Komplexa tal och den imaginära enheten i

Vilka tal har vi?

- Naturliga tal: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4 \ldots\}$
- Heltal: $\mathbb{Z} = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2 \ldots\}$
- Rationella tal: tal som kan skrivas som ett bråk $\mathbb{Q} = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{7}, \frac{9}{25}\}$ till exempel
- Irrationella tal: tal som inte kan skrivas som ett bråk $\mathbb{R} = \{\sqrt{2}, \pi, e\}$

Vi vidgar nu vilka tal vi använder ytterligare

Lös ekvationen $x^2 + 1 = 0$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1}$$

Detta saknar reella rötter men vi vill veta vad detta är, vi introducerar då talet $\boxed{i = \sqrt{-1}}$ som är grunden till de imaginära/komplexa talen

Vi får då lösningen $x = \pm i$

Ex) Lös ekvationen $x^2 - 2x + 5 = 0$

$$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1-5}$$

$$= 1 \pm \sqrt{-4}$$

$$= 1 \pm \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}$$

$$= 1 \pm 2 \cdot i$$

Alla komplexa tal går att skriva på formen $z = a + bi$ (rektangulär form) där a är den reella delen och b är den imaginära delen

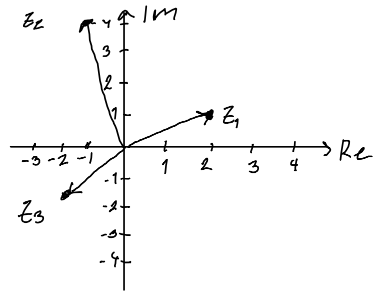
$$\boxed{\text{För det imaginära talet } z = a + bi \text{ får vi } \operatorname{Re} z = a \text{ och } \operatorname{Im} z = b}$$

Ex) Bestäm $\operatorname{Re} z$ och $\operatorname{Im} z$ för det imaginära talet $7 - 3i$

Svar: $\operatorname{Re} z = 7$ $\operatorname{Im} z = -3$

Det imaginära talplanet.

Ett sätt att representera komplexa tal som en punkt eller vektor.



$z_1 = 2 + i$

$z_2 = -1 + 4i$

$z_3 = -2 - 2i$

Ex) Placera de komplexa talen $z_1 = \frac{1}{2} + 3i$ och $z_2 = -3 - \frac{1}{3}i$ i det komplexa talplanet.