

Tillämpningar och problemlösning dervivator

Ex) Temperaturen en sommardag går att beskrivas med funktionen $T(t) = -\frac{1}{0,2t} - 2t + 36$ där t är timmar från 12.00 på dagen. Bestäm den högsta temperaturen för dagen.

$$T(t) = -\frac{1}{0,2t} - 2t + 36 \quad \text{sök extrempunkt!}$$

$$T'(t) = \frac{1}{0,2t^2} - 2 \quad T'(t) = 0 \quad \frac{1}{0,2t^2} - 2 = 0$$

$$2 = \frac{1}{0,2t^2}$$

Verifiera! $T''(t) = \frac{-2}{0,2t^3}$ $T''(1,58)$ är neg
maximipunkt!

$$0,4t^2 = 1$$

Efter 1,58 timmar är maxvärdet

$$t^2 = \frac{1}{0,4} = 2,5$$

$T(1,58) = 29,68$ Svar: Högsta värdet på temperaturen är 29,68 grader

$$t = \pm\sqrt{2,5} \approx \pm 1,58$$

Ex) För en andragsgradsfunktion vet du följande

$f(0) = 1$, $f'(1) = 0$, $f''(-2) = -24$. Bestäm funktionen

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad f'(x) = 2ax + b \quad f''(x) = 2a$$

$$f(0) = 1 \quad c = 1$$

$$f'(1) = 2a + b = 0 \quad f''(-2) = -24$$

$$2a = -24$$

$$-24 + b = 0$$

$$b = 24$$

$$\rightarrow a = -12$$

$$\text{Svar: } f(x) = -12x^2 + 24x + 1$$

Ex) Visa att $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2x \geq 3$ för alla $x > 0$

Undersök extrempunkter för $x > 0$ $f'(x) = -\frac{2}{x^3} + 2$

$$f'(x) = 0 \quad -\frac{2}{x^3} + 2 = 0$$

$$2 = \frac{2}{x^3}$$

$$2x^3 = 2$$

$$x^3 = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = 1$$

Undersök korollar!

$$f''(x) = \frac{6}{x^4} \quad f''(1) = 6 > 0 \text{ minimum}$$

Hitta extremvärdet sök in $x = 1$ i

$$f(x) \quad f(1) = \frac{1}{1^2} + 2 \cdot 1 = 3$$

Vilket skulle visa att $f(x) \geq 3$ för alla $x > 0$ \square