

Extra uppgifter - Ma2c (C- och A-uppgifter)

1. Förenkla följande uttryck

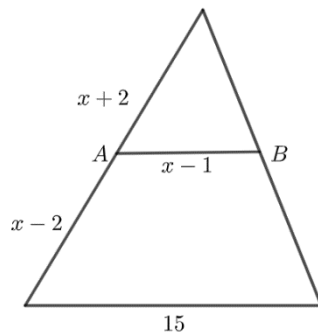
a) $\frac{4x^2+8x+4}{2x+2}$

b) $\frac{6x-8}{9x^2-16} - \frac{2}{3x+4}$

c) $\frac{\lg\left(\frac{x}{5}\right)^2}{\lg x - \lg 5}$

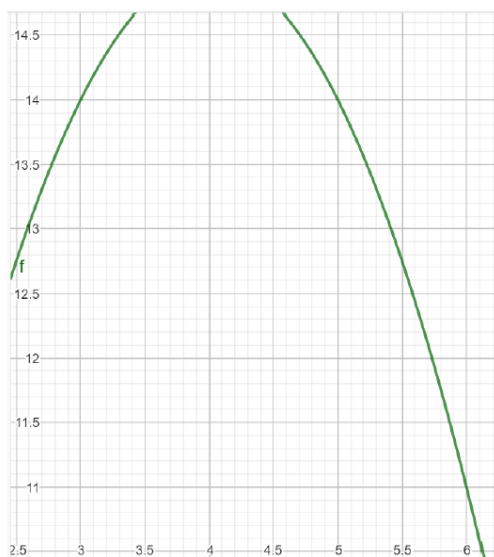
(0/6/0)

2. Bestäm x om sträckan AB är en parallelltrapets. Figuren är **EJ** skalenligt ritad.



(0/3/0)

3. Funktionen nedan är en funktion av typen $f(x) = ax^2 + bx + c$. Bestäm $f(2)$



(0/2/0)

4. Lös ekvationerna, svara exakt

a) $10^{-\lg x} = 7$

b) $3^x \cdot 9^x = 10$

(0/4/0)

5. I en rätvinklig triangel är den längsta kateten 2 cm längre än den kortaste. Hypotenusan är dubbelt så lång som den kortaste kateten. Bestäm exakt den kortaste katetens längd.

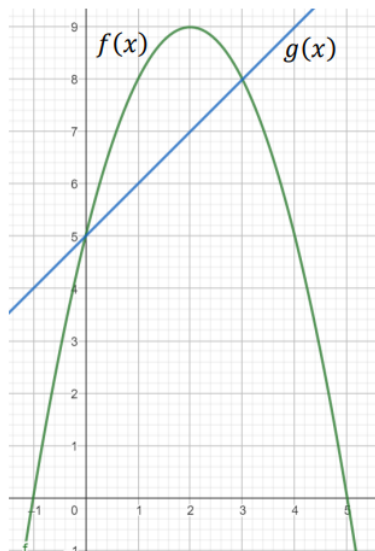
(0/3/0)

6. Observera funktionerna nedan. Bestäm följande

a) $f(x) - g(x) = 0$

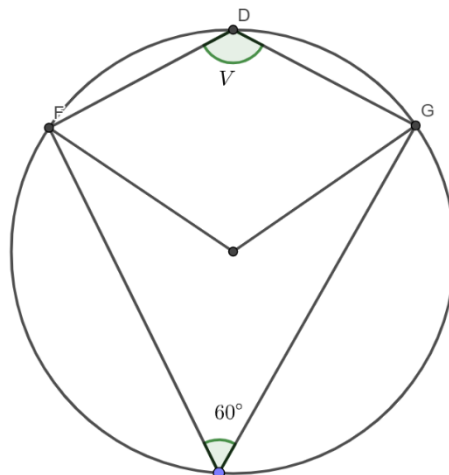
b) $f(x) > g(x)$

c) $f(g(0))$



(0/3/0)

7. Bestäm vinkeln V



(0/2/0)

8. Ett normalfördelat material med vikt är standardavvikelsen 20% av medelvärdet. Det 2,3% tyngsta delen av materialet väger 40 kg. Bestäm medelvärdet och standardavvikelsen för materialet.

(0/2/0)

9. Bestäm det exakta värdet på följande uttryck

$$10^{\frac{\lg 16}{\lg 100}}$$

(0/0/1)

10. För en andragsgradsfunktion vet du att

- $f(0) = f(10)$
- $f(x) = 6$ ger enbart en lösning

Bestäm koordinaterna för funktionens extrempunkt

(0/1/1)

11. Funktionen $f(x) = ax^2 + a^2x + 2$ är definierad. a är en konstant och funktionen har enbart ett nollställe. Bestäm $f(1)$.

(0/0/2)

12. Förenkla följande uttryck $\frac{4-x}{2+\sqrt{x}}$

(0/0/1)

13. Lös ekvationen med hjälp av kvadreringsreglerna

$$4x^4 - 4x^2 + 1 = 0$$

(0/0/2)

14. Lös rotekvationen $\frac{9}{\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+3} = 6$

(0/1/2)

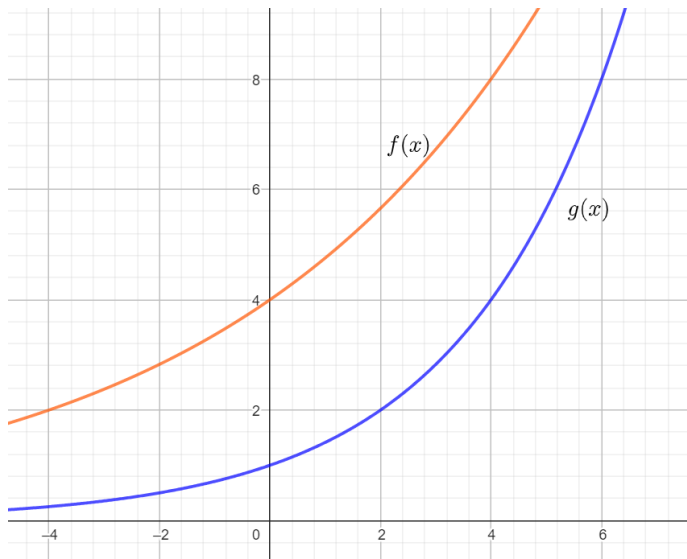
15. $\frac{(\lg x)^2 - \lg x^4 + 4}{\lg x - 2} = 3$

(0/0/2)

16. Bestäm produkten $x \cdot y$ om $x + y = 9$ samt att $x^2 + y^2 = 53$

(0/0/2)

17. Nedan ser du två funktioner på formen $h(x) = C \cdot a^x$. Bestäm $f(x) = g(x)$



(0/2/2)

18. Vilket är det kortaste avståndet från linjen $f(x) = 10 - 2x$ till origo. (0/2/1)

19. För en andragsradsfunktion vet du följande $f(1) < f(1 + a)$ där $a > 0$. Vilken/vilka av följande funktioner har ett sådant samband?

A: $f(x) = x^2 + 1$

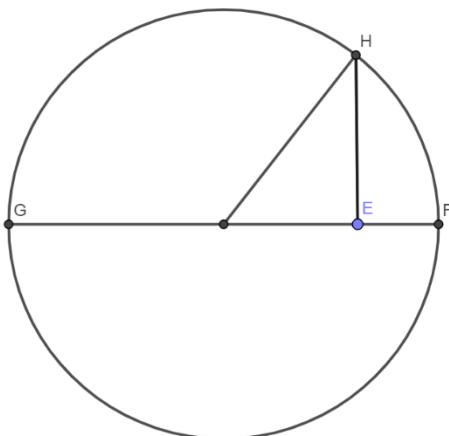
B: $f(x) = x^2 - 7x$

C: $f(x) = x^2 + 3x$

D: $f(x) = -x^2 + 4x$

(0/0/1)

20. I cirkeln är sträckan GF diametern. Sträckan HE är $\frac{5}{2}$ l.e och rätvinklig mot diametern. Sträckan EF är 2 l.e. Bestäm radien för cirkeln.

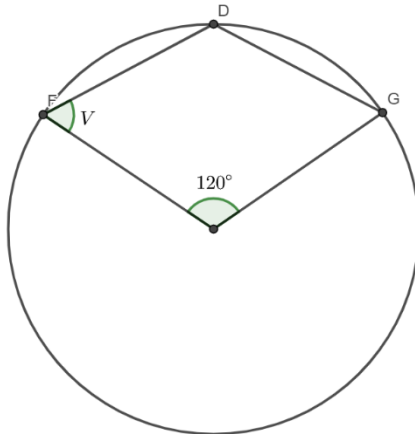


(0/0/3)

21. Undersök algebraiskt hur konstanten b påverkar antalet nollstället för funktionen
- $$f(x) = x^2 + bx + \frac{b}{2}$$

(0/1/2)

22. I figuren vet du att $DF = DG$. Bestäm vinkeln V



(0/1/1)

23. I en generation torskar, som är normalfördelade med medelvärdet μ och standardavvikelsen σ vägde de 2,3 procent tyngsta torskarna minst 3 kg. I nästa generation halverades medelvärdet samtidigt som standardavvikelsen minskade med 30%. De största fiskarna vägde nu minst 2 kg.

Ställ upp ett ekvationssystem som kan användas för att bestämma μ och σ . Du behöver inte lösa ekvationssystemet.

(0/1/1)

24. Förenkla följande uttryck så långt möjligt $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ om funktionen är $f(x) = x^2 + x$

(0/1/1)

25. Joakim löser följande ekvation $2\lg x - \lg 4x + \lg 3 = 0$

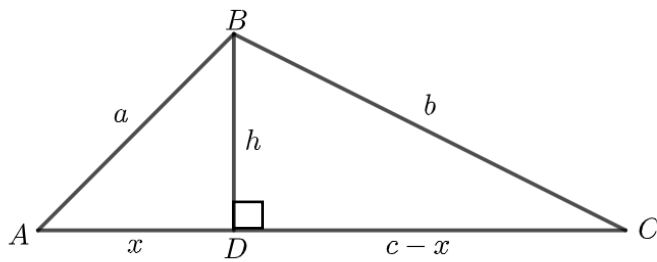
$$\begin{aligned} 2\lg x - \lg 4x + \lg 3 &= 0 \\ \lg x^2 - \lg 4x + \lg 3 &= 0 \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ x &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 3} \\ x &= 2 \pm 1 \\ x_1 &= 3 \quad x_2 = 1 \\ \text{Svar: } x_1 &= 3, x_2 = 1 \end{aligned}$$

a) Joakim testar sina lösningar och inser att ingen av dem stämmer. Var gör Joakim fel i ekvationslösningen? Motivera!

b) Lös ekvationen korrekt

(0/1/2)

26. Låt oss bevisa Pythagoras sats ytterligare en gång. Bilden nedan har ett antal sträckor definierats. Använd likformighet för att bevisa Pythagoras sats. Triangeln ABC är rätvinklig.



(0/0/3)

Lösungsskizzen für Übung extra C/A-Aufgaben

$$1. a) \frac{4x^2 + 8x + 4}{2x + 2} = \frac{(2x+2)^2}{2x+2} = 2x+2$$

$$b) \frac{6x-8}{9x^2-16} - \frac{2}{3x+4} = \frac{2(3x-4)}{(3x-4)(3x+4)} - \frac{2}{(3x+4)} =$$
$$= \frac{2}{(3x+4)} - \frac{2}{(3x+4)} = 0$$

$$c) \frac{19\left(\frac{x}{5}\right)^2}{19x-195} = \frac{219\frac{x}{5}}{19\frac{x}{5}} = 2$$

$$2. \frac{2x}{x+2} \cdot \frac{15}{x-1}$$

$$2x^2 - 2x = 15x + 30$$

$$2x^2 - 17x - 30 = 0$$

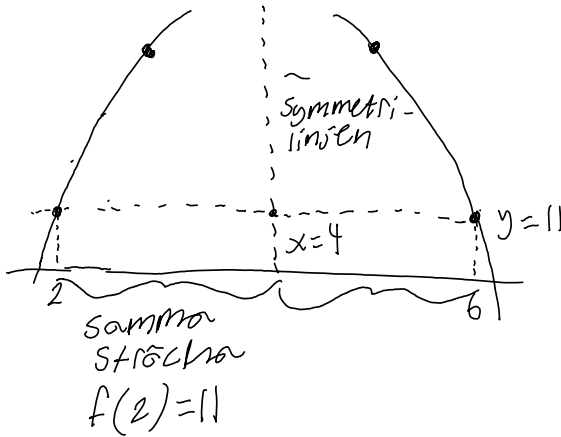
$$x^2 - \frac{17x}{2} - 15 = 0$$

$$x = \frac{17}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{17}{4}\right)^2 + 15}$$

$$= \frac{17}{4} \pm \sqrt{\frac{529}{16}}$$

$$= \frac{17}{4} \pm \frac{\sqrt{529}}{4} \quad \text{Svar: } 10 \text{ } | \text{ } 1$$

3.



4. a) $10^{-19x} = 7$ b) $3^x \cdot 9^x = 10$

$$\frac{1}{10^{19x}} = 7$$

$$\frac{1}{x} = 7$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$(3 \cdot 9)^x = 10$$

$$27^x = 10$$

$$\lg 27^x = \lg 10$$

$$x \cdot \lg 27 = 1$$

$$x = \frac{1}{\lg 27}$$

5.



Pythagoras Satz

$$x^2 + (x+2)^2 = (2x)^2$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 4x^2$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 4x^2$$

$$2x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+2}$$

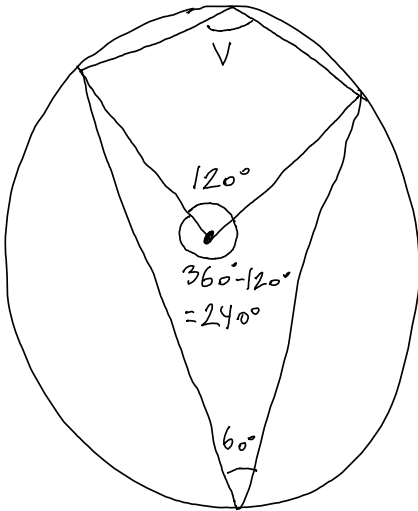
$$= 1 \pm \sqrt{3} \quad \text{oder } 1 + \sqrt{3} \text{ cm}$$

6. a) $x_1 = 0$ $x_2 = 4$

b) $0 < x < 4$

c) $f(g(0))$ $g(0) = 5$ $f(5) = 0$

7.



$$V = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$$

8. Medelværdet: μ standardafvikelsen: $0,2\mu$

$$\mu + 2\sigma = 40 \text{ kg}$$

$$\mu + 2 \cdot 0,2\mu = 40$$

$$1,4\mu = 40$$

$$\mu = 28,57 \text{ cm}$$

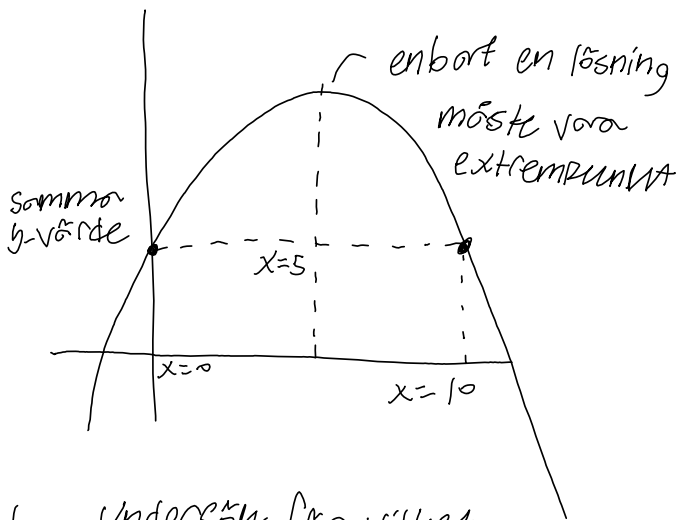
standardafvikelsen: $5,7 \text{ cm}$

9. $10^{\frac{\lg 16}{100}} = 10^{\frac{\lg 16}{2}} = \left(10^{\lg 16}\right)^{\frac{1}{2}} = 16^{\frac{1}{2}} = 4$

$$10. \quad f(0) = f(10)$$

$$f(x) = 6$$

$$\text{Svar: } (5, 6)$$



$$11. \quad f(x) = ax^2 + a^2x + 1$$

$$f(x) = 0$$

undersök för vilket a funktionen enbart har en nollställare

$$ax^2 + a^2x + 1 = 0$$

$$x^2 + ax + \frac{1}{a} = 0$$

$$x = \frac{-a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a}}$$

= 0
för enbart
ett nollställe

$$\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a} = 0$$

$$\frac{a^2}{4} = \frac{2}{a}$$

$$a^3 = 8$$

$$a = 2$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 2$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 2 = 8$$

$$12. \quad \frac{4-x}{2+\sqrt{x}} = \frac{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})}{2+\sqrt{x}} = 2-\sqrt{x}$$

$$13. \quad 4x^4 - 4x^2 + 1 = 0$$

$$(2x^2 - 1)^2 = 0$$

= 0

$$2x^2 - 1 = 0$$

$$2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$14. \frac{9}{\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+3} = 6$$

$$\frac{9}{\sqrt{x+3}} + \frac{x+3}{\sqrt{x+3}} = 6$$

$$\frac{x+12}{\sqrt{x+3}} = 6$$

hvorfor! $x+12 = 6\sqrt{x+3}$

$$x^2 + 24x + 144 = 36(x+3)$$

$$x^2 + 24x + 144 = 36x + 108$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x = 6 \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - 36}$$

$$= 6 \pm \sqrt{0}$$

$x=6$ testa falskrot!

$$\frac{9}{\sqrt{6+3}} + \sqrt{6+3} = 6$$

Stemmer!

Svar: $x=6$

om $y=7$ eller
 $x=2$ och om
 $y=2$ eller $x=7$

Produkten

$$x \cdot y = 14$$

Alltid!

$$15. \frac{(19x)^2 - 19x^4 + 4}{19x-2} = 3$$

$$\frac{(19x)^2 - 419x + 4}{19x-2} = 3$$

$$\frac{(19x-2)^2}{19x-2} = 3$$

$$19x-2 = 3$$

$$19x = 5$$

$$x = 10^5 = 100000$$

$$16. \begin{cases} x+y=9 & \text{se } x \cdot y \\ x^2+y^2=53 \end{cases}$$

$$x+y=9 \quad x=9-y$$

$$x^2+y^2 = (9-y)^2 + y^2 = 53$$

$$81 - 18y + y^2 + y^2 = 53$$

$$2y^2 - 18y + 28 = 0$$

$$y^2 - 9y + 14 = 0$$

$$y = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 - 14} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{56}{4}}$$

$$= \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{9}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$y_1 = \frac{14}{2} = 7 \quad y_2 = \frac{4}{2} = 2$$

17. Ta fram ekvationerna för funktionerna

$$f(x): C=4 \quad \text{sök } a \quad f(4)=8 \quad 4 \cdot a^4 = 8$$

$$a^4 = 2$$

$$a = 2^{\frac{1}{4}}$$

$$g(x): C=1 \quad \text{sök } a$$

$$g(4)=4 \quad a^4 = 4$$

$$a = 4^{\frac{1}{4}}$$

$$g(x) = \left(4^{\frac{1}{4}}\right)^x = 4^{\frac{x}{4}}$$

$$f(x) = g(x)$$

$$4 \cdot 2^{\frac{x}{4}} = 4^{\frac{x}{4}}$$

18. $f(x) = 10 - 2x$, origo: $(0,0)$

$$4 = \frac{4^{\frac{x}{4}}}{2^{\frac{x}{4}}} = \left(\frac{4}{2}\right)^{\frac{x}{4}} = 2^{\frac{x}{4}}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$4 = 2^{\left(\frac{x}{4}\right)} \quad (4 = 2^2)$$

$$\frac{x}{4} = 2 \quad x = 8 \quad \text{Svar: } x = 8$$

$$d = \sqrt{(x-0)^2 + (10-2x-0)^2}$$

$$\quad \quad \quad \underbrace{y=f(x)}$$

$$= \sqrt{x^2 + 100 - 40x + 4x^2}$$

$$= \sqrt{5x^2 - 40x + 100}$$

minimera
uttrycket

$$g(x) = 5x^2 - 40x + 100 \quad \text{sök symmetrilinje!}$$

$$g(x) = 0 \quad 5x^2 - 40x + 100 = 0$$

$$x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$x = \left(\frac{8}{2}\right) \pm \sqrt{\dots}$$

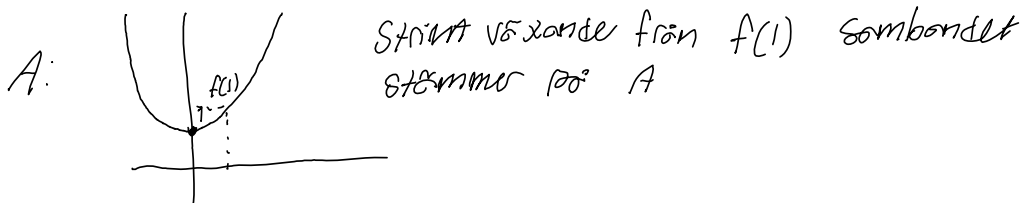
↳ Symmetrilinje

$$g(4) = 5 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4 + 100 = 20$$

$$d = \sqrt{20} \text{ i.e.}$$

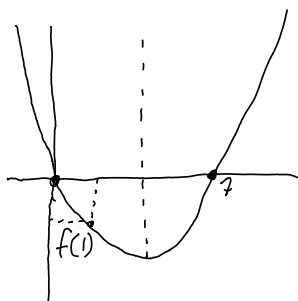
Svar: kortaste avståndet är $\sqrt{20}$ i.e.

9. Vi vill ha en strikt växande funktion från $f(1)$



B: $f(x) = x^2 - 7x$ hitta nollställena $f(x) = 0 \quad x^2 - 7x = 0$

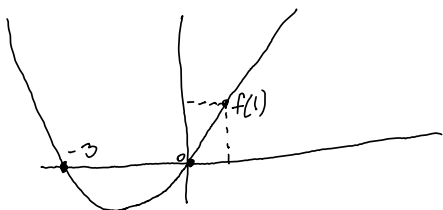
$$x(x-7) = 0 \quad \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 7 \end{matrix}$$



Inte strikt växande från $f(1)$

C: $f(x) = x^2 + 3x$ hitta nollställena $f(x) = 0 \quad x^2 + 3x = 0$

$$x(x+3) = 0 \quad \begin{matrix} x_1 = -3 \\ x_2 = 0 \end{matrix}$$

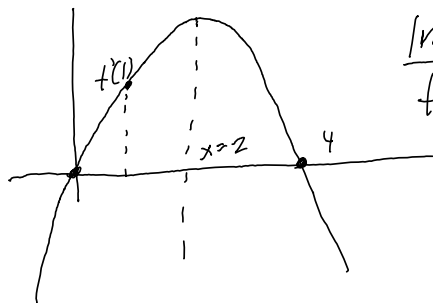


Strikt växande från $f(1)$

D: $f(x) = -x^2 + 4x$ hitta nollställena $f(x) = 0 \quad -x^2 + 4x = 0$

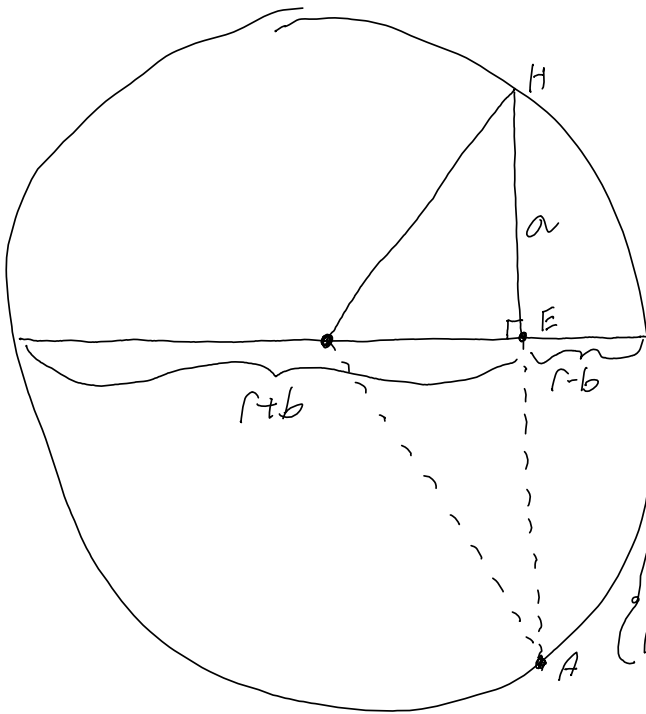
$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0 \quad \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{matrix}$$



Inte strikt växande från $f(1)$

20.



$$HE = AE = \frac{5}{2}$$

$$r-b=2$$

Vieta-satsen

$$(r+b)(r-b) = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$2 \cdot (r+b) = \frac{25}{4}$$

$$r+b = \frac{25}{8}$$

$$\begin{cases} r-b=2 \\ r+b = \frac{25}{8} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Addera} \\ \text{subtrahera} \end{array}$$

$$r-b+r+b = 2 + \frac{25}{8} = \frac{16}{8} + \frac{25}{8}$$

$$= \frac{41}{8}$$

$$2r = \frac{41}{8} \quad r = \frac{41}{16} \text{ l.e.}$$

$$\text{Svar: } r = \frac{41}{16} \text{ l.e.}$$

$$21. f(x) = x^2 + bx + \frac{b}{2}$$

$f(x) = 0$ ger nollställen

$$x^2 + bx + \frac{b}{2} = 0$$

$$x = \frac{-b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b}{2}}$$

Det intressanta

$$\text{om } \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b}{2} = 0 \text{ ett nollställe}$$

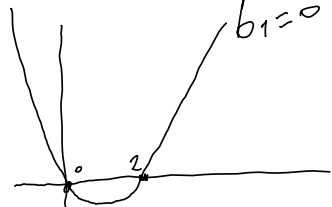
$$\text{om } \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b}{2} > 0 \text{ två nollställen}$$

$$\text{om } \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b}{2} < 0 \text{ inget nollställe}$$

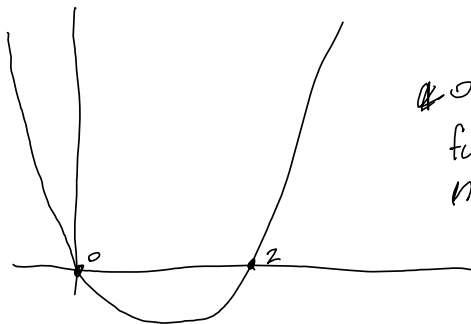
$$\frac{b^2}{4} - \frac{b}{2} = 0$$

$$b^2 - 2b = 0 \quad b(b-2) = 0$$

$$b_1 = 0 \quad b_2 = 2$$



21 fort.

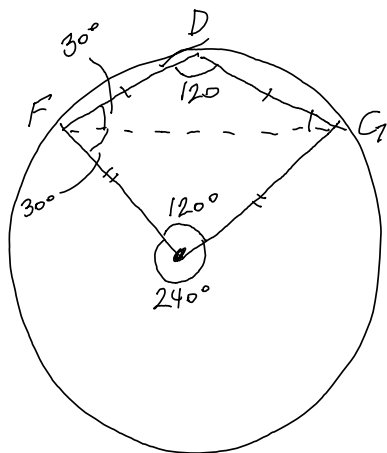


om $b=0$ eller 2 för funktionen enbart ett nollställe

om $0 < b < 2$ så har funktionen nollställen

om $b < 0$ eller $2 < b$ för vi två nollställen.

22.



$$DF = DG$$

$$\text{Svar: } V = 60^\circ$$

$$23. \begin{cases} \mu + 2\sigma = 3 \\ \frac{\mu}{2} + 1.4\sigma = 2 \end{cases}$$

$$24. \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = x^2 + x$$

$$f(x+h) = (x+h)^2 + x+h =$$

$$= x^2 + 2xh + h^2 + x + h$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{x^2 + 2xh + h^2 + x + h - x^2 - x}{h}$$

$$= \frac{2xh + h^2 + h}{h} = \frac{h(2x + h + 1)}{h} = 2x + h + 1$$

25. a) Han tar bort lg från steg 2 till 3 det för man inte!

b) $2\lg x - \lg 4x + 3 = 0$

$$\lg x^2 = \lg 4x + \lg 3 = 0$$

$$\lg \frac{x^2 \cdot 3}{4x} = 0 \quad \text{logaritmr-} \\ \text{regler!}$$

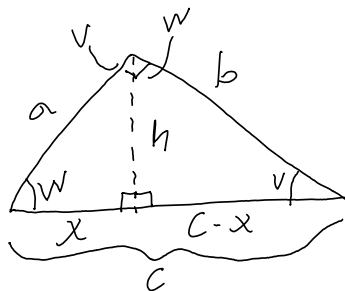
$$\lg \frac{3x}{4} = 0$$

$$\frac{3x}{4} = 10^0 = 1$$

$$\frac{3x}{4} = 1$$

$$x = \frac{4}{3}$$

26.



Alla trianglar är liksformiga

$$\text{liksformighet: } \frac{a}{c} = \frac{x}{a} \quad a^2 = c \cdot x$$

$$\frac{b}{c} = \frac{c-x}{b} \quad b^2 = c(c-x) \\ = c^2 - cx$$

$$a^2 + b^2 = cx + c^2 - cx = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \square$$