Derivatan av exponentialfunktioner och logaritmfunktioner

Repetition regler

$f(x)=e^x$ $\quad$ $f(x)=e^{kx}$ $\quad$ $f(x)=a^x$

$f'(x)=e^x$ $\quad$ $f'(x)=ke^{kx}$ $\quad$ $f'(x)=\ln a\cdot a^x$

Derivatan för $f(x)=\ln x$ får vi $f'(x)=\frac{1}{x}$

Ex) Derivera funktionerna

a) $f(x)=\ln 2x$ Hanteras med kedjeregeln

$$f'(x)=\frac{1}{2x}\cdot 2=\frac{1}{x}$$

b) $f(x)\ \frac{\ln x}{7x}$ kvotregeln

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot 7x-\ln x\cdot 7}{(7x)^2}=\frac{7-7\ln x}{49x^2}$$

c) $f(x)=7^{4x}$ $\quad f'(x)=\ln 7\cdot 4\cdot 7^{4x}=4\cdot\ln 7\cdot 7^{4x}$

Ex) Lös ekvationen $f'(x)=-\sqrt{3}$ för funktionen

$f(x)=\ln(\cos x)$ $\quad f'(x)=\frac{1}{\cos x}\cdot -\sin x=\frac{-\sin x}{\cos x}=-\tan x$

kedjeregeln

$-\tan x=-\sqrt{3}$

$\tan x=\sqrt{3}$

$x=60°+180°\cdot n$ eller $x=\frac{\pi}{3}+\pi\cdot n$

Ex) Visa att $f(x) = \ln(a^2x)$ har samma derivata oavsett värde på a

$$f'(x) = \frac{1}{a^2x} \cdot a^2 = \frac{a^2}{a^2x} = \frac{1}{x}$$

Vilket visar att a inte spelar roll

Använd kedjeregeln