

## Extra uppgifter i kombinatorik

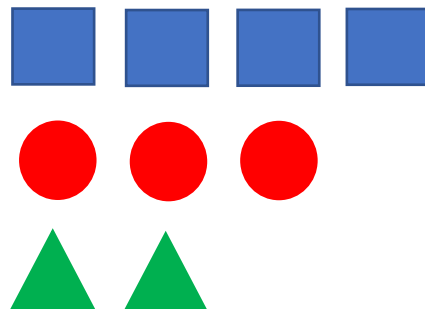
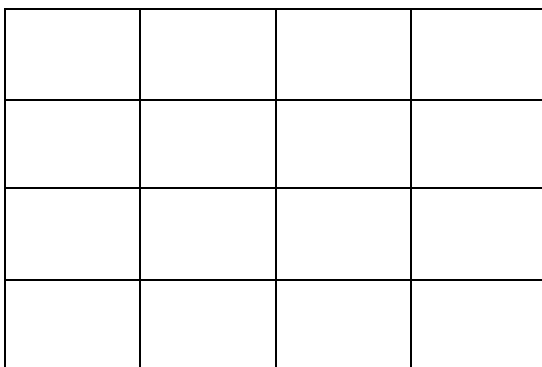
- Hur många olika köer kan man skapa av 5 personer?
  - Hur många olika ringar kan man skapa av 5 personer?
  - Hur många olika ringar kan man skapa av  $n$  personer?
- Joakim och Astrid ska göra en gemensam spellista på Spotify. De har 2 spellistor vardera och har 10 låtar på respektive spellista. De kommer överens om att de får välja två låtar från varje lista som ska bli den nya listan. Hur många olika spellistor kan man skapa utifrån den situationen.
- Ett palindromtal är ett tal som är samma framifrån som bakifrån till exempel 191, 2662
  - Hur många palindromtal innehåller 5 siffror?
  - Skriv ett generellt uttryck för hur många palindromtal som finns för tal som har ett ojämnt antal siffror.  $n = 1$  ska vara det första ojämnna talet,  $n = 2$  ska vara det andra ojämnna talet osv.
- Visa att  $\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2$
- Hur många  $n$ -siffriga tal kan man bilda om man enbart får använda ettor och tvåor samt att talet måste innehålla minst en etta och en tvåa.
- Ett lok drar ett tågset med 5 vagnar som benämns som A, B, C, D, E. På grund av vagnarna innehåll måste vagn A alltid ligga före B. På hur många sätt kan man ordna vagnar om vi tar hänsyn till kravet?



7. Tre personer ska välja ut 2 böcker var i en samling av 10 unika böcker.
- a) Hur många sätt kan man göra det på?
  - b) En av personerna har läst en av böckerna och vill därför inte ha den. Hur många kombinationer kan man nu skapa?
8. I en urna finns 20 röda och 30 blåa kulor. Varje kula är unik men har den bestämda färgen. På hur många sätt kan man välja ut 5 kulor så att
- a) Man har tre röda och två blåa kulor?
  - b) Skriv upp uttrycket för hur många kombinationer som har minst en blå kula?



9. Nedan har du ett rutnät som är 4x4. Din uppgift är att placera ut symbolerna bredvid rutnätet med kravet att du inte får placera två eller flera kvadrater på en och samma rad eller kolumn. Hur många olika mönster kan du då skapa med symbolerna?



10. Joakim och hans 3 kompisar Bill, Bob och Eugen är med i ett fotbollslag som ska spela match nästkommande söndag. I fotbollslaget finns det 20 spelare och tränaren ska välja ut 11 spelare inför matchen. Vad är sannolikheten att Joakim får spela med minst en av sina kompisar om vi antar att spelarna väljs ut helt slumpmässigt?

# Extra uppgifter i kombinatorik

1. a)  $5!$  b)  
 $= 120$

A B  
E D C

Vi placerar ut 5  
vilket ger  $5!$ . Men  
Varje ring kan roteras  
till 5 olika positioner, det  
gör att vi delar på 5

$$\frac{5!}{5} = 4! = 24$$

2. Välja ut 2 lötar i

varje löta  $\binom{10}{2} =$

$$= \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 5 \cdot 9 = 45$$

Sen ska vi ta av 4 spellötar

$$\left(\binom{10}{2}\right)^4 = 45^4 = 4100625$$

Svar: 4100625 st.

3. a) Palindromtal

5 siffror  
 $\overline{A} \quad \overline{B} \quad \overline{C} \quad \overline{B} \quad \overline{A}$   
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$   
1-9 0-9 0-9

$$9 \cdot 10 \cdot 10 = 900 \text{ st.}$$

b)  $9 \cdot 10^{n-1}$

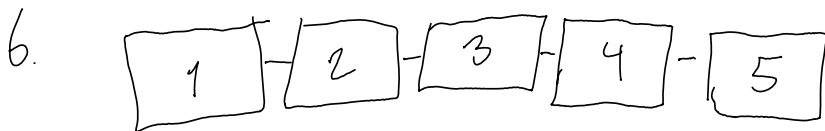
$$4. \binom{2n}{2} = 2 \binom{n}{2} + n^2$$

$$VL = \frac{2n!}{2!(2n-2)!} = \frac{2n(2n-1)(2n/2)!}{2!(2n/2)!} = n(2n-1) = 2n^2 - n$$

$$HL = 2 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} + n^2 = \frac{n(n-1)(n/2)!}{(n/2)!} + n^2 = n(n-1) + n^2 =$$

$$= n^2 - n + n^2 = 2n^2 - n \quad VL = HL$$

5. Vi kan bara välja 1 och 2 och inga tal med bara 1 och 2. Totalt utan begränsningar:  $2^n$   
 Sen ska alltid 2 fall bort, där vi enbart har 1 eller 2. Svar:  $2^n - 2$



Delar upp fall! om A på plats 1:  $4! = 24$

om A är på plats 2:  $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$

om A är på plats 3:  $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

om A är på plats 4:  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Svar:  $24 + 18 + 12 + 6 = 60$  Svar: 60 möjligheter

7. a) Person 1:  $\binom{10}{2}$

Person 2:  $\binom{8}{2}$

Person 3:  $\binom{6}{2}$

$$\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} = 18900$$

b) Här är det smart att utgå från totalen och ta bort de kombinationer som inte är ok. kombinationer som inte är ok är 9 st

8. Bollar är unika men har en gruppfärg

Avläsa 3 röda där alla är unika

$$P(20, 3)$$

Avläsa 2 blåa där alla är unika

$$P(30, 2)$$

$$\text{Totalt: } P(20, 3) \cdot P(30, 2) = 5950800$$

□ sen har vi 9 böcker bara hon som den kan kombinera (inte vil) lös med ha

$$\text{Svar: } 18900 - 9 = 18891$$

b) Totalt:  $P(50, 5)$ , ta bort kombinationer med enbart röda:  $P(20, 5)$

$$\text{Svar: } P(50, 5) - P(20, 5)$$

9. Vi placerar först ut kvadraterna det  
 kan vi göra på  $4! = 24$  sätt

\* Sedan ska vi placera ut 3 cirklar på 12 uniten  
 platser  $\frac{P(12, 3)}{3!}$  ← cirklorna är likadana

\* Sedan placera ut 2 trianglar på 9 uniten

platser  $\frac{P(9, 2)}{2!}$   
 2 trianglarna är likadana

$$24 \cdot \frac{P(12, 3)}{3!} \cdot \frac{P(9, 2)}{2!} = 190080$$

10. Sannolikheten att Joakim spelar:  $\frac{11}{20}$

Tre fall: Joakim spelar med en kompis

\* Joakim spelar med två kompisar

\* Joakim spelar med tre kompisar

Joakim måste spela

En kompis:  $\frac{11}{20} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{16}{9} \cdot \frac{1}{\binom{19}{10}} = 0,2043$

En kompis väljs (16 personer som inte är värvar väljs.)  
 möjliga kombinationer

Två kompisar:  $\frac{11}{20} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{16}{8} \cdot \frac{1}{\binom{19}{10}} = 0,2298$

Tre kompisar:  $\frac{11}{20} \cdot \binom{3}{3} \cdot \binom{16}{7} \cdot \frac{1}{\binom{19}{10}} = 0,06811$

Addera sannolikheterna:  $0,2043 + 0,2298 + 0,06811 = 0,50221$   
 Svara: Under för 50%