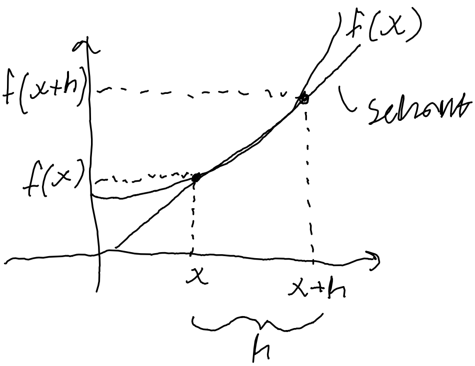
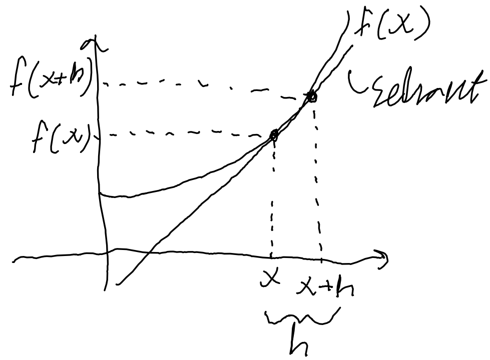
Derivatans definition

Vi använder derivatans definition för att finna derivatans värde för specifika x-värden och för att ta fram derivata funktioner





Vi drar avståndet mellan de två punkterna (h) mot noll. Sekanten blir då en tangent i för värdet x

Vi får då $\boxed{f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$ Som är derivatans definition

Vi sätter in en funktion i derivatans definition för att få fram derivata-funktionen för funktionen

Ex, Bestäm $f'(1)$ för funktionen $f(x)=x^2$

$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(1+h)^2-1^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1+2h+h^2-1}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{2h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(2+h)}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}2+h=2 \quad f'(1)=2$$

Ex) Bestäm $f'(x)$ för följande funktion

a) $f(x) = 2x^2 - x$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2(x+h)^2 - (x+h) - (2x^2 - x)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2(x^2 + 2xh + h^2) - x - h - 2x^2 + x}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{4xh + 2h^2 - h}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(4x + 2h - 1)}{\cancel{h}} = \lim_{h \to 0} 4x + 2h - 1 = 4x - 1 \quad f'(x) = 4x - 1$$

b) $f(x) = kx + m$ $\quad f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{k(x+h) + m - (kx + m)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{kx + kh + m - kx - m}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{kh}{h} = \lim_{h \to 0} k = k \quad f'(x) = k$$

Ex) Vilken funktion och x-värde deriverar vi för om vi skriver upp följande gränsvärde

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{1+h} - \sqrt{1}}{h}$$ Svar: $f(x) = \sqrt{x}$ för $x = 1$

$$f'(-3) = \lim_{h \to 0} \frac{(-3+h)^4 - (-3)^4}{h}$$ Svar: $f(x) = x^4$ för $x = -3$