

Skissa grafer med hjälp av derivata och asymptoter

Vi kan skissa funktioner med hjälp av metoderna vi lärt oss.

Ex) Skissa funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + 9x$ algebraiskt

Hitta extrempunkter och korvartor

$$f(x) = \frac{1}{x} + 9x = x^{-1} + 9x \quad f'(x) = -x^{-2} + 9 = -\frac{1}{x^2} + 9$$

$f'(x) = 0$ Undersök korvartor!

$$-\frac{1}{x^2} + 9 = 0$$

$$f'(x) = 2x^{-3} = \frac{2}{x^3}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)} + 9 \cdot \frac{1}{3} = 3 + 6 = 9$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) > 0 \text{ minimipunkt}$$

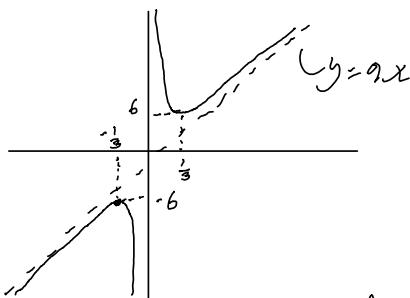
$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)} + 9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -3 - 6 = -9$$

$$x = \pm \frac{1}{3}$$

$$f''\left(-\frac{1}{3}\right) < 0 \text{ maximipunkt}$$

Asymptoter: $f(x)$ ej definierad då $x=0$ lodrät asymptot
då $x \rightarrow \infty$ sned asymptot $f(x) \rightarrow y=9x$

Skiss:



Ex) Skissa kurvan till funktionen $f(x) = \frac{x+1}{x-5} + 3$

Lodrät asymptot då $x=5$ Sned/vägrät: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x-5} + 3 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{x(1 - \frac{5}{x})} + 3$
 $= \frac{1}{1} + 3 = 4$ vägrät asymptot
 $y=4$

termerna $\frac{1}{x}$
och $\frac{5}{x}$ försummas

Derivier Funktionen

$$f'(x) = [\text{Lorotregeln}] = \frac{x-5 - (x+1)}{(x-5)^2} = \frac{-6}{(x-5)^2}$$

$f'(x) < 0$ für alle x

Skizze

