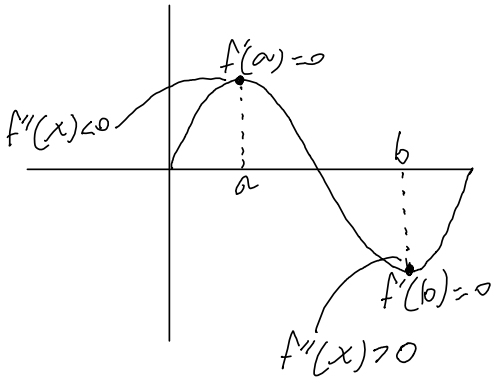


# Derivator och grader



Teckentabell:

$x$	$x < a$	$x = a$	$a < x < b$	$x = b$	$x > b$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	max	↘	min	↗

om  $f''(x) < 0$  har vi ett maximum  
om  $f''(x) > 0$  har vi ett minimum

Ex) Bestäm extrempunkternas koordinater för funktionen  $f(x) = \sin x + x$  i intervallet  $0 \leq x \leq 2\pi$

$$f'(x) = \cos x + 1$$

$$f'(x) = 0$$

Hitta  $y$ -värdet

$$\cos x = -1$$

$$f(\pi) = \sin \pi + \pi = 0 + \pi$$

$$x = \pi + 2\pi \cdot n$$

Svari:  $(\pi, \pi)$

$$\text{Bara } x = \pi$$

Ex) Undersök om funktionen  $f(x) = x e^x$  har någon extrempunkt

$$f'(x) = e^x + x e^x$$

$$f'(x) = e^x + x e^x$$

Undersök  $f'(x) = 0$

$$e^x + x e^x = 0$$

$$e^x(1+x) = 0$$

$$x = -1$$

Ex) Bestäm det största värdet för funktionen

$$f(x) = \ln(\sqrt{x}) - \frac{x}{2}. \text{ Svara exakt!}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = 0 \quad \frac{1}{2x} - \frac{1}{2} = 0 \quad \text{Undersök karaktär för extrem-}$$

$x=1$  punkt!

Största värde:

$$f(1) = \ln(\sqrt{1}) - \frac{1}{2} =$$

$$= \ln(1) - \frac{1}{2} = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Svar: } -\frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2} = \frac{x^{-1}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}$$

$$f''(1) = -\frac{1}{2} \text{ maximerpunkt!}$$