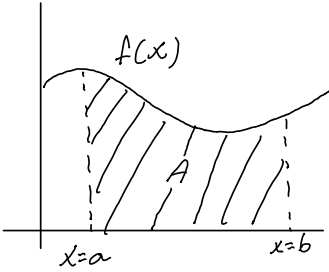


Integralberäkningar



Integralkalkylens fundamentalsats

$$A = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Regler för primitiva funktioner

$f(x)$

$F(x)$

$$f(x) = x^n$$

$$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$f(x) = e^{hx}$$

$$F(x) = \frac{e^{hx}}{h} + C$$

$$f(x) = a^x$$

$$F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$f(x) = \sin x$$

$$F(x) = -\cos x + C$$

$$f(x) = \cos x$$

$$F(x) = \sin x + C$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$F(x) = \ln x + C$$

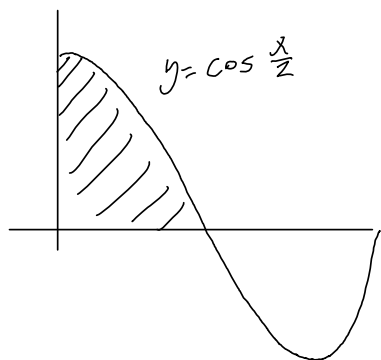
Ex) Bestäm integralerna

$$a) \int_0^2 2x - x^2 dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 2^2 - \frac{8}{3} - \left(0^2 - \frac{0^3}{3} \right) = 4 - \frac{8}{3} = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1 - 0 = 1$$

$$c) \int_1^e \frac{1}{x} dx = \left[\ln x \right]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$$

Ex) Nedan ser du ett markerat område bestäm
arean av det området.



Hitta gränserna för integralen
första nollstället för $y = \cos \frac{x}{2}$ är då
 $x = \pi$

$$\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx = \left[2 \sin \frac{x}{2} \right]_0^{\pi} = 2 \sin \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{0}{2} =$$

$$= 2 \cdot 1 - 0 = 2 \quad \text{Svar: } 2 \text{ a.e}$$

Ex) Ge ett exempel på talet a vilket resulterar
i följande likhet $\int_0^a \cos^2 x - \sin^2 x dx = 0$

$$\int_0^a \cos^2 x - \sin^2 x dx = \int_0^a \cos 2x dx = \left[\frac{\sin 2x}{2} \right]_0^a = \frac{\sin 2a}{2} - \frac{\sin 0}{2} = \frac{\sin 2a}{2} = 0$$

$$\sin 2a = 0$$

$$2a = 2\pi \cdot n \quad \text{eller} \quad 2a = \pi + 2\pi \cdot n$$

$$a = \pi \cdot n$$

$$a = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n$$

Svar: a kan vara till exempel
 π eller $\frac{\pi}{2}$