{2} = 1$ (6/2/1)

5. Vi definierar funktionerna $f(x) = 3x + 9$ och $g(x) = x^3$. Bestäm följande

- a) $f(1)$
- b) $f(-2)$
- c) $g(-1)$
- d) Lös ekvationen $f(x) = 15$ (4/0/0)

6. Joakim ska slå fotbollsstraffar. Han sätter $\frac{4}{7}$ av sina straffar.

- a) Vad är sannolikheten att Joakim missar en straff?
- b) Konstruera ett träd diagram som beskriver de möjliga utfallen om Joakim slår två straffar.
- c) Vad är sannolikheten att Joakim missar två straffar?
- d) Vad är sannolikheten att Joakim sätter två straffar? (5/0/0)

7. En rät linje går igenom punkterna (2, 5) och (4, 11). Bestäm dess ekvation (3/0/0)

8. Bestäm y uttryckt i x

- a) $2y + x = 4$
- b) $4x + 10 - 4y = 0$
- c) $x^2 + y^2 = 1$ (2/1/0)

9. Joakim har gjort ett excel-ark för ett lån han tagit.

- a) Vilken formel har Joakim skrivit in i E3?
- b) Vilken formel har Joakim skrivit in i G4
- c) Stämmer det att formeln för A5 är =A4-C4? Motivera.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Lån		Amortering		Ränta 2%		Pengar till banken		
2									
3	10000		500		200		700		
4	9500		500		190		690		
5	9000		500		180		680		
6	8500		500		170		670		
7	8000		500		160		660		
8	7500		500		150		650		
9	7000		500		140		640		
10									
11									
12									
13									
14									

(2/1/0)

10. Observera kalkylarket nedan vilken formel ska skrivas i G2. *Nettoinkomst* innebär de pengarna man har efter att ha betalat skatt och fått sina bidrag.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
Inkomst (kr)		Inkomstskatt 30%		Bidrag (kr)		Nettoinkomst		
30000		30%		1500		22500		

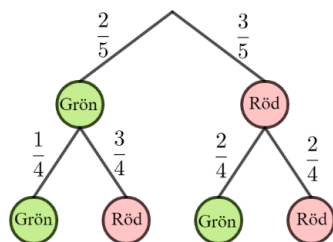
(1/1/0)

11. Vattnet i en tunna avtar med den linjära funktionen $V(t) = 100 - 4t$ där $V(t)$ är mängden vatten i liter och t är timmarna från 00.00.

- Bestäm hur mycket vatten det fanns i tunnan 00.00
- Bestäm hur mycket vatten det fanns i tunnan 10.00
- Tolka vad $V(4)$ betyder
- Hur lång tid tar det innan tunnan är helt tom?
- Skissa grafen till den räta linjen som beskriver skeendet

(4/1/0)

12. Nedan följer ett träd diagram som beskriver tänkbara sannolikheter för olika förlopp med gröna och röda kulor.



- Joakim menar att det kan finnas 15 kulor i påsen man ska dra kulor från, stämmer det?
- Lägger man tillbaka kulorna efter att man dragit en kula? Motivera.
- Vad är sannolikheten att dra två röda?
- Vad är sannolikheten att dra två kulor av samma färg?

(3/2/0)

13. Nedan har du en indextabell som visar prisförändringen på en produkt bestäm följande

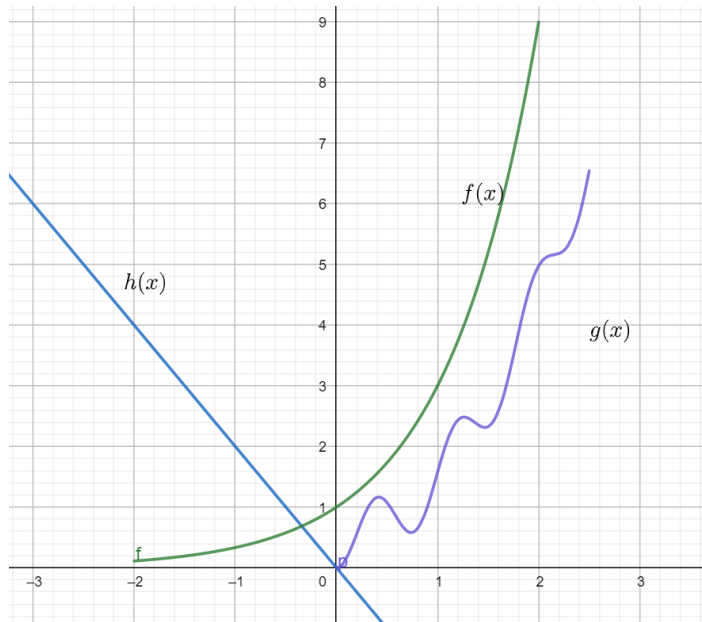
- Basåret
- Hur många procent ökade priset mellan 2012 och 2015?
- Hur många procent ökade priset mellan 2012 och 2020?
- Hur många procent ökade priset mellan 2014 och 2020?

År	2010	2012	2014	2015	2020
Index	95	100	150	125	200

(2/1/0)

14. Nedan har du 3 funktioner bestäm följande

- a) $f(2)$
- b) $h(-2)$
- c) $g(2)$
- d) $h(x) = 6$
- e) Bestäm b då $f(b + 1) = 9$
- f) Definitionsmängden för $f(x)$
- g) Definitionsmängden för $g(x)$
- h) Värdeområdet för $g(x)$



(7/2/0)

15. a) Det nyskapade Joakimpartiet vill komma in i kommunfullmäktige i Lund. Det krävs 3% för att komma in. Under en valundersökning som genomförde i maj fick Joakimpartiet 2,6% av rösterna. Undersökningen hade en felmarginal på $\pm 0,5$ procentenheter. Bestäm om det är statistiskt säkerställt att Joakimpartiet inte kommer in i kommunfullmäktige.

b) I juli gjorde man en ny undersökning där Joakimpartiet fick 3,4% av rösterna. Valundersökningen hade samma felmarginal som undersökningen i maj. Bestäm om det är statistiskt signifikant att Joakimpartiet kommer in i kommunfullmäktige **och** är ökningen för partiet statistisk signifikant?

(2/1/0)

16. Joakim har börjat ett nytt jobb där han ska sälja mobilabonnemang. Lönekontraktet är följande

Namn:	Joakim Jideström
Född:	Joakim Jideströms födelsedag
Fast lön	10 000 kr i månaden
Rörlig lön	200 kr per sålt mobilabonnemang
Signatur:	

- Bestäm en funktion som beskriver Joakims lön beroende på hur många mobilabonnemang han säljer
- Efter hur många sålda mobilabonnemang har Joakim en lön på 22 000 kr
- Rita grafen till funktionen

(3/1/0)

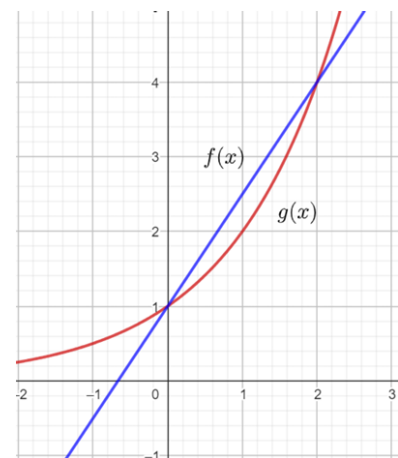
17. En exponentiell förändring går att beskriva med funktionen $K(t) = C \cdot 0,5^t$. Bestäm talet C om du vet att $K(2) = 10$

(1/1/0)

18. Observera funktionerna $f(x)$ och $g(x)$ till höger

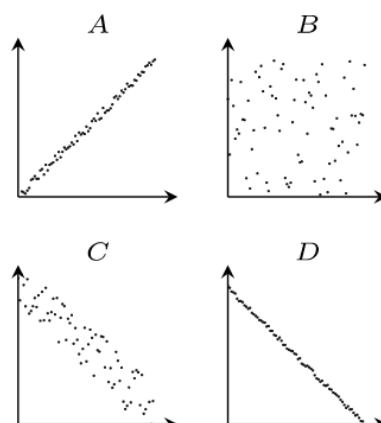
- Är det sant att $f(1) < g(1)$?
- Är det sant att $g(-1) < f(-1)$?
- För vilket/vilka x är $f(x) = g(x)$?
- För vilka x är $g(x) > f(x)$?
- Bestäm $g(f(0))$

(2/2/1)



19. Para ihop följande begrepp med spridningsdiagrammen med följande begrepp:

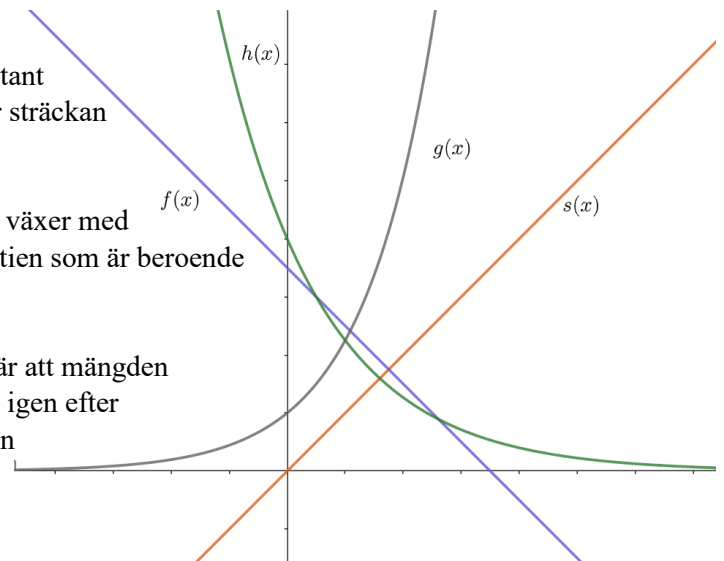
- Positiv korrelation
- Negativ korrelation
- Ingen korrelation
- Svag negativ korrelation



(2/0/0)

20. Para ihop följande grafer med beskrivningarna av förändringar

- Joakim sätter sig i en bil och åker med konstant hastighet mot Norrköping. Grafen beskriver sträckan som är beroende av tid.
- Joakim investerar i en väldigt bra aktie som växer med 15% varje år. Grafen beskriver värdet på aktien som är beroende av tiden.
- En atom kan ha en halveringstid. Det innebär att mängden halveras efter en viss tid och sedan halveras igen efter samma tidsspann. Grafen beskriver mängden av ett ämne med en viss halveringstid.



- Ett litet hål uppstår i en tunna. Vatten rinner ut med konstant hastighet. Grafen beskriver mängden vatten i tunnan som är beroende av tiden

(2/2/0)

21. För en rektangel vet du att den ena sidan är 3 gånger så lång som den andra samt att arean är 27 cm^2 . Bestäm rektangelns omkrets.

(1/2/0)

22. Lös olikheterna algebraiskt

- $6x + 7 > 7x + 10$
- $\frac{5x}{3} + 4 > x + 1$

(2/1/0)

23. Skriv följande potens/kvadratuttryck som en potens i en valfri bas.

- $9^4 \cdot 2^4$
- $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$
- $2^2 \cdot 16 \cdot 2^6$
- $(\sqrt{7})^8 \cdot 2^4$
- $25^{2x} \cdot 16^x$

(3/2/1)

24. I staden Joakimköping flyttar 10% av befolkningen ut varje år. 2022 var befolkningen 100 000. Formulera en funktion som beskriver hur befolkningen förändras utifrån tiden t som är år från 2022 och skissa grafen i ett koordinatsystem.

(3/0/0)

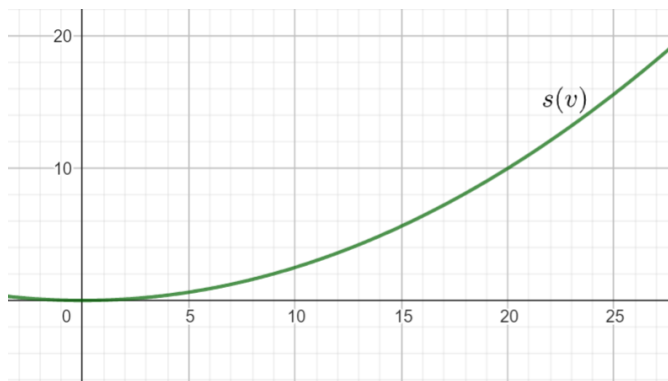
25. Vi definierar två räta linjer som $2y + 6x - 15 = 15$ och $10x - ay + 35 = 0$

- För vilket värde på a går den andra linjen igenom punkten $(5, 11)$
- För vilket värde på a blir linjerna parallella?

(2/3/0)

26. Bromssträckan för en bil går att beskrivas med funktionen $s(v) = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{k}$ där $s(v)$ är bromssträckan, v är hastigheten i km/h och k är kvaliteten på däck. Där $k = 1$ är de sämsta däckerna och $k = 100$ är de perfekta däckerna.

- En förare har perfekta däck. Hur snabbt kör föraren om bromssträckan är 50 meter?
- Observera grafen nedan som beskriver bromssträckan för en däckmodell. Bestäm kvaliteten på den däckmodellen.



(1/2/1)

27. Bestäm funktionerna $f(x)$, $g(x)$ och $h(x)$ utifrån tabellerna

x	$f(x)$
1	12
2	16
3	20
4	24

x	$g(x)$
-2	6
0	2
1	3
2	6

x	$h(x)$
0	1
1	4
2	16
3	64

(2/3/1)

28. Den räta linjen $y = 5x + 10$ och $y = kx + 6$ skär x -axeln i samma punkt. Bestäm k -värdet på den andra linjen.

(1/2/0)

29. Observera mönstret/förändringen

- Hur många blå plattor kommer det finnas på steg 5?
- Skriv ett generellt uttryck för de blåa plattorna
- Vilket steg kommer ha 20 blåa plattor?

(0/3/0)



30. Joakim singlar slant. Det finns två möjliga utfall: antingen krona eller klave.

a) Vad är sannolikheten att Joakim får minst en krona om han singlar fem gånger? Skriv ett uttryck för den sannolikheten, *du behöver inte räkna ut sannolikheten*.

b) Skriv ett uttryck för sannolikheten att få minst en krona om man singlar n gånger.

(0/1/1)

31. Lös potensekvationen

$$2^{4x} \cdot 5^{4x} = 100^{36}$$

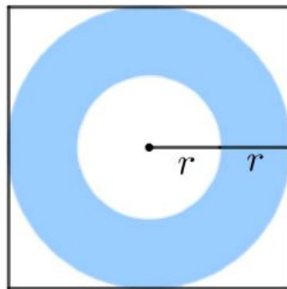
(0/1/1)

32. Rangordna följande tal utifrån storleksordning med det minsta först om du vet att $10 > a > b > c > 1$

$$\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1000}, \left(\frac{c^5}{b^5}\right)^{500}, \left(\left(\frac{a}{c}\right)^4\right)^{500}, \left(\frac{c^2}{a^2}\right)^{2000}$$

(0/0/2)

33. Hur stor andel av kvadraten är blåmarkerad?



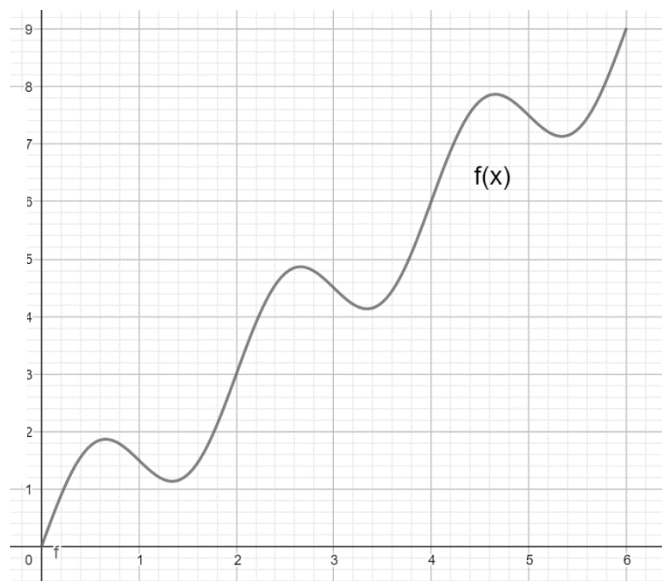
(0/0/2)

34.

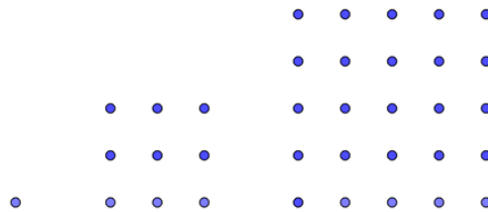
Funktionen $f(x)$ är definierad för $0 \leq x \leq 6$.

Du vet att $f(a+3) = 6$ och att $f(a) + f(b) = \frac{9}{2}$

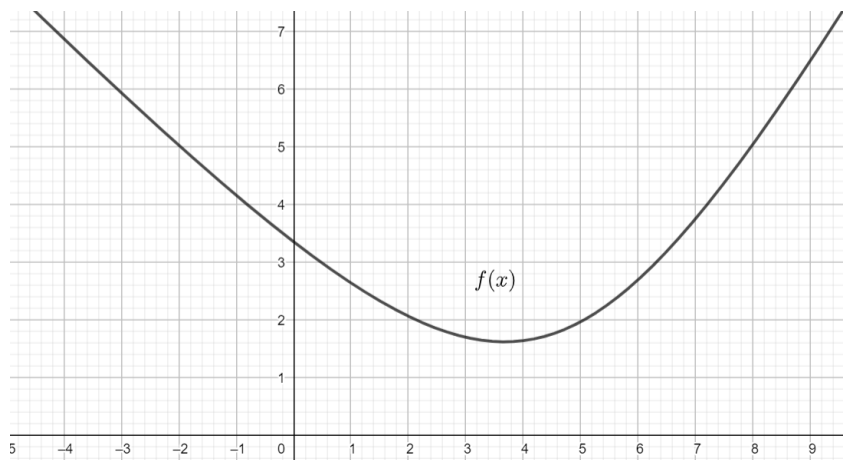
Beräkna summan $a + b$



35. Observera mönstret nedan. Vilken figur i ordningen innehåller 3^6 prickar



36. Nedan ser du grafen till funktionen $f(x)$. Bestäm samtliga möjliga b om $f(b+1) = 5$



(0/0/2)

37. Funktionen $f(x) = x^2 + 1$ är given. Undersök om sambandet $f(a+2) = f(a-1)$ gäller för något a

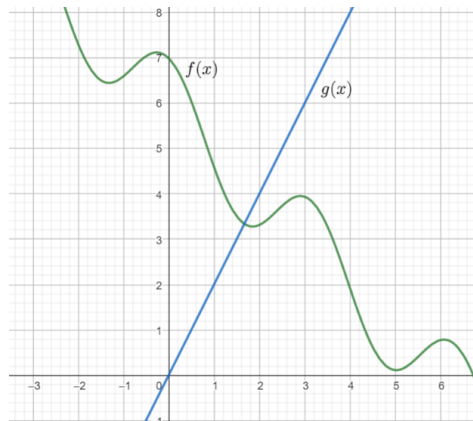
(0/1/1)

38. Observera följande

- $101 \cdot 99 - 100^2 = -1$
- $457 \cdot 455 - 456^2 = -1$
- $100054 \cdot 100052 - 100053^2 = -1$

Undersök om sambandet gäller för alla positiva heltal som följer mönstret. (0/0/2)

39. Använd graferna för att lösa ekvationen $f(g(x)) = 2$ med en motivering.



(0/0/2)

40. Joakim har 8 km mellan hemmet och skolan. Han befinner sig nu på en plats någonstans mellan hemmet och skolan. För att ta sig därifrån till skolan kan han antingen gå direkt till skolan eller gå hem, hämta sin cykel och cykla till skolan. Han cyklar sex gånger så snabbare än han går och oavsett vilket alternativ han väljer kommer han att komma fram till skolan vid precis samma tidpunkt. Hur långt från skolan befinner sig Joakim just nu?

(0/0/3)

Del 2 – med miniräknare och geogebra/desmos

41. En tröjans värde från 2024 går att beskriva med följande funktion $f(x) = 150 \cdot 0,92^x$ där x är antalet år från 2024

a) Vad kostar tröjan 2024?

b) Hur många procent minskar tröjans värde varje år?

c) Bestäm och tolka $f(2)$

42. Bestäm k -värdet för den räta linjen som går igenom punkterna (10, 23) och (18, 61)

(2/0/0)

43. Vad är sannolikheten att få två jämna tal i rad om man slår två sexsidiga tärningar

(2/0/0)

44. Lös ekvationerna

a) $x^2 = 20$

b) $x^8 = 1\,000$

c) $\frac{x^3}{11} = \frac{10}{x^4}$

d) $\frac{\sqrt{x} \cdot x^4}{x^2} = 10$

(2/1/1)

45. Lös följande ekvationer med hjälp av ditt digitala hjälpmedel geogebra/desmos

a) $x^2 + 1 = 2x$

b) $3^x = 20$

c) $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

46. Rita upp funktionen $f(x) = 2^x$ i geogebra/desmos och bestäm $f(2)$ och $f(0)$ grafiskt (2/0/0)

47. Rita upp den räta linjen $f(x) = -2x + 10$ i ditt digitala hjälpmedel och lös ekvationen $f(x) = 12$ grafiskt (2/0/0)

48. Joakim fick 2021 löneökning med 10%. Tyvärr gjorde inte Joakim särskilt bra ifrån sig på jobbet och fick således en lönesänkning med 10%. Joakim kompis Arvid säger då att det var tråkigt eftersom Joakim kom tillbaka till sin gamla lön innan löneökningen. Men Joakim menar att det inte är så. Vem har rätt? Motivera matematiskt.

(1/1/0)

49. I ett land är det riksdagsval om några veckor. Man har gjort en valundersökning för att undersöka om partikonstellationen Parti A, Parti B och Parti C kan få majoritet i riksdagen. Undersökningen visar följande:

Partiet	Andel i procent	Konfidensintervall med felmarginalen 1 procentenheter
Parti A	21,5%	$21,5\% \pm 1$ procentenhet
Parti B	18%	$18\% \pm 1$ procentenhet
Parti C	13,3%	$13,3\% \pm 1$ procentenhet

Undersök om det är statistiskt signifikant att partikonstellationen får majoritet enligt valundersökningen

(0/2/0)

50. Observera indextabellen nedan. Bestäm följande

a) Vilket basår har man valt?

b) Fyll i de tomma rutorna A,B,C i tabellen

År	2010	2012	2014	2016	2018
Index	90	100	123	131	C
Pris (kr)	A	B	193,11	205,67	232,36

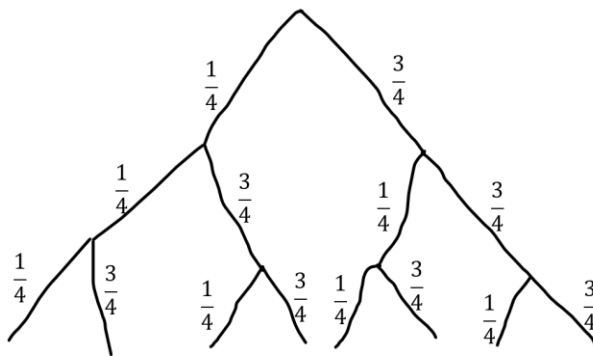
(1/2/0)

51. En exponentiell funktion $f(x)$ går igenom punkterna $(0, 4)$ och $(4, 100)$. Bestäm ekvationen för $f(x)$ samt skissa funktionen

(0/2/0)

52. Joakim utmanar sin kompis på fotbollsstraffar. Sannolikheten att Joakim sätter en straff är 25%. De ska slå 3 straffar var. Joakims alla utfall beskrivs av trädigrammet nedan.

- Vad är sannolikheten att Joakim missar alla sina straffar?
- Joakim påstår att det är lika stor sannolikhet att han missar två och sen sätter en som att han sätter en och sedan missar två. Undersök och motivera om han har rätt.
- Vad är sannolikheten att när Joakim slagit sina 3 straffar att han satt två straffar och sedan missat en oberoende av ordning?
- Vad är sannolikheten att Joakim missar minst en straff



(2/2/0)

53. Bestäm ekvationen för den räta linjen som skär den exponentiella funktionen $f(x) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ i $x=1$ och $x=3$

(0/3/0)

54. Joakim och hans 2 kompisar Pelle och Victor har alla olika längd. Pelle är 20 cm längre än Joakim och Joakim är 10 cm kortare än Victor. Om man summerar Joakim, Pelles och Victors längd får man 555 cm. Hur långa är pojkarna?

(1/2/0)

55. Värdet på en t-shirt minskar under 6 år med 5% varje år. Sedan ökar värdet under 3 år med 10% varje år eftersom en känd tiktok-profil använde den under alla sina videos under dessa 3 tre år. Hur mycket hade värdet på t-shirten ökat eller minskat efter dessa 9 år?

(0/2/0)

56. En kvadrats sidlängd i cm ökar enligt funktionen $s(t) = 1 + t$ där t är antalet timmar från 00.00.

a) Vilken omkrets har kvadraten kl 06.00

b) Bestäm area-funktionen för kvadraten där t är antalet timmar från 00.00

c) Efter hur många timmar är arean 36 cm^2

(0/3/1)

57. I ett land har 80% av befolkningen rätt att rösta. I ett riksdagsval röstar 75% av de som har rätt att rösta. Partiet Joakimspartiet får 135 000 röster som motsvarar 8% av alla röster i riksdagsvalet. Hur många människor bor det i landet som har riksdagsval? (Alla som röstar har bara en röst)

(0/2/1)

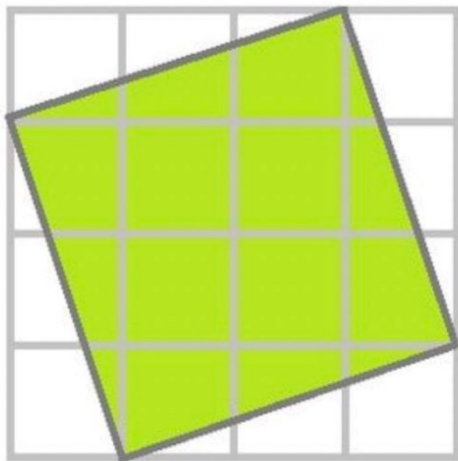
58. Joakim håller upp en kopp kaffe. Efter 7 minuter har 40% av den ursprungliga värmen i kaffet försvunnit. Hur långt tar det innan ursprungsvärmen har minskat med 70%. Anta av värmen avtar exponentiellt.

(0/1/1)

59. Joakim ska spela på lotto. På lotteriet är sannolikheten att man vinner minst en vinst på 3 lotter 51,2%. Vad är sannolikheten att vinna på en lott?

(0/0/2)

60. Hur många procent av den stora vita kvadraten täcker den gröna kvadraten? *För full poäng krävs en generell lösning.*

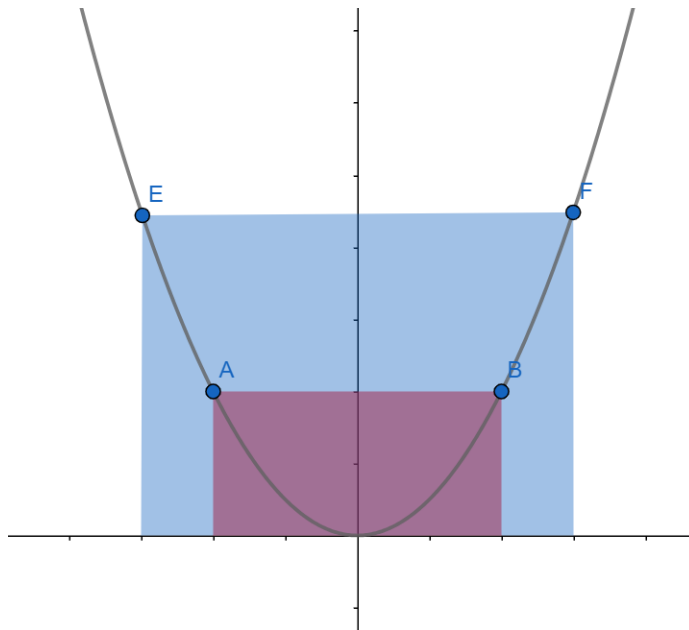


(0/0/2)

61. Ett farligt radioaktivt ämnes massa halveras var 3 år. Om vi antar ämnet har en massa M , massan avtar exponentiellt samt att forskarna menar att det enbart får finnas 10% eller mindre kvar av ämnets ursprungsmassa innan man kan hantera det med bara händer. Kommer man kunna hantera ämnet efter 10 år? Motivera matematiskt.

(0/1/2)

62. Nedan ser du funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^2$. Med hjälp av grafen kan man skapa rektanglar som har olika areor beroende på vilket x man sätter in i funktionen. För vilket x -värde blir rektangelns area 81 areaenheter



(0/0/2)

63. Kol-14-metoden är ett sätt att datera hur gammalt något tidigare levande ting är. Alla levande varelser har kol i sig och efter att man dör tillförs ingen ny kol och kolatomerna börjar därför försvinna från den tidigare levande varelsen eller organismen. Det tar kolatomerna 5730 år att halveras och därefter halveras de igen efter ytterligare 5730 år. Man brukar räkna med att man kan få en felmarginal på ± 50 år när man räknar med kol-14-metoden.

1936 hittade man ett lik i Halland som man numera kallar Bockstensmannen. Med hjälp av kol-14-metoden kunde man konstatera att 92% av kolatomerna återstod från när Bockstensmannen dog. Din uppgift nu är att bestämma mellan vilka år Bockstensmannen skulle kunna tänkas ha dött.



(0/0/3)

Skutövningssprov - Lösningsskrifning

$$1. a) \frac{4}{5} - \frac{3}{2} = \frac{8}{10} - \frac{15}{10} = \frac{-7}{10}$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

$$c) \sqrt{36} + \sqrt{16+9} = 6 + \sqrt{25} = 6 + 5 = 11$$

$$d) \frac{4+4+4+4}{2^3} = \frac{16}{8} = 2$$

$$e) 2^{-2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$2. a) 2(3+x) - 3(x+1) = 6 + 2x - 3x - 3 = 3 - x$$

$$b) (x+3)(5+x) = 5x + x^2 + 15 + 3x = 8x + x^2 + 15$$

$$c) (x+4)^2 - (8x+16) = (x+4)(x+4) - 8x - 16 = x^2 + 4x + 4x + 16 - 8x - 16 = x^2$$

$$d) a^2 \cdot a^{-2} \cdot b^0 + a^0 = \underbrace{a^2}_{=1} \cdot \underbrace{a^{-2}}_{=1} \cdot \underbrace{b^0}_{=1} + a^0 = 2$$

$$e) \frac{x^2 y^3 z^6}{x z^4 y^4} = x^{2-1} \cdot y^{3-4} \cdot z^{6-4} = x \cdot y^{-1} \cdot z^2 = \frac{x z^2}{y}$$

$$3. a) 2x^2 = 4 = 2(x^2 - 2) \quad b) x^2 - x = x(x-1) \quad c) 4x^3 - 16x^2 = 4x^2(x-4)$$

$$4. a) 2(x+4) = -4(x+1) \quad b) x^2 - 100 = 0 \quad c) x^2 + 6x = 81 + 6x$$

$$2x + 8 = -4x - 4$$

$$6x = -12$$

$$x = -2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm 10$$

Glöm
Inte!!

$$x^2 = 81$$

$$x = \pm 9$$

Glöm INTE!!!

$$d) \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{5} \text{ Horrmulti!} \quad e) (x+1)(x-4) = x^2 + 2x$$

$$x^2 - 4x + x - 4 = x^2 + 2x$$

$$-3x - 4 = 2x$$

$$5x = -4$$

$$x = \frac{-4}{5}$$

$$4(x-1) = 5(x+1)$$

$$4x - 4 = 5x + 5$$

$$x = -9$$

$$f) \frac{x+1}{4} - \frac{x+4}{2} = 1 \quad \text{Förlösung til} \\ \text{gemenkorn} \\ \text{nämmore!}$$

$$\frac{x+1}{4} - \frac{2(x+4)}{4} = 1$$

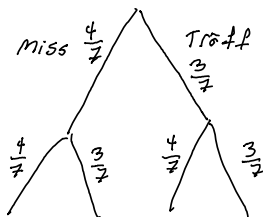
$$\frac{x+1-2x-8}{4} = 1$$

$$-x - 7 = 4$$

$$-x = 11$$

$$x = -11$$

$$6. a) \frac{3}{7} \quad b)$$



$$c) \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{49} \quad d) \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$$

$$7. \begin{matrix} (2,5) & (4,11) \\ x_1 & x_2 \end{matrix} \quad k = \frac{11-5}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y = 3x + m \quad \text{skär i } (2,5)$$

$$5 = 3 \cdot 2 + m$$

$$m = -1 \quad y = 3x - 1$$

$$8. a) 2y + x = 4$$

$$2y = 4 - x$$

$$y = \frac{4-x}{2}$$

$$b) 4x + 10 - 4y = 0$$

$$4y = 4x + 10$$

$$y = \frac{4x+10}{4}$$

$$c) x^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 = 1 - x^2$$

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

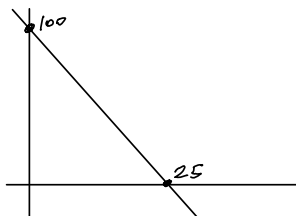
9. a) $E3 = A3 \cdot 0,02$ b) $G4 = C4 + E4$ c) Stämmer bra!

10. a) $G2 = A2 \cdot 0,2 + E2$

11. a) $N(0) = 100$, 100 liter b) $V(10) = 100 - 4 \cdot 10 = 60$, 60 liter

c) Har mycket vatten finns i tanken efter 4 timmar

d) $V(t) = 0$ $100 - 4t = 0$ e)
 $4t = 100$
 $t = 25$



12. a) Stämmer inte b) Nej! sannolikheterna förändras

c) $P(2 \text{ röda}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ d) Antingen bara gröna eller röda

$P(2 \text{ gröna}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

$P(2 \text{ av samma färg}) = P(2 \text{ gröna}) + P(2 \text{ röda})$
 $= \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

13. a) 20/2 b) 25% c) 50% d) $\frac{200}{150} = \frac{4}{3} = 1,33 \dots \approx 33\%$

14. a) $f(2) = 9$ b) $h(-2) = 4$ c) $g(2) = 5$ d) $h(x) = 6$ $x = -3$

$f(b+1) = 9$

$f(2) = 9$ $b+1 = 2$ f) $-2 \leq x \leq 2$ g) $0 \leq x \leq 2,5$ h) $0 \leq y \leq 2,5$
 $b = 1$

15. a) Nej konfidenstervallerna är över 3%

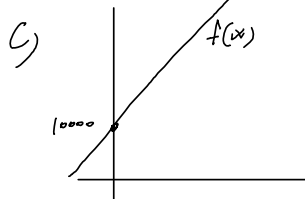
b) Nej och Nej. konfidenstervallerna överlappar!

16. a) $f(x) = 200x + 10000$ b) $f(x) = 22000$

$22000 = 200x + 10000$

$12000 = 200x$

$x = 60$



$$17) K(t) = C \cdot 0,5^t \quad K(2) = 10$$

$$C \cdot 0,5^2 = 10$$

$$C \cdot 0,25 = 10$$

$$C = 40$$

18. a) $f(1) < g(1)$ in AC samt! b) Falsch! c) $x=0 \quad x=2$

d) $x < 0$ och $x > 2$ e) $g(f(0)) = g(1) = 2$

$$f(0) = 1$$

19. 1-A 20. a) - $S(x)$, b) - $g(x)$, c) - $h(x)$ d) - $f(x)$

2-D

3-B

4-C

21. $\boxed{3x} \cdot x$ Area: $3x^2 = 27$

omkrets: $x + x + 3x + 3x$
 $= 8x = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}$

SVor: 24 cm

$$x^2 = 9$$

$x = (\pm)3$ positiv sträcker!

22. a) $6x + 7 \geq 7x + 10$
 $-3 \geq x$

b) $\frac{5x}{3} + 4 \geq x + 1$

$$\frac{5x}{3} - x \geq -3$$

$$\frac{5x}{3} - \frac{3x}{3} \geq -3$$

$$\frac{2x}{3} \geq -3$$

$$2x \geq -9$$

$$x \geq -\frac{9}{2}$$

23. a) 18^4

b) $\sqrt{50} = 50^{\frac{1}{2}}$

c) $2^2 \cdot \underbrace{16}_{2^4} \cdot 2^6 = 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6$

$$= 2^{12}$$

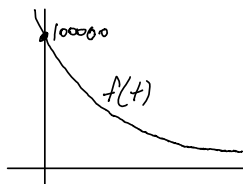
d) $\sqrt[8]{7} \cdot 2^4 = (7^{\frac{1}{8}})^8 \cdot 2^4 =$

$$= 7^1 \cdot 2^4 = 14^4$$

e) $25^{2x} \cdot 16^x = 25^{2x} \cdot (4^2)^x =$

$$= 25^{2x} \cdot 4^{2x} = 100^{2x}$$

24. $f(t) = 100000 \cdot 0,9^x$



25. a) Vi söker in punkterna (5,11) i $10x - ay + 35 = 0$

$$10 \cdot 5 - 11a + 35 = 0$$

$$11a = 85$$

$$a = \frac{85}{11}$$

b) Parallella, samma k -värde

Skärn båda på k -form

$$2y + 6x - 15 = 15$$

$$2y = -6x + 30$$

$$y = -3x + 15$$

$$10x - ay + 35 = 0$$

$$ay = 10x + 35$$

$$y = \frac{10x}{a} + \frac{35}{a}$$

$$-3 = \frac{10}{a}$$

$$-3a = 10$$

$$a = -\frac{10}{3}$$

26. a) $S(V) = \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{k}$ Perfekta däck $k = 100$ $S(V) = 50$

$$50 = \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{100} = \frac{V^2}{200}$$

$$V^2 = 1000$$

$$V = \pm 31.6$$

Svar: 100 km/h

b) Vi hittar en exakt punkt!

$$S(20) = 10$$

$$10 = \frac{1}{2} \cdot \frac{20^2}{k}$$

$$10 = \frac{20^2}{2k}$$

$$20k = 20^2$$

$$k = 20 \quad \text{Svar: Kvaliteten är 20}$$

27. a) $f(x) = 4x + 8$

$$b) g(x) = x^2 + 2$$

$$c) h(x) = 4^x$$

29. a) 16 St

$$b) B = 6 + 2n$$

$$c) B = 20$$

$$20 = 6 + 2n$$

$$14 = 2n$$

$$n = 7 \quad \text{Svar: Figur 7}$$

28. Undersök när $y = 5x + 10$ skär

x -axeln $y = 0$ på den skär x -axeln

$$5x + 10 = 0$$

$$5x = -10$$

$$x = -2$$

skär i punkten $(-2, 0)$ i den

andra linjen

$$0 = -2k + 6$$

$$2k = 6$$

$$k = 3 \quad \text{Svar: } k = 3$$

30. Komplementshändelse

$$a) P(\text{mindst 1 krona}) + P(\text{ingen krona}) = 1 \quad b) P(\text{mindst 1 krona}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(\text{mindst 1 krona}) = 1 - P(\text{ingen krona})$$

$$P(\text{mindst 1 krona}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

32. Skriv om samtliga uttryck

$$31. 2^{4x} \cdot 5^{4x} = 100^{36}$$

$$(2 \cdot 5)^{4x} = 100^{36}$$

$$10^{4x} = 100^{36}$$

$$10^{4x} = (10^2)^{36}$$

$$10^{4x} = 10^{72}$$

$$4x = 72$$

$$x = 18$$

$$\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1000} = \left(\frac{a}{b}\right)^{2000} \quad a > b \quad \frac{a}{b} > 1$$

$$\left(\frac{c^5}{b^5}\right)^{500} = \left(\frac{c}{b}\right)^{2500} \quad c < b \quad \frac{c}{b} < 1$$

$$\left(\left(\frac{a}{c}\right)^4\right)^{500} = \left(\frac{a}{c}\right)^{2000} \quad a > c \quad \frac{a}{c} > 1$$

$$\left(\frac{c^2}{a^2}\right)^{2000} = \left(\frac{c}{a}\right)^{4000} \quad a > c \quad \frac{c}{a} < 1$$

$$\frac{c}{b} > \frac{c}{a} \quad \text{eftersom } a > b$$

$$\frac{a}{c} > \frac{a}{b} \quad \text{eftersom } b > c$$

$$\text{Rangordning: } \left(\frac{c}{a}\right)^{4000}, \left(\frac{c}{b}\right)^{2500}, \left(\frac{a}{b}\right)^{2000}, \left(\frac{a}{c}\right)^{2000}$$

$$34. f(a+3) = 6 \quad f(4) = 6$$

$$a+3=4$$

$$a=1 \quad f(a) = f(1) = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$f(a) + f(b) = \frac{9}{2}$$

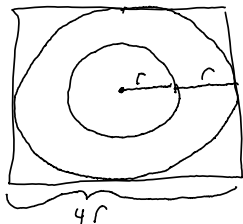
$$\frac{3}{2} + f(b) = \frac{9}{2}$$

$$f(b) = \frac{6}{2} = 3$$

$$b=2$$

$$a+b=3$$

33.



$$\text{Area kvadrat: } 4r \cdot 4r = 16r^2$$

$$\text{Area inre cirkel: } r^2 \cdot \pi$$

$$\text{Börmarkat område: } (2r)^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi =$$

$$= 4r^2 \pi - r^2 \pi = 3r^2 \pi$$

$$\text{Andel} = \frac{\text{delen}}{\text{helan}} = \frac{3r^2 \pi}{16r^2} = \frac{3\pi}{16}$$

$$35. P = (2n+1)^2 \quad p = 3^6$$

$$3^6 = (2n+1)^2$$

$$3^3 = 2n+1$$

$$27 = 2n+1$$

$$2n = 26$$

$$n = 13$$

Svar: figur 13

$$36. f(b+1) = 5 \quad f(x) = 5$$

$$\text{d} \ddot{a} \ x = 8 \text{ eller } -2$$

$$\text{Vi f} \ddot{a} \ddot{r} \text{ d} \ddot{a} \ b+1 = 8 \text{ eller } b+1 = -2$$

$$b_1 = 7$$

$$b_2 = -3$$

$$\text{Svar antingen } b_1 = 7 \text{ eller } b_2 = -3$$

$$37. f(x) = x^2 + 1 \quad f(a+2) = f(a-1)$$

$$(a+2)^2 + 1 = (a-1)^2 + 1$$

$$38. (a+2)(a+2) = (a-1)(a-1)$$

mönstret!

$$a^2 + 2a + 2a + 4 = a^2 - a - a + 1$$

$$4a + 4 = -2a + 1$$

$$6a = -3$$

$$a = -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$(x+1)(x-1) - x^2$$

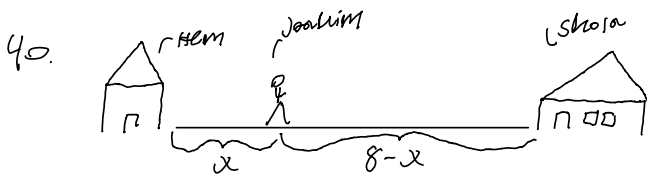
$$= x^2 - x + x - 1 - x^2$$

$$= -1 \quad \square \quad \text{V.B.V}$$

$$39. f(g(x)) = 2 \quad f(4) = 2$$

$$g(x) = 4$$

$$x = 2 \quad \text{Svar } x = 2$$



$$S = V \cdot t \quad \text{A g} \ddot{a} \text{ till skolan: } \frac{8-x}{V} = t$$

$$t = \frac{S}{V}$$

A g} hem och sedan
skolan till skolan

$$\frac{x}{V} + \frac{8}{6V} = t$$

g} hem skola

Vi vill veta x
s}tt uttrycket till x
med v}randra

$$\frac{8-x}{V} = \frac{x}{V} + \frac{8}{6V}$$

$$\frac{6(8-x)}{6V} = \frac{6x}{6V} + \frac{8}{6V} \quad \text{G} \ddot{a} \text{tt} \text{ } x$$

$$6(8-x) = 6x + 8$$

$$48 - 6x = 6x + 8$$

$$40 = 12x$$

$$x = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$$

Str}cken till skolan =

$$8-x = 8 - \frac{10}{3} = \frac{24}{3} - \frac{10}{3}$$

$$= \frac{14}{3}$$

Svar: $\frac{14}{3}$ km till skolan

41 a) 150 kr b) 8% c) $f(2) = 150 \cdot 0,92^2 \approx 127$

Svar: $f(2)$ betyder att träjan ökar
vård 127 kr 2026

42. $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{61 - 23}{18 - 10} = \frac{38}{8} = 4,75$

$(10, 23), (18, 61)$
 $x_1 \ y_1 \quad x_2 \ y_2$

43. $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

44. $ax^2 = 20$

$x = \pm \sqrt{20} \approx \pm 4,47$

45. Lös ekvationerna med
lös funktioner på räknare
eller desmos

a) $x = 1$

b) $x = 2,73$

c) $x_1 = 0 \ x_2 = 2$

46. $f(x) = 2^x \quad f(0) = 1$
 $f(2) = 4$

47. $f(x) = -2x + 10$

$f(x) = 12 \quad x = -1$

48. Jakobson Lön: L

10% ökning 1,1L

100% ökning $1,1 \cdot 0,92 = 0,992$

Jakobson har fört

b) $x^8 = 1000$

$(x^8)^{\frac{1}{8}} = 1000^{\frac{1}{8}} \approx \pm 2,37$

c) $\frac{x^3}{11} = \frac{10}{x^2}$ korsmulti

$x^5 = 110$

$(x^5)^{\frac{1}{5}} = 110^{\frac{1}{5}}$

$x \approx 2,56$

d) $\frac{\sqrt{x} \cdot x^4}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$

$\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^4}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$

$\frac{x^{\frac{9}{2}}}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$

$\frac{x^{\frac{9}{2}}}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$

$x^{\frac{9}{2} - \frac{7}{2}} = 10$

$x^1 = 10 \quad x = 10$

49. Undersök det lägsta värdet i respektive konfidensintervall

parti A: 20,5 - 22,5% Addera de lägsta!

parti B: 17 - 19%

$$20,5 + 17 + 12,3 = 49,8$$

parti C: 12,3 - 14,3%

Det är alltså inte statistiskt signifikant att de får majoritet

50. a) 2012

$$\text{skur B: } B \cdot 1,23 = 193,11$$

$$\text{skur A: } 157 \cdot 0,9 = A$$

$$B = \frac{193,11}{1,23} = 157$$

$$A = 141,3$$

$$\text{skur C: } C = \frac{232,36}{1,57} \cdot 100 \approx 1,48 \cdot 100 = 148$$

51. $f(x) = C \cdot a^x$ $f(0) = 4$ skär i punkten $(0, 4)$

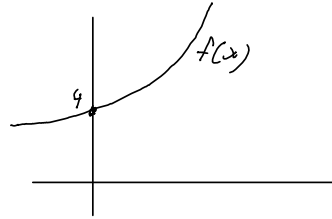
$$C \cdot a^0 = 4 \quad f(4) = 100$$

$$C = 4$$

$$4a^4 = 100$$

$$a^4 = 25$$

$$(a^4)^{\frac{1}{4}} = 25^{\frac{1}{4}}$$



$$a \approx 2,24 \quad f(x) = 4 \cdot 2,24^x$$

$$52. a) \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64} \approx 0,42 = 42\%$$

$$b) \text{ missar 2 skär sedan 1: } \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64} \quad \text{samman sannolikhet}$$

$$\text{skär 1 missar sedan 2: } \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$$

$$c) 3 \text{ fall: missar-skär-missar} = \frac{9}{64}$$

$$\text{missar-missar-skär} = \frac{9}{64}$$

$$\text{skär-missar-missar} = \frac{9}{64}$$

Addera dessa sannolikheter

$$\frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{9}{64} = \frac{27}{64}$$

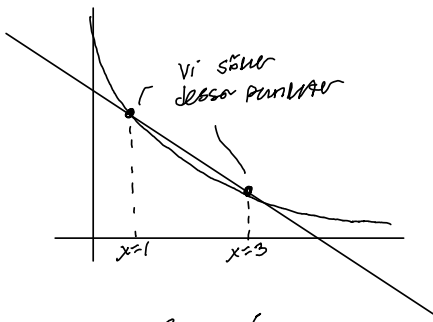
d) komplementshändelse

$$P(\text{missar minst 1}) = 1 - P(\text{skär alla})$$

$$P(\text{missar minst 1}) = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^3 \approx 0,98$$

Svar: Unders för 98%

53



$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 8}{3 - 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

$y = -3x + m$ sätt in en punkt i den röda linjen! T.ex. (1, 8)

$$8 = -3 \cdot 1 + m$$

$$m = 11 \quad \text{Svar: } y = -3x + 11$$

54. Joakims längd: x
 Pelles längd: $x + 20$
 Victor's längd: $x + 10$

$$\text{Samman: } x + x + 20 + x + 10 = 555$$

$$3x + 30 = 555$$

$$3x = 525$$

$$x = 175$$

55. Värde på t-skärmen: V

$$V \cdot 0,95^6 \cdot 1,1^3 \approx 0,98V$$

Svar: Värde har minskat med 2% efter dessa 9 år

56. Omkretsen: $4 \cdot s(t)$

$$\text{omkrets } 6,00 \text{ ges av } 4 \cdot s(6) =$$

$$= 4 \cdot 7 = 28 \text{ cm}$$

b) Area funktionen $(s(t))^2 = (1+t)^2$

$$c) (1+t)^2 = 36$$

$$\sqrt{(1+t)^2} = \sqrt{36}$$

$1+t = \pm 6$ bara positiva
 intressant! $t = 5$

Svar: 05.00

$$f(1) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 8$$

$$f(3) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 16 \cdot \frac{1}{8} = 2$$

Punkterna: (x_1, y_1) och (x_2, y_2)

Ta fram k-värde och m-värde för den röda linjen!

Svar: Joakim: 175 cm, Pelle: 195 cm och Victor: 185 cm

57. Befolkningen i landet: x

$$x \cdot 0,8 \cdot 0,75 \cdot 0,08 = 135000$$

$$x = \frac{135000}{0,8 \cdot 0,75 \cdot 0,08} = 2812500$$

Svar: Det bor 2812500 personer i landet

58. $f(x) = C \cdot a^x$ C motorvaror startvärmen

$f(7) = 0,6C$

$0,6C = C \cdot a^7$

$0,6 = a^7$

$0,6^{\frac{1}{7}} = (a^7)^{\frac{1}{7}}$

$a \approx 0,93$

Vi söker $f(x) = 0,3C$

$C \cdot 0,93^x = 0,3C$

$0,93^x = 0,3$

En likning för
Zeobebra!

Använd lösfunktionen!

$0,93^x = 0,3$

$x \approx 16,59$

Svar: Ungefär 16,59 minuter

59 $\underbrace{P(\text{minst 1 lott})}_{51,2\% = 0,512} = 1 - \underbrace{P(\text{ingen lott})}_{\text{Sannolikhet att inte vinna}} = 1 - x^3$

$0,512 = 1 - x^3$

$x^3 = 1 - 0,512$

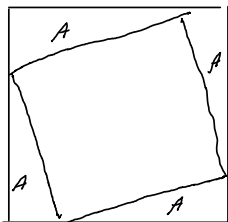
$x^3 = 0,488$

$(x^3)^{\frac{1}{3}} = 0,488^{\frac{1}{3}} \approx 0,79$

Att vinna blir då $1 - 0,79 = 0,21 = 21\%$

Svar: Ungefär 21% att vinna på en lott!

60.



En ruta har sidlängden x

Hela kvadraterns area är då $4x \cdot 4x = 16x^2$

Area av en triangel A är $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{3x \cdot x}{2} = \frac{3x^2}{2}$

Sedan har vi 4 st A -trianglar: $4 \cdot \frac{3x^2}{2} = 6x^2$

Den grönade kvadraten är således $16x^2 - 6x^2 = 10x^2$

$\frac{\text{Delar}}{\text{Hela}} = \frac{10x^2}{16x^2} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0,625$ Svar: 62,50%

61. Exponentiell förändring: $f(x) = M \cdot a^x$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{förändringsfaktor} \\ \text{halvering efter 3 år. } f(3) = 0,5M \end{array} \right.$

$M \cdot a^3 = 0,5M$

$a^3 = 0,5$

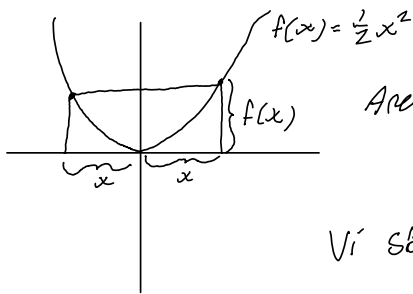
$(a^3)^{\frac{1}{3}} = 0,5^{\frac{1}{3}} \quad a \approx 0,79$

$f(x) = M \cdot 0,79^x$

↑ Undersök $f(10) = M \cdot 0,79^{10} = 0,094M < 10\%$

Svar: man kan kontrollera önnat efter 10 år.

62.



Area av rektangeln: $2x \cdot f(x) =$

$$= 2x \cdot \frac{1}{2} x^2 = x^3$$

Vi söker: $x^3 = 81$

$$(x^3)^{\frac{1}{3}} = 81^{\frac{1}{3}} \approx 4,33 \quad \text{Svar: } x \approx 4,33 \text{ då}$$

för rektangeln
area 81 o.e

63. Det är en exponentiell

förändring

$f(x) = C a^x$ Vi vet att det hävros var 5730 år vilket ger oss
kombandet $f(5730) = 0,5C$ Vi söker då a , förändringsfaktorn

$$f(5730) = 0,5C$$

$$C a^{5730} = 0,5C$$

$$a^{5730} = 0,5$$

Rektori
Så!

$$\left(a^{5730}\right)^{\frac{1}{5730}} = 0,5^{\frac{1}{5730}}$$

$$f(x) = C \left(0,5^{\frac{1}{5730}}\right)^x = C \cdot 0,5^{\frac{x}{5730}}$$

$$f(x) = 0,92C \quad \text{Lärovarande koratomerna}$$

$$C \cdot 0,5^{\frac{x}{5730}} = 0,92C$$

$$0,5^{\frac{x}{5730}} = 0,92 \quad \text{En estimation för geozebra!}$$

Sätter in estimation i lös funktionen i geozebra!

$$x \approx 689 \quad \text{Året hon hittades: 1936}$$

$$1936 - 689 = 1247$$

Felmarginal ± 50 är Bochrstensmannen dog
möggenstons mellan 1197 och 1297