

## Övningsprov – Mittkursprov Ma1b

### Del 1 – Utan miniräknare

1. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt

a)  $3(x + 1) - 2(x - 1)$

b)  $(x + 2)(x - 3)$

c)  $x^4 \cdot x^2 \cdot x^{-3} \cdot x^0$

d)  $\frac{x^{-5}}{x^{-2}}$

e)  $x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}}$

f)  $\frac{1}{2}x \left(x + \frac{2}{3}\right)$  (4/1/0)

2. Lös ekvationerna

a)  $4(x + 2) + 2(x + 2) = 24$

b)  $10 - x^2 = 1$

c)  $4^{2x} \cdot 4^3 = 4^{13}$

d)  $8^x \cdot 2^x = 4^{10}$  (3/2/0)

3. Skriv om följande uttryck  $3x^2 + 9x^3$  genom att faktorisera ut

a) Ett  $x$

b) Ett tal

c) Största möjliga faktor (3/0/0)

4. Lös ekvationen  $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = 25$  (2/0/0)

5. Joakim påstår att  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$  är samma sak som  $x^{\frac{3}{2}}$ . Undersök om han har rätt. (1/1/0)

6. För en triangel med arean  $100 \text{ cm}^2$  är höjden dubbelt så lång som basen. Bestäm höjden för triangeln. (1/1/0)

7. Det har blivit ett hål på en tunna som är fylld med 160 liter och en mängd vatten lämnar tunnan med en konstant hastighet.

Vattenforskaren Joachim Jidhestein har gjort följande modell för mängden vatten i tunnan efter  $x$ -timmar.

$$V = 160 - 8x$$

a) Hur många liter vatten lämnar tunnan varje timme?

b) Efter hur lång tid är tunnan tom enligt modellen?

(1/1/0)

8. Visa att  $9^{30x}$  alltid är större än  $3^{50x}$  för alla positiva heltal på  $x$

(1/1/0)

9. Summan av tre på varandra följande heltal är 42. Vilket är det första talet?

(0/2/0)

10. Nedan ser du ett mönster med tändstickor.

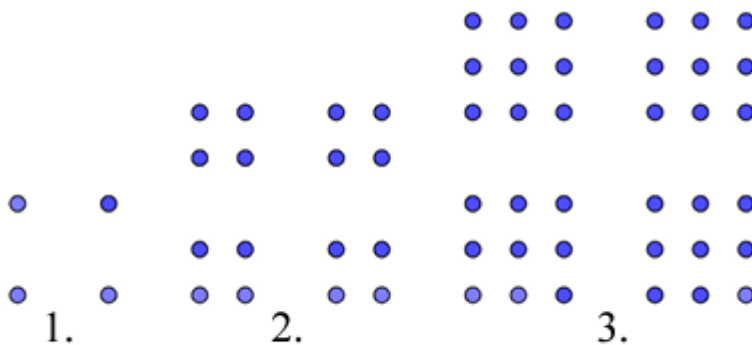


a) Bestäm en generell formel för mönstret

b) Vilken figur innehåller 40 stickor?

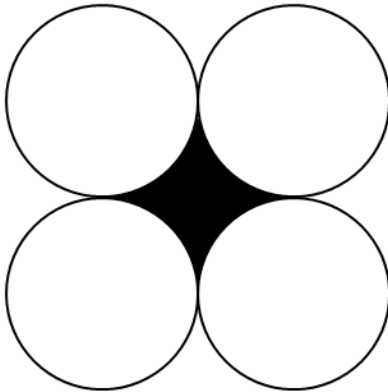
(0/2/0)

11. Bestäm en formel för följande mönster och undersök om någon av figurerna innehåller  $16^3$  prickar.



(0/0/2)

12. Visa att den svarta arean går att skrivas som  $r^2(4 - \pi)$  där  $r$  är radien för de fyra identiska cirkelarna.



(0/0/2)

13. Observera följande

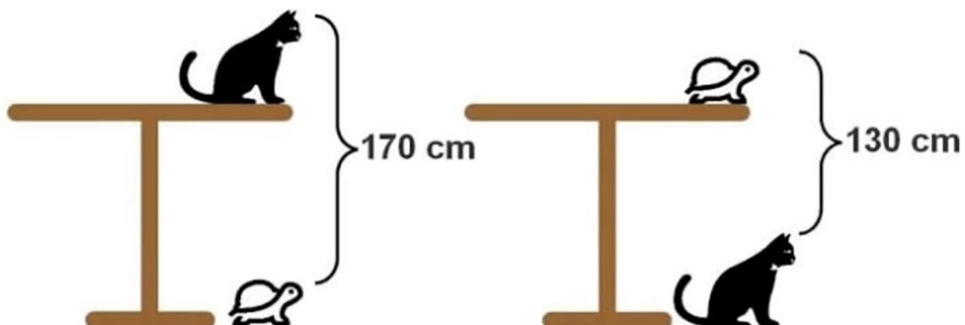
- $101 \cdot 99 - 100^2 = -1$
- $457 \cdot 455 - 456^2 = -1$
- $100054 \cdot 100052 - 100053^2 = -1$

Undersök om sambandet gäller för alla positiva heltal som följer mönstret. (0/0/2)

14. Hur många nollor innehåller talet  $2^{13} \cdot 3^2 \cdot 5^{10}$

(0/0/2)

15. Hur högt är bordet?



(0/0/3)

## Del 2 – Med miniräknare

16. Lös ekvationerna

- a)  $x^9 = 10$
- b)  $0,125x^2 = 8$

(3/0/0)

17. För två olika biluthyrningsfirmor kan man få följande erbjudande

Biluthyrningsfirman	Jide-Bil	Ström-Bil
Hyra bil (i kr)	5000	3000
Dygnskostnad (i kr)	1000	1250

- a) Konstruera en formel som beskriver kostnaden för respektive bilfirma där  $x$  är antalet dygn man hyr bilen.
- b) Vid vilket dygn spelar det ingen roll vilken firma man väljer?

(2/1/0)

18. En produkt minskar med 10% två år i rad.

- a) Produkten är nu värd 150 kr. Hur mycket var produkten värd innan sänkningen?
- b) Hur många procent många produkten öka för att återgå till sitt ursprungliga värde?

(2/1/0)

19. Joakim tar ett lån på 150 000 kr. Joakim tänker betala av lånet med lika stora amorteringar varje månad i fyra år. Månadsräntan är 2%.

- a) Hur mycket får Joakim betala i ränta första månaden?
- b) Hur mycket kommer Joakim amortera varje månad?
- c) Hur mycket kommer Joakim betala in till banken den tredje månaden (räntekostnad och amortering)?

(3/1/0)

20. Observera indextabellen nedan. Bestäm följande

a) Vilket basår har man valt?

b) Fyll i de tomma rutorna A,B,C i tabellen

År	2010	2012	2014	2016	2018
Index	90	100	123	131	C
Pris (kr)	A	B	193,11	205,67	232,36

(1/2/0)

21. Värdet på en t-shirt minskar under 6 år med 5% varje år. Sedan ökar värdet under 3 år med 10% eftersom en känd tiktok-profil använde den under alla sina videos under dessa 3. Hur mycket hade värdet på t-shirten ökat eller minskat efter dessa 9 år?

(0/2/0)

22. Joakim och hans 2 bästa kompisar Pelle och Victor har alla olika längd. Pelle är 20 cm längre än Joakim. Joakim 10 cm kortare än Victor och om man summerar allas längd får man 555 cm. Hur lång är Joakim, Pelle och Victor?

(0/3/0)

23. Lös ekvationen  $(x + 1)^{11} = 1000$

(0/0/1)

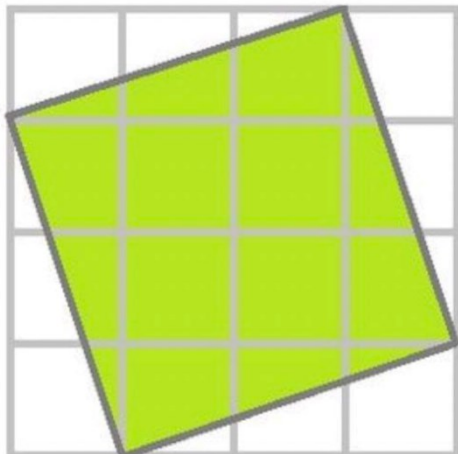
24. För ett eller flera tal som inte är noll vet du följande

- Om du multiplicerar talet med sig självt 8 gånger talet bli dubbelt så stort.

Bestäm vilket eller vilka tal som har den egenskapen.

(0/1/1)

25. Hur många procent av den stora vita kvadraten täcker den gröna kvadraten? *För full poäng krävs en generell lösning.*



(0/0/2)

26. Salthalten i en tunna med vatten är 2%. Hur många procent av vattnet måste avdunsta för att salthalten ska stiga till 7%?

(0/0/3)

# Lösungsforslag m.tt kursprov

1. a)  $3(x+1) - 2(x-1) = 3x+3 - 2x+2 = x+5$

b)  $(x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

c)  $x^4 \cdot x^2 \cdot x^{-3} \cdot x^0 = x^{4+2-3+0} = x^3$

d)  $\frac{x^{-5}}{x^{-2}} = x^{-5-(-2)} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$  e)  $x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}$

f)  $\frac{1}{2}x(x + \frac{2}{3}) = \frac{x}{2}(x + \frac{2}{3}) = \frac{x^2}{2} + \frac{2x}{6}$

2. a)  $4(x+2) + 2(x+2) = 24$  b)  $10 - x^2 = 1$  c)  $4^{2x} \cdot 4^{3x} = 4^{13}$

$$4x + 8 + 2x + 4 = 24$$

$$10 = 1 + x^2$$

$$4^{2x+3} = 4^{13}$$

$$6x + 12 = 24$$

$$x^2 = 9$$

$$2x + 3 = 13$$

$$6x = 12$$

$$x = \pm 3$$

$$2x = 10$$

$$x = 2$$

$$x = 5$$

d)  $8^x \cdot 2^x = 4^{10}$  skriv i samma bas!

$$(2^3)^x \cdot 2^x = (2^2)^{10}$$

3. a)  $3x^2 + 9x^3 = x(3x + 9x^2)$

$$2^{3x} \cdot 2^x = 2^{20}$$

b)  $3x^2 + 9x^3 = 3(x^2 + 3x^3)$

$$2^{3x+x} = 2^{20}$$

c)  $3x^2 + 9x^3 = 3x^2(1 + 3x)$

$$2^{4x} = 2^{20}$$

4.  $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = 25$

$$4x = 20$$

$$x^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = 25$$

$$x = 5$$

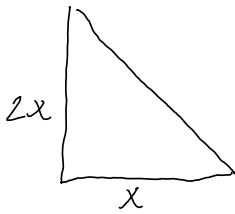
$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

5.  $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$  samma sak!

6.



$$\text{Area} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2x \cdot x}{2} = 100$$

$$\frac{2x^2}{2} = 100$$

$$x^2 = 100$$

$x = \pm 10$  cm Inga negativa ströcker

höjden:  $2 \cdot 10 = 20$  cm Svari: 20 cm

7. a) 8 liter

$$b) v = 0 \quad 0 = 160 - 8x$$

$$8x = 160$$

$$x = 20 \quad \text{Svari: 20 timmar}$$

$$8. \quad 9^{30x} = (3^2)^{30x} = 3^{60x}$$

$$3^{50x} \quad x \text{ är positiva heltal} \quad 3^{60x} > 3^{50x}$$

9. Första talet:  $x$  andra talet:  $x+1$  tredje talet:  $x+2$

$$\text{Summan: } x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 = 42$$

$$3x = 39$$

$$x = 13$$

Svari: Första talet är 13

$$10. a) S = 6x - 2$$

$$b) \quad 40 = 6x - 2$$

$$42 = 6x$$

$$x = 7 \quad \text{Svari: 7 figurer}$$

11. a) Formel:  $p = 4 \cdot x^2$  där  $x$  är figuren

$$b) \quad p = 16^3 = (4^2)^3 = 4^6$$

$$4 \cdot x^2 = 4^6$$

$$x^2 = 4^5$$

$$x^2 = (2^2)^5$$

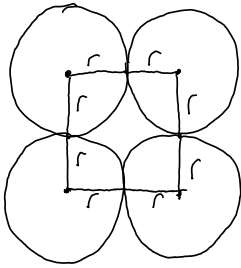
$$x^2 = 2^{10}$$

$$x = 2^5$$

Svari: Det finns en sådan figur



12.



kvadrat med sidlängden:  $2r$

$$\text{Arean: } 2r \cdot 2r = 4r^2$$

Vi vill ta bort  $\frac{1}{4}$  cirkelarna (4 st) som  
ger en hel cirkel

$$\text{Area cirkel: } r^2 \cdot \pi$$

$$\text{Svartmarkerad arean: } 4r^2 - r^2 \cdot \pi$$

$$\text{faktorisera! } r^2(4 - \pi). \text{ Snuggt!}$$

13. Ett tal:  $x$ 

mönstret:  $(x+1)(x-1) - x^2$  förenkla!

$$(x+1)(x-1) - x^2$$

$$= x^2 - x + x - 1 - x^2$$

$= -1$  Detta visar att oavsett vilket tal vi väljer kommer  
det resultera i  $-1$

14. om vi vill veta hur många 10:or vi kan hitta!  
till exempel  $4 \cdot 10^7$  har 7 nollor.

$$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^{10} = 2^3 \cdot 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^{10} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot (2 \cdot 5)^{10} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 10^{10} \text{ svar: } 10 \text{ st nollor!}$$

$$15. B = \text{Bord (längd)}$$

$$L = \text{Lått (längd)}$$

$$S = \text{Sköldpadda (längd)}$$

$$\text{Lösning 1: } B + L - S = 170 \text{ cm} \quad B = 170 - L + S$$

$$B + S - L = 130 \text{ cm} \quad B = 130 + L - S$$

Addera ekvationerna

$$B + B = 170 - L + S + 130 + L - S$$

$$2B = 300$$

$$B = 150 \quad \text{Svar: } 150 \text{ cm}$$

$$15. \text{ Lösning 2: } B + k - s = 170 \quad B = 170 - k + s$$

$$B - k + s = 130 \quad B = 130 + k - s$$

Sätt ekvationerna lika  
med varandra

$$170 - k + s = 130 + k - s$$

$$40 = 2k - 2s$$

$$40 = 2(k - s)$$

$$20 = k - s$$

$$B = 130 + \underbrace{k - s}_{=20}$$

$$B = 150 \quad \text{Svari } 150 \text{ cm}$$

Del 2.

$$16. a) x^9 = 10$$

$$(x^9)^{\frac{1}{9}} = 10^{\frac{1}{9}}$$

$$x = 1,29$$

$$b) 0,125x^2 = 8$$

$$x^2 = \frac{8}{0,125}$$

$$x^2 = 64 \quad x = \pm 8$$

$$17. a) \text{ Vide-Bil: } k = 5000 + 1000x$$

$$\text{Stäm-Bil: } k = 3000 + 1250x$$

b) Sätt ekvationerna lika med  
varandra

$$5000 + 1000x = 3000 + 1250x$$

$$2000 = 250x$$

$$x = 8 \quad \text{Svari } 8 \text{ dagar}$$

18. a) Värde på produktionen innan sänkning:  $x$

Sänkning med 10% under 2 år:  $0,9 \cdot 0,9 \cdot x$

Värde efter 2 år  $150 = 0,9^2 \cdot x$

$$x = \frac{150}{0,9^2} = 185,19 \quad \text{Svari } 185,19 \text{ kr}$$

$$b) 150 \cdot y = 185,19 \quad y = \frac{185,19}{150} \approx 1,23$$

Ökning i  
procent

Svar: Ungefär 23%

19. a) Räntekostnad: löst. räntesatsen  $\Rightarrow 150000 \cdot 0,02 = 3000$

Svar: 3000 kr

b) Månader på 4 år  $12 \cdot 4 = 48$  månader

$$\frac{150000}{48} = 3125 \quad \text{Svar: } 3125 \text{ kr}$$

c) Kvar på löst  $150000 - \overbrace{2 \cdot 3125}^{\text{Amorteringen}} = 143750 \text{ kr}$

Räntekostnad:  $143750 \cdot 0,02 = 2875 \text{ kr}$

Totalt: Amortering + räntekostnad =  $2875 + 3125 = 6000$

Svar: 6000

$$20. a) 20/2 \quad b) B: B \cdot 1,23 = 193,11 \quad B = \frac{193,11}{1,23} = 157$$

$$A: 157 \cdot 0,9 = 141,3 \quad A = 141,3$$

$$C: 157 \cdot x = 232,36 \quad x = 1,48 \quad C = 148$$

21. Värdet på t-shirt:  $x$

Minskning med 5% i 6 år:  $x \cdot 0,95^6$

Ökning med 10% i 3 år:  $x \cdot 0,95^6 \cdot 1,1^3 \approx 0,98x$

Svar: Värdet har minskat med 2%

22. Jøakims længde:  $x$  Petters længde:  $x+20$

Victors længde:  $x+10$

Summen:  $x+x+20+x+10=555$

$$3x+30=555$$

$$3x=525$$

$$x=175 \quad \text{Svar: } 175 \text{ cm}$$

23.  $(x+1)^{11}=1000$

$$((x+1)^{11})^{\frac{1}{11}} = (1000)^{\frac{1}{11}}$$

$$x+1 \approx 1,87$$

$$x = 0,87$$

24. Været tal:  $x$

8 ganger sig sjælv:  $x^8$

Dubbelt så stort:  $2x$

$$x^8 = 2x$$

$$x^7 = 2$$

$$(x^7)^{\frac{1}{7}} = 2^{\frac{1}{7}}$$

$$x \approx 1,1 \quad \text{Svar: Tallet er } 1,1$$

25. En liten vit kvadrats sidelængde definerer vi som  $x$

Stora vita arean:  $4x \cdot 4x = 16x^2$

Ta bort de vita trianglarna för att få fram den gråa arean: basen  $3x$ , höjden  $x$  Areal:  $\frac{3x \cdot x}{2} = \frac{3x^2}{2}$

4 st trianglari:  $4 \cdot \frac{3x^2}{2} = 6x^2$

Gråa arean:  $16x^2 - 6x^2 = 10x^2$  Procent:  $\frac{\text{Gråa}}{\text{Vit}} = \frac{10x^2}{16x^2} = \frac{10}{16} = 0,625$

Svar: 62,5% färre den gråa kvadraten

16. Mängden vatten:  $V$   
mängden salt:  $0,02 \cdot V$

En viss mängd vatten  
ska försvinnas i procent  
Procenten:  $x$   
Mängden vatten efter avdunstning  
 $x \cdot V$

$$\frac{\text{Del}en}{\text{Hela}} = 0,07$$

$$\frac{0,02V}{x \cdot V} = 0,07$$

$$\frac{0,02}{x} = 0,07$$

$$0,02 = 0,07x$$

$$x = \frac{0,02}{0,07} \approx 0,286 \quad \text{Procent som avdunstat: } 1 - 0,286 = 0,714$$

Svar: 71,4% måste avdunsta för att saltkoncentrationen ska stiga till 7%.