

Faktoriserat Polynom

Faktoriserat innebär att skriva ett uttryck i faktorform (multiplikation)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Om polynomet $P(x)$ har nollställena $x_1 = a$ och $x_2 = b$ kan man faktorisera polynomet till $P(x) = k(x-a)(x-b)$

Ex) Faktoriserat uttrycken

a) $3x^2 + 9x$

$$3x^2 + 9x = 3x(x+3)$$

b) $x^2 - 4x + 4$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

c) $4x^2 - 16$

$$4x^2 - 16 = (2x-4)(2x+4)$$

d) $x^2 - 10x - 11$

Lös ekvationen för att faktorisera $= 0$

$$x = 5 \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 11}$$

$$= 5 \pm \sqrt{25 + 11}$$

$$= 5 \pm \sqrt{36}$$

$$= 5 \pm 6 \quad x_1 = 11 \quad x_2 = -1$$

$$x^2 - 10x - 11 = (x-11)(x+1)$$

e) $x^3 - 2x^2 + x$

$$x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$$

$$f) x^3 - 8x^2 + 7x$$

Lös equationen = 0 för
att kunna faktorisera

$$x^3 - 8x^2 + 7x = 0$$

$$x(x^2 - 8x + 7) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$x = 4 \pm \sqrt{4^2 - 7}$$

$$= 4 \pm \sqrt{9}$$

$$= 4 \pm 3 \quad x_1 = 7 \quad x_2 = 1$$

$$x^3 - 8x^2 + 7x = x(x-7)(x-1)$$

$$g) x^4 - 5x^2 + 4$$

Lös equationen = 0 för att
kunna faktorisera

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad t = x^2$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$t = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{16}{4}}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \quad t_1 = \frac{8}{2} = 4 \quad t_2 = \frac{2}{2} = 1$$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \quad x_1 = 1$$

$$x_2 = -1$$

$$t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \quad x_3 = 2$$

$$x_4 = -2$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$