

## Övningsprov funktioner – Ma1b

### Del 1: utan geogebra och miniräknare

1. Vi definierar  $f(x) = 2x + 5$  bestäm följande

- a)  $f(2)$
- b)  $f(-5)$
- c)  $f(x) = 3$

(3/0/0)

2. En rät linje går igenom punkterna  $(1, 5)$  och  $(-2, -1)$  bestäm den räta linjens ekvation

(3/0/0)

3. Vi definierar  $f(x) = 5 \cdot 2^x$  bestäm följande

- a)  $f(3)$
- b)  $f(-1)$
- c)  $f(x) = 20$  där  $x$  är ett heltal

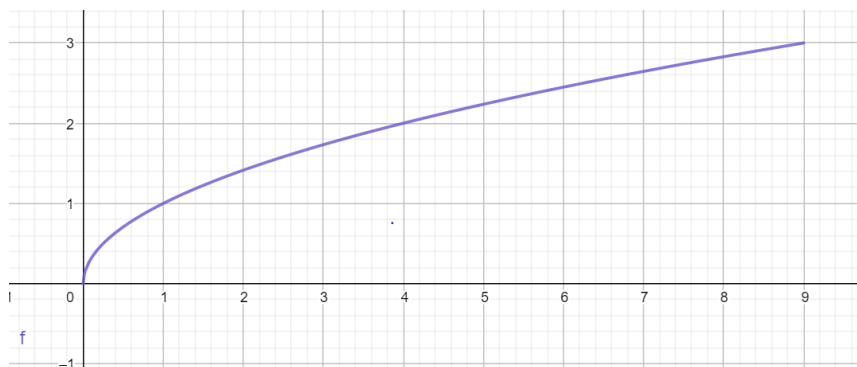
(2/1/0)

4. Bestäm olikheten  $2x + 5 < x + 12$

(2/0/0)

5. Nedan ser ni en funktion  $f(x)$ ,

- a) Bestäm värdemängden och definitionsmängden för funktionen
- b) Bestäm  $f(4)$
- c) Lös ekvationen  $f(x) = 3$



(4/0/0)

6. Det läcker i en tunna med vatten. Mängden vatten går att beskriva med funktionen  $f(t) = 500 - 10t$  där  $t$  är tiden i timmar och  $f(t)$  är mängden vatten.

- a) Skissa grafen som beskriver förändringen
- b) Bestäm värdemängden för funktionen
- c) Efter hur många timmar är det tomt i tunnan?

(2/1/0)

7. En rät linje  $f(x)$  har  $k$ -värdet 10 och går igenom punkterna  $(2, 7)$  och  $(4, a)$ .

- Bestäm en rät linje som är parallell med  $f(x)$
- Bestäm talet  $a$

(1/1/0)

8. Bestäm för vilket  $x$ -värde som den räta linjen  $y = 5x + 15$  skär  $x$ -axeln

(2/0/0)

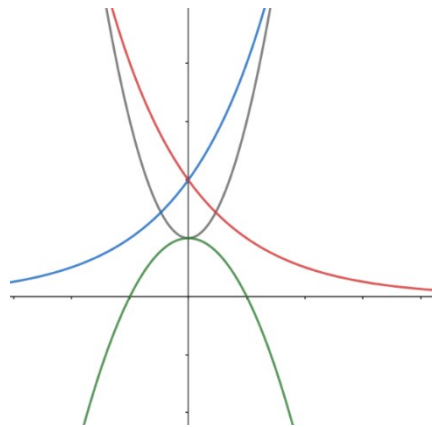
9. Nedan ser du 4 funktioner. Para ihop funktionerna med följande funktionsekvationer

$$f(x) = -x^2 + 1$$

$$g(x) = 2 \cdot 2^x$$

$$h(x) = 2x^2 + 1$$

$$e(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



(3/1/0)

10. En bakteriekultur ökar exponentiellt enligt en funktion  $B(t)$  där  $B(t)$  är antalet bakterier och  $t$  är tiden i dagar. Från början var det 150 000 bakterier efter 2 dag var det 600 000 bakterier. Bestäm  $B(t)$

(0/2/0)

11. Funktionen  $f(x) = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$  skär funktionen  $g(x) = 4x + m$  i  $x = 2$ . Bestäm  $m$ -värdet för  $g(x)$

(0/2/0)

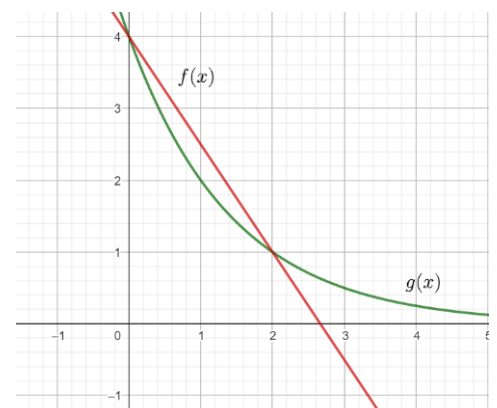
12. Den räta linjen  $f(x) = -7x + 20$  har värdemängden  $-1 < y < 20$ . Bestäm linjens definitionsmängd.

(0/3/0)

13. Observera funktionerna  $f(x)$  och  $g(x)$  nedan. Lös följande problem

- Bestäm  $f(2) - g(2)$
- Lös olikheten  $f(x) > g(x)$
- Lös ekvationen  $f(x) - g(x) = 0$
- Lös ekvationen  $f(x) - 3 = g(x + 2)$

(1/3/1)



14. Bestäm  $f(g(x))$  om  $f(x) = 2x + 1$  och  $g(x) = -3x - 1$

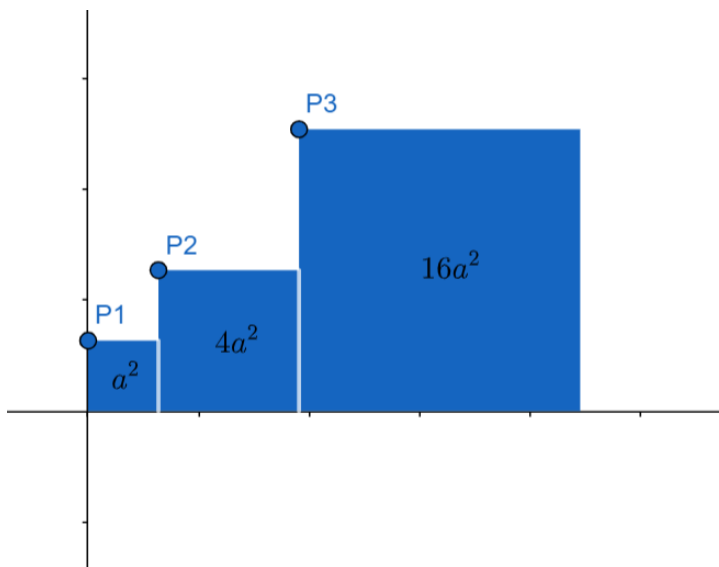
(0/1/1)

15. Funktionen  $f(x) = x^2 + 1$  är given. Undersök om sambandet  $f(a + 2) = f(a - 1)$  gäller för något  $a$

(0/0/2)

16. Nedan ser du 3 kvadrater med olika areor som är inskrivna i ett koordinatsystem. Du ser också 3 punkter som finns som definieras som  $P1, P2, P3$ . Bestäm den räta linje som går igenom samtliga tre punkter.

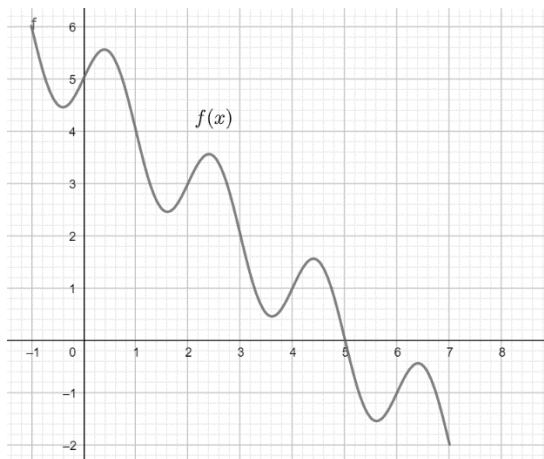
(0/1/2)



17. Nedan ser du grafen till funktionen  $f(x)$  som är definierad mellan  $-1 \leq x \leq 7$ .

a) Bestäm  $f(f(3))$

b) Beräkna  $a + b + c$  om  $f(b) = 4$ ,  $f(ab) = 0$  och  $f(abc) = -2$



(0/0/3)

## Del 2: Med Geogebra och miniräknare

18. Befolkningen i ett land ökar enligt följande funktion  $f(x) = 7\,000\,000 \cdot 1,015^x$  där  $x$  är antalet år från 2022.
- Hur många procent ökar eller minskar befolkningen med varje år?
  - Bestäm och tolka  $f(0)$
  - Bestäm och tolka  $f(20)$
- (3/0/0)
19. En rät linje går igenom följande punkter  $(123, 564)$  och  $(167, 625)$ . Bestäm  $k$ -värdet för linjen
- (2/0/0)
20. Två räta linjer är parallella. Den ena har ekvationen  $y = 4x + 1$  och den andra linjen går igenom punkten  $(6, 10)$ . Bestäm den okända linjens ekvation
- (1/1/0)
21. Undersök om följande funktion  $f(x) = x^2 + x$  går igenom följande punkter
- $(3, 12)$
  - $(-2, 2)$
  - $(10, 112)$
- (3/0/0)
22. Lös ekvationerna med hjälp av ett grafiskt hjälpmedel
- $2^x + 1 = 4x + 6$
  - $x^3 - 3x = x$
- (1/1/0)
23. Befolkningen minskar exponentiellt i en liten by som heter Joakimsbyn. 2022 räknar man med att det finns 150 personer i byn och att byns invånare minskar med 10 procent för varje år. Formulera en funktion som beskriver minskningen och undersök hur många som kommer bo i byn om 10 år.
- (1/1/0)
24. Ett läkemedel lämnar kroppen enligt följande funktion  $f(x) = 10 \cdot 0,832^x - \frac{7}{3}$  där  $f(x)$  står för mängden av läkemedlet i blodet och  $x$  står för antal timmar som gått efter intaget läkemedel. Bestäm definitionsmängden för funktionen.
- (0/2/0)

25. I staden Joakimköping finns det två konkurrerande företag som hyr ut bilar. Såhär ser priserna ut för respektive biluthyrningsfirma

Namn	Startpris för att hyra bil	Kostnad per dag
Biluthyrning Min kära bil	2000	1000
Biluthyrning Vilket fin dag	1000	1250

Joakim vill konkurrera med biluthyrningsfirmorna. Joakim vill ha ett startpris som ligger mellan Min kära bils och Vilken fin dags startpris samt att han ska vara billigare än Min kära bil fram till dag 5. Konstruera en funktion som uppfyller Joakims önskemål.

(0/1/1)

26. Joakim söker sig till två företag för att undersöka värddeförändringen på hans lägenhet. Han pratar först med företaget Lägenhetskungen som värderar lägenheten till 2 miljoner kr 2022 och att lägenheten ska öka i värde med 3% varje år. Det andra företaget heter Värderingskungen och menar att Joakims lägenhet är värd 2,1 miljoner 2022 och att den kommer öka med 3,8% varje år. Joakim observerar att det finns en differens mellan värderingarna och vill undersöka vad det får för konsekvenser på lång sikt.

- Undersök vad differensen mellan värderingarna kommer vara efter 10 år om man utgår från respektive företags prognoser.
- Efter hur många år kommer värderingsdifferensen vara mer än 1 miljon kronor?

(0/2/2)

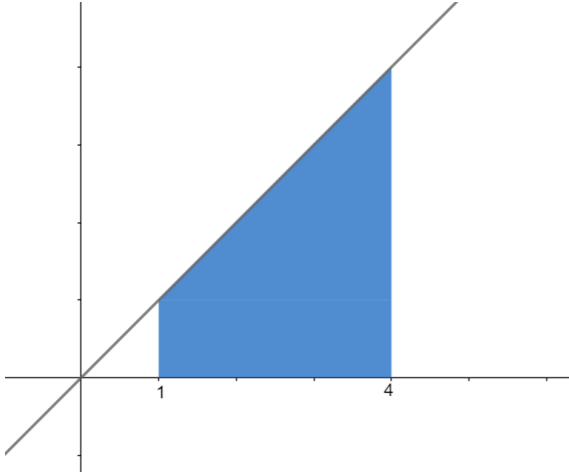
27. Transportstyrelsen menar att antalet trafikolyckor där personer blir svårt skadade minskar exponentiellt. I och med att säkerheten blir bättre i bilar och att teknologin förbättrar den mänskliga faktorn förväntas allvarliga skador alltså minska. 2020 skadades 1645 personer svårt i trafikolyckor. Enligt Transportstyrelsens prognos kommer det bara vara 1000 svårt skadade år 2045.

- Skapa en funktion  $f(t)$  som beskriver Transportstyrelsens prognos.  $f(t)$  ska vara antalet allvarligt skadade i trafiken och  $t$  är år från 2020.

- Efter hur många år är olycksantalet 500 svårt skadade enligt modellen?

(0/2/1)

28. Den blåmarkerade arean är 10 areaenheter. Bestäm  $k$ -värdet på den räta linjen



(0/0/2)

29. Antalet ålar har minskat kraftigt under många år. Om man jämför med 1950 finns idag bara 3% av beståndet kvar. Man räknar med att ålens bestånd minskar exponentiellt. Konstruera en funktion som beskriver minskningen av antalet ålar. Hur många procent av 1950 års bestånd kommer vara kvar 2050 enligt din modell?

(0/0/3)

30. Fysikern och kemisten Marie Curies anteckningsböcker har en stor mängd radioaktivt radium (nuklid 226) på sig. Därför förvaras de i ett speciellt skåp i Frankrike för att ingen ska skadas av den farliga radioaktiviteten. Radiumkärnorna har en halveringstid på 1600 år. Det innebär att efter 1600 år har antalet radiumkärnor halverats i förhållande till vad det var från början, sedan fortsätter den processen med halvering var 1600 år. Nutidens kärnfysiker menar att 99% av radiumkärnorna måste försvinna innan böckerna kan visas för allmänheten igen. Hur lång tid kommer det ta?

(0/0/3)



# Ørningsstørrelse og ørningsprocent funktioner

1. a)  $f(2) = 2 \cdot 2 + 5 = 9$     b)  $f(-5) = 2 \cdot (-5) + 5 = -5$

c)  $2x + 5 = 3$

$2x = -2$

$x = -1$

2.  $y = kx + m$     søk  $k$ :  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$      $(1, 5)$      $(-2, -1)$   
 $x_1 \ y_1$      $x_2 \ y_2$

$k = \frac{-1 - 5}{-2 - 1} = \frac{-6}{-3} = 2$      $y = 2x + m$     vi setter inn  $(1, 5)$

$5 = 2 \cdot 1 + m$

$m = 3$      $y = 2x + 3$

3.  $f(x) = 5 \cdot 2^x$

a)  $f(3) = 5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$     b)  $5 \cdot 2^{-1} = 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

c)  $5 \cdot 2^x = 20$

$2^x = 4$

$x = 2$

4.  $2x + 5 < x + 12$

$x + 5 < 12$

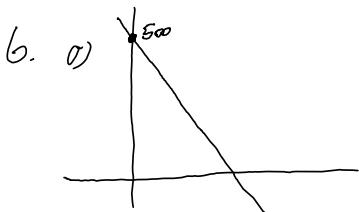
$x < 7$

5. Def. mengde:  $0 \leq x \leq 9$

Værdemengde:  $0 \leq y \leq 3$

b)  $f(4) = 2$

c)  $x = 9$



b)  $0 \leq y \leq 500$     c)  $f(t) = 0$  (Inget varent  
 (var))

$500 - 10t = 0$

$500 = 10t$

$t = 50$     svar: 50 timer

7. a) till exempel  $g(x) = 10x + 27$

b) Använd formeln  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$   $(2, 7)$  och  $(4, a)$   
 $x_1 \ y_1$   $x_2 \ y_2$

$$10 = \frac{a - 7}{4 - 2} = \frac{a - 7}{2}$$

$$20 = a - 7 \quad \text{Svar: } a = 27$$
$$a = 27$$

8.  $y = 5x + 15$  skär y-axeln då  $y = 0$

$$0 = 5x + 15 \quad \text{a. } f(x) - \text{Grön}$$

$$5x = -15 \quad g(x) - \text{Blå}$$

$$x = -3 \quad h(x) - \text{Grå}$$

$$e(x) - \text{Röd}$$

10.  $B(t) = C \cdot a^t$   $C = 150000$   $B(2) = 600000$

$$B(2) = 150000 \cdot a^2 = 600000$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2, 2 \quad \text{Bara positivt intressant!}$$

$$B(t) = 150000 \cdot 2^t$$

11. Hitta x- och y-koordinaterna för skärningen  $x = 2$

$$y = f(2) = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 20 \cdot \frac{1}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Vi vet då att  $g(2) = 5$  sätta in i ekvationen

$$5 = 2 \cdot 4 + m \quad m = -3$$

$$5 = 8 + m$$



12. Sätt in  $y$ -värdena och undersök vilken

$$x \text{ det ger! } -1 = -7x + 20 \quad 20 = -7x + 20$$

$$-21 = -7x \quad 0 = -7x$$

$$x = 3 \quad x = 0$$

Definitionsmängd:  $0 < x < 3$

$$13. a) f(2) - g(2) = 1 - 1 = 0 \quad d) x = 0$$

$$b) 0 < x < 2$$

$$c) f(x) - g(x) = 0$$

$$f(x) = g(x)$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

$$14. f(x) = 2x + 1 \quad g(x) = -3x + 1$$

$$f(g(x)) = 2 \underbrace{(-3x + 1)}_{=g(x)} + 1 = -6x + 2 + 1 = -6x + 3$$

$$15. f(x) = x^2 + 1 \quad f(a+2) = f(a-1)$$

$$(a+2)^2 + 1 = (a-1)^2 + 1$$

$$(a+2)(a+2) = (a-1)(a-1)$$

$$a^2 + 2a + 2a + 4 = a^2 - a - a + 1$$

$$4a + 4 = -2a + 1$$

$$6a = -3$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Det funkar för  $a = -\frac{1}{2}$



20. Parallella: samma  $k$ -värde

$$y = 4x + m \quad \text{sök } m\text{-värdet sätt in punkten } (6, 10)$$

$$10 = 4 \cdot 6 + m$$

$$10 = 24 + m$$

$$m = -14 \quad \text{Svar: } y = 4x - 14$$

21. Sätt in punkterna

$$a) f(3) = 12 = 3^2 + 3 = 12 \quad \text{Stämmer!}$$

$$b) f(-2) = 2 = (-2)^2 - 2 = 2 \quad \text{Stämmer!}$$

$$c) f(10) = 112 \neq 10^2 + 10 = 110 \quad \text{Stämmer inte!}$$

22. Skriv in funktionerna i VL och HL i geogebra eller använd lös-funktionen

$$a) x_1 = -1,136 \quad x_2 = 4,53$$

$$b) x_1 = -2 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 2$$

23.  $f(x) = C \cdot a^x$  Startvärdet 150 och minskning med 10%

$$a = 0,9 \quad f(x) = 150 \cdot 0,9^x$$

$$f(10) = 150 \cdot 0,9^{10} \approx 52 \quad \text{Svar: 52 personer bor i byn 2032}$$

24. Skriv in funktionen i geogebra. Eftersom  $f(x)$  visar

hur rikemedlet lämnar läppen är vi intresserade om  $f(x) = 0$ . Det är det då  $x = 7,9$  Definitionsmängden

$$0 \leq x \leq 7,9$$

25. Min köra bil;  $f(x) = 1000x + 2000$

Vilken fin dag;  $g(x) = 1250x + 1000$

$J(x)$  definierar Jockims bilfirma  $J(x) = kx + m$

Startpris mellan  $f(x)$  och  $g(x)$   $m = 1500$

Sedan ska  $J(x) = f(x)$  då  $x = 5$

$f(5) = 1000 \cdot 5 + 2000 = 7000$  vi vet då att  $J(5) = 7000$

$$7000 = 5 \cdot k + 1500$$

$$5500 = 5k$$

$$k = 1100$$

$$\text{Svari: } J(x) = 1100x + 1500$$

26. Lägenhetslångans värdering:  $L(x) = 2 \cdot 1,03^x$

Värderingslångans värdering:  $V(x) = 2,1 \cdot 1,038^x$

a) Undersök  $V(10) - L(10) = 0,361$  ungefär 36000 kr efter 10 år

b) Vi vill veta  $V(x) - L(x) = 1$ . Det är ett problem för algebra. Lös problemet grafiskt eller med lös-funktionen

vi får då  $x = 22,92$  Svari: Efter ungefär 23 år

27. a)  $f(t) = C \cdot a^{25t}$  startvärdet är 1645 Sök  $a$

$$f(25) = 1000$$

$$1000 = 1645 \cdot a^{25}$$

$$\frac{1000}{1645} = a^{25}$$

$$a = \left(\frac{1000}{1645}\right)^{\frac{1}{25}}$$

$$a = 0,98$$

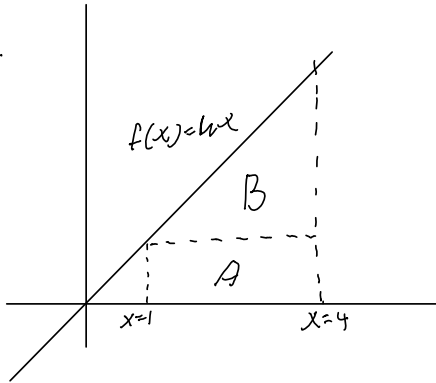
$$f(t) = 1645 \cdot 0,98^x$$

27b) Lös ekvationen  $f(t) = 500$

$1645 \cdot 0,98^x = 500$  jobb för geometri. Lös grafiskt eller med lösformlerna

$x = 58,95$  Svar: Efter ungefär 59 år

28.



Area A: höjd:  $f(1) = k \cdot 1 = k$   
bas: 3

Area:  $3k$

Area B: höjd:  $f(4) - f(1) = 4k - k = 3k$

bas: 3

Area:  $\frac{9k}{2}$  (triangel)

$$\text{Area A} + \text{Area B} = 10$$

$$3k + \frac{9k}{2} = 10$$

$$\frac{6k}{2} + \frac{9k}{2} = 10$$

$$\frac{15k}{2} = 10$$

$$15k = 20$$

$$k = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Svar: } k = \frac{4}{3}$$

$$29. f(x) = C \cdot a^x$$

$$\text{Bestånd 1950: } f(0) = C \cdot a^0 = C$$

$$\text{Bestånd 2024: } 0,03C$$

$$f(74) = 0,03C$$

$$0,03C = C \cdot a^{74}$$

$$0,03 = a^{74}$$

$$0,03^{\frac{1}{74}} = (a^{\frac{1}{74}})^{\frac{1}{74}}$$

$$a \approx 0,95 \quad f(x) = C \cdot 0,95^x$$

$$f(100) = C \cdot 0,95^{100} \approx 0,005$$

Svar: 0,5 % av 1950 års bestånd

31. Skapa en funktion utifrån informationen

$C$  är ursprungskosterna  $f(1600) = 0,5C$

$$f(x) = C \cdot \left(0,5^{\frac{x}{1600}}\right)^x = C \cdot a^{\frac{x}{1600}}$$

$$C \cdot a^{\frac{1600}{1600}} = 0,5C$$

$$a = 0,5$$

Vi söker nu  $f(x) = 0,01C$

$$\left(a^{\frac{1600}{1600}}\right)^{\frac{1}{1600}} = 0,5^{\frac{1}{1600}}$$

$$C \cdot \frac{1}{2}^{\frac{x}{1600}} = 0,01C$$

$$a = 0,5^{\frac{1}{1600}} \approx 0,99956$$

$\frac{1}{2}^{\frac{x}{1600}} = 0,01$  Ekvationen  
för lösning av  
logaritmer!

Lös grafiskt eller med lös-funktionen

$x = 10630$  Svaret för 10630 är