

Additions- och subtraktionsformler för sin och cos

Additions- och
subtraktionsformler

$$\sin(u+v) = \sin u \cdot \cos v + \cos u \cdot \sin v$$

$$\sin(u-v) = \sin u \cdot \cos v - \cos u \cdot \sin v$$

$$\cos(u+v) = \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$$

$$\cos(u-v) = \cos u \cdot \cos v + \sin u \cdot \sin v$$

Vi kan använda dessa formler för att få fram
exakta värden för trigonometriska uttryck

$$\begin{aligned} \text{till exempel: } \sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Ex) Visa att $\cos(2x - 90^\circ) = \sin 2x$

$$\cos(u-v) = \cos u \cdot \cos v + \sin u \cdot \sin v$$

$$\cos(2x - 90^\circ) = \cos 2x \cdot \underbrace{\cos 90^\circ}_{=0} + \sin 2x \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_1 = \sin 2x \quad \text{VL=HR}$$

Ex) Visa att $\cos(45^\circ - v) - \sin(45^\circ - v) = \frac{2 \sin v}{\sqrt{2}}$

$$\cos(45^\circ - v) = \cos 45^\circ \cdot \cos v + \sin 45^\circ \cdot \sin v$$

$$\sin(45^\circ - v) = \sin 45^\circ \cdot \cos v - \cos 45^\circ \cdot \sin v$$

$$\cos(45^\circ - v) - \sin(45^\circ - v) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos v + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin v - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos v + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin v$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} \sin v$$