

Repetition av derivata och derivatorn av $\sin x$ och $\cos x$

^ f Prim av x

Repetition av derivata $f'(x)$, $f''(x)$ beskriver förändringen eller lutningen för $f(x)$ Derivatans definition

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Deriveringsregler

$$\begin{array}{llll} f(x) = x^n & f(x) = \ln x & f(x) = e^{kx} & f(x) = a^x \\ f'(x) = nx^{n-1} & f'(x) = \frac{1}{x} & f'(x) = ke^{kx} & f'(x) = (\ln a) \cdot a^x \end{array}$$

Ex, Bestäm k-värdet för tangenten som tangerar

$$f(x) = e^x + x^2 \quad i \quad x = 0$$

$$f'(x) = e^x + 2x \quad f'(0) = e^0 + 2 \cdot 0 = 1 \quad \text{Svar: k-värdet är 1}$$

Derivatorn för $\sin x$ och $\cos x$

$$\begin{array}{ll} f(x) = \sin x & f(x) = \cos x \\ f'(x) = \cos x & f'(x) = -\sin x \end{array}$$

Ex) Derivera funktionerna

$$a) f(x) = \sin x + 2\cos x + x \quad f'(x) = \cos x - 2\sin x + 1$$

$$b) f(x) = e^{2x} + \frac{2}{3}\cos x - \cos x \quad f'(x) = 2e^{2x} - \frac{2}{3}\sin x + \sin x$$

Ex) Bestäm tangentens equation som tangent

$$f(x) = 2\sin x \quad i \quad x = \pi$$

$$f'(x) = 2\cos x \quad f'(\pi) = -2 \quad y = -2x + m$$

$$f(\pi) = 0$$

$$0 = -2\pi + m$$

$$2\pi = m$$

$$y = -2x + 2\pi$$

Ex) Lös gränsvärdet

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + h\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{h}$$

Samma sak som
 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ för $f(x) = \sin x$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$