

Derivieren von Polynomfunktionen

$$\text{Potenz: } f(x) = x^n \quad f'(x) = n x^{n-1}$$

$$f(x) = \ln x \quad f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = a \quad f'(x) = 0$$

$$f(x) = p(x) + q(x) \quad f'(x) = p'(x) + q'(x)$$

Ex) Deriviere Funktionen nach

$$a) f(x) = x^2 + 2x \quad f'(x) = 2x + 2$$

$$b) f(x) = 2x^5 - 3x + x \quad f'(x) = 10x^4 - 3 + 1 = 10x^4 - 2$$

$$c) y = \frac{x}{3} + \frac{3x^2}{2} + 3 \quad y' = \frac{1}{3} + 3x$$

$$d) y = \frac{1}{x} = x^{-1} \quad y' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$e) f(x) = (x-10)(x+10) + (x-1)^2 = x^2 - 100 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 2x - 99$$

$$f'(x) = 4x - 2$$

$$f) f(x) = b x^{a+1} - x^{\frac{3}{4}} \quad f'(x) = (a+1)b x^a - \frac{3}{4} x^{\frac{3}{4}-1} = (a+1)b x^a - \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}}$$

Ex) Bestäm följande

a) $f'(3)$ för funktionen $f(x) = 2x^2 - x + 1$

$$f'(x) = 4x - 1 \quad f'(3) = 4 \cdot 3 - 1 = 11 \quad \text{Svar: } f'(3) = 11$$

b) Bestäm konstanten a om $f'(-1) = 12$ för

$$\text{funktionen } f(x) = \frac{a}{x} \quad f(x) = \frac{a}{x} = a \cdot x^{-1}$$

$$f'(x) = -ax^{-2} = \frac{-a}{x^2} \quad f'(-1) = 12 \quad 12 = \frac{-a}{(-1)^2} = \frac{-a}{1}$$

$$12 = -a \quad a = -12$$

c) Bestäm konstanterna a och b om

$f'(1) = 3$ och $f'(3) = 11$ för funktionen

$$f(x) = ax^2 + bx \quad f'(x) = 2ax + b$$

$$f'(1) = 2a + b = 3 \quad f'(3) = 6a + b = 11$$

$$\begin{cases} 2a + b = 3 & \textcircled{I} \\ 6a + b = 11 & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{II} - \textcircled{I} \quad (6a + b) - (2a + b) = 11 - 3$$

$$4a = 8 \quad a = 2$$

$$\text{Sätt in i } \textcircled{I} \quad 4 + b = 3 \\ b = -1$$

$$\text{Svar: } a = 2 \\ b = -1$$