

Formler för dubbla vinkeln

Vi vill kunna förenkla uttryck som $\sin 2x$ och $\cos 2x$

Härledning av sinns för dubbla vinkeln

$$\sin 2x = \sin(x+x) = \sin x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Härledning av cosinus för dubbla vinkeln

$$\cos 2x = \cos(x+x) = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x = \begin{cases} \cos^2 x - \sin^2 x \\ 2\cos^2 x - 1 \\ 1 - 2\sin^2 x \end{cases}$$

Ex) Förenkla följande

$$a) (\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x$$

$$= \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x - \underbrace{\sin 2x}_{2 \sin x \cos x}$$

$$= \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{\text{trigon}} = 1$$

$$b) \frac{\cos 2x + 1}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x + 1}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} =$$

= 2

Lös ekvationerna

$$a) 2 \sin \cos v = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 2v = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$2v_1 = 45^\circ + 360^\circ \cdot n$$

$$v_1 = \frac{45^\circ}{2} + 180^\circ \cdot n$$

$$2v_2 = 135^\circ + 360^\circ \cdot n$$

$$v_2 = \frac{135^\circ}{2} + 180^\circ \cdot n$$

$$b) 2\cos^2 V - 2\sin V = -1$$

$$2(\cos^2 V - \sin^2 V) = -1$$

$$2\cos 2V = -1$$

$$\cos 2V = -\frac{1}{2}$$

$$2V_1 = 120^\circ + 360^\circ \cdot n$$

$$2V_2 = -120^\circ + 360^\circ \cdot n$$

$$V_1 = 60^\circ + 180^\circ \cdot n$$

$$V_2 = -60^\circ + 180^\circ \cdot n$$

$$c) \underbrace{2\sin 3V \cos 3V}_{\sin 6V} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 6V = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$6V_1 = 60^\circ + 360^\circ \cdot n$$

$$6V_2 = 120^\circ + 360^\circ \cdot n$$

$$V_1 = 10^\circ + 60^\circ \cdot n$$

$$V_2 = 20^\circ + 60^\circ \cdot n$$