Bedömningsstöd

Matematik 5

Elevhäfte

Skolverket

Delprov B	Uppgift 1-13. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 14-20. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ____________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: _____________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Mängderna A och B är definierade genom
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Bestäm mängderna

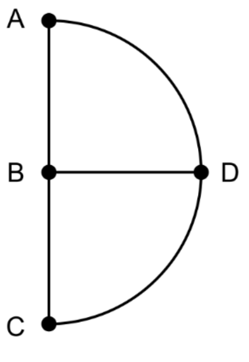
a) $A \cap B$ ______________________ (1/0/0)

b) $B \setminus A$ ______________________ (1/0/0)

2. Beräkna $\sum_{k=2}^{4}(10-k)$ ______________________ (1/0/0)

3. Beräkna $\dfrac{4!-3!}{3!}$ ______________________ (1/0/0)

4. Bestäm en Eulerväg i grafen.



______________________ (1/0/0)

5. I en glasskiosk säljs glass med sju olika smaker. Ett sällskap kommer till glasskiosken. Var och en i sällskapet köper en strut med två kulor där de två kulorna har olika smak. Glassförsäljaren konstaterar att alla beställde olika smakkombinationer och att varje möjlig kombination av två smaker valdes av någon i sällskapet.

Hur stort var sällskapet? ______________________ (1/0/0)

6. Bestäm den största gemensamma delaren till 1350 och 36

________________________ (1/0/0)

7. Då talet p divideras med 7 blir resten 4 och då talet q divideras med 7 blir resten 3. Bestäm resten vid division med 7 för

a) summan $p+q$ ________________________ (1/0/0)

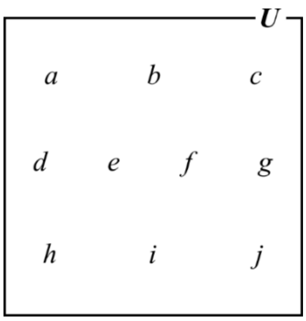
b) produkten $p \cdot q$ ________________________ (0/1/0)

8. Ge en **rekursiv** beskrivning av den geometriska talföljden 2, 20, 200, 2000, ... ________________________ (1/1/0)

9. Figuren visar grundmängden $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ illustrerad i ett Venndiagram.

Delmängden A har komplementet $A^C = \{d, f\}$.
Delmängden B innehåller minst tre element.
Vidare gäller att $A \cap B = \{a, b\}$.

Rita in en möjlig bild av delmängden B. (0/1/0)



10. En vattentank står i en källare där temperaturen är 5 °C. Från början är vattnets temperatur 65 °C. Temperaturen i tanken sjunker med en hastighet som i varje ögonblick är 7 % per timme av skillnaden mellan vattnets temperatur och omgivningens temperatur. Låt $y(t)$ vara temperaturen i °C efter t timmar.

Ställ upp en differentialekvation med begynnelsevillkor för bestämning av $y(t)$.

____ (1/1/0)

11. För en aritmetisk talföljd med elementen a_n, $n = 1, 2, 3, \ldots$ gäller att

$$\sum_{n=1}^{100} a_n = 4000$$

Bestäm $a_1 + a_{100}$ ______________________ (0/0/1)

12. Mängderna A och B är givna av $A = \{n \mid n \text{ är ett primtal}\}$ och $B = \{n \in \mathbf{N} \mid n \equiv 1 \pmod{8}\}$.
Ange två tal i mängden $A \cap B$. ______________________ (0/0/1)

13. Låt grundmängden vara alla positiva heltal och

$A = \{x \mid x \text{ är delbart med } 2\}$
$B = \{x \mid x \text{ är delbart med } 4\}$
$C = \{x \mid x \text{ är delbart med } 6\}$

Av följande sex påståenden är två falska:

A. $A \subset B$
B. $C \subset A$
C. $B \setminus A = \emptyset$
D. $A \cap B = B$
E. $C \setminus B = \emptyset$
F. $B \cap C = \{x \mid x \text{ är delbart med } 12\}$

Ange vilka två av påståendena A – F som är falska. ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

14. På en skola går 800 elever. Skolans idrottsförening har 350 elever som medlemmar och skolans datorförening har 250 elever som medlemmar. Det är 110 elever som är med i både idrottsföreningen och datorföreningen.

Rita ett Venndiagram som illustrerar situationen och beräkna hur många av skolans elever som inte är med i någon av föreningarna. (2/0/0)

15. Jennifer är lärare för en danskurs med nio dansare. Av dessa nio dansare ska hon välja ut en grupp med fyra dansare till en tävling. Janne, som är en av dansarna, undrar på hur många olika sätt gruppen kan se ut och gör följande resonemang:

”*Till gruppen kan den första dansaren väljas på* 9 *sätt, den andra på* 8 *sätt, den tredje på* 7 *sätt och den fjärde på* 6 *sätt. Det kan alltså finnas* $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ *olika varianter av grupper med fyra dansare att skicka till tävlingen.*”

Resonerar Janne rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

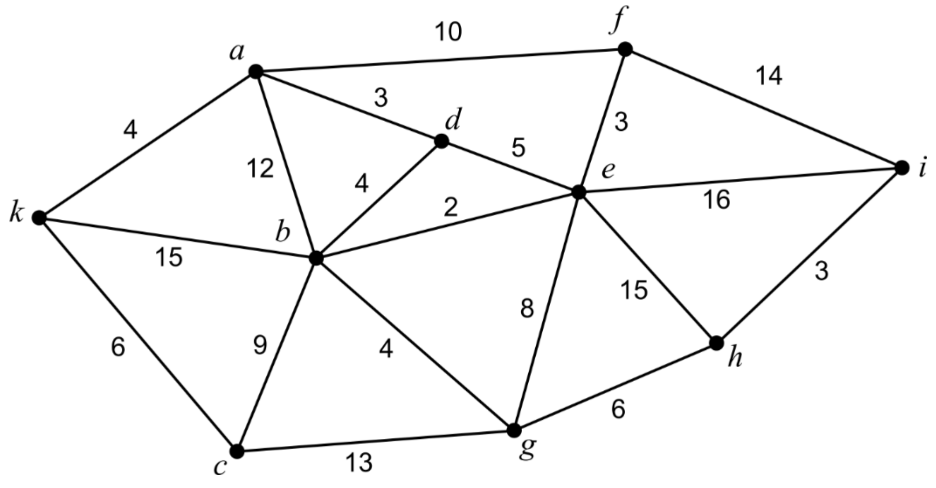
16. Visa att

a) $\binom{12}{1} + \binom{12}{2} + \binom{13}{1} = \binom{14}{2}$ (2/0/0)

b) $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{1} = \binom{n+3}{2}$ för alla heltal $n \geq 2$ (0/1/1)

17. I ett bostadsområde ska ett fibernät byggas ut. Figuren visar vilka kopplingspunkter (*a* till *k*) som är möjliga att sammanbinda och kostnaderna, i 10 000-tals kronor, för att gräva ner fiberkabel mellan dessa. Via fiberkabeln vill man från varje kopplingspunkt kunna nå alla andra kopplingspunkter.

Bestäm den minsta möjliga kostnaden för att bygga ut ett sådant fibernät. (0/3/0)



18. Visa att $43^n - 1$ är delbart med 6 för alla heltal $n > 0$. (0/2/0)

19. För mängderna *A* och *B* gäller att $A \cup B = (A \cap B^C) \cup (A^C \cap B)$.
Visa att $A \cap B = \varnothing$. (0/1/1)

20. Förenkla uttrycket $\binom{n+1}{3} \cdot \dfrac{(n-1)! + (n-2)!}{(n+1)!}$ så långt som möjligt. (0/0/2)

Bedömningsstöd

Matematik 5

Elevhäfte

Skolverket

Delprov D	Uppgift 21-29. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

21. Bestäm antalet koder bestående av 3 olika bokstäver som kan bildas med hjälp av bokstäverna T, O, K, I, G. (1/0/0)

22. Markus har en spellista i sin mobil som innehåller 8 album med hip-hop, 6 album med rock och 5 album med pop. Han tänker välja ut 3 album från sin spellista till en ny spellista som han ska ha med på en bilresa.

På hur många olika sätt kan Markus göra sitt val om

a) det ska vara ett album från varje musikstil? (1/0/0)

b) alla 3 album ska vara från samma musikstil? (1/1/0)

23.

a) Ange den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -0{,}03y$$

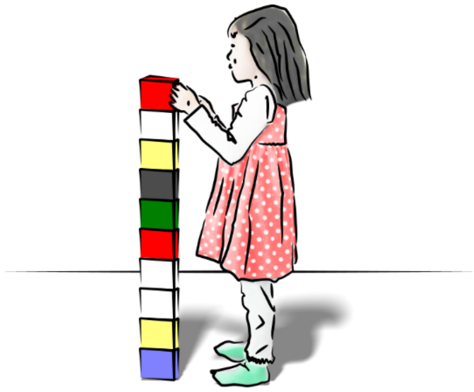
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Beräkna $y(2)$ om $y' + y = x^2$ och $y(0) = 1$ (0/2/0)

24. Summan av det tionde och elfte elementet i en geometrisk talföljd är 314928. Det elfte elementet är 3 gånger så stort som det tionde.

Bestäm det andra elementet i talföljden. (1/2/0)

25. Anna bygger torn med sina färgade klossar. Hon har tio klossar varav tre är vita, två är gula, två är röda, en är grön, en är blå och en är svart. Anna bygger torn med tio klossars höjd.

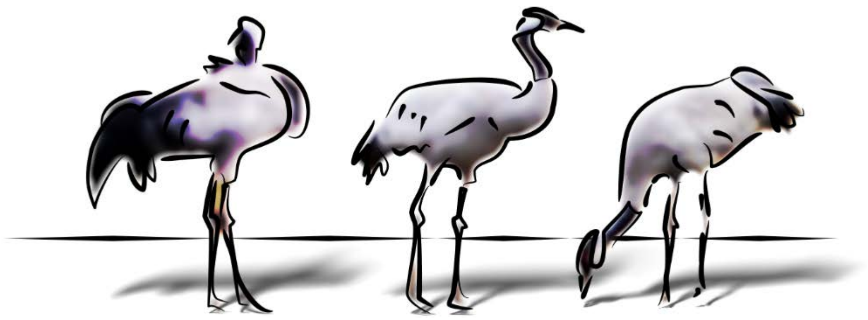


Hur många olika torn, med hänsyn till färgerna, kan Anna bygga? (0/1/1)

26. I en förenklad modell kan antalet tranor, N, i ett tranbestånd beskrivas med differentialekvationen

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 0{,}00029N \cdot (1500 - N),\ \ N(0) = 200$$

där t är antalet år efter 1 januari 2014.



a) Bestäm tranbeståndets tillväxthastighet då antalet tranor är 500. (1/0/0)

b) Under vilket år finns det för första gången fler än 750 tranor i beståndet? (0/2/0)

c) Bestäm hur stort tranbeståndet blir på lång sikt enligt modellen. (0/0/1)

27. En talföljd är definierad på följande sätt:

$a_1 = 2$

$a_n = a_{n-1} + 4n - 3$ för $n \geq 2$

Visa med ett induktionsbevis att $a_n = 2n^2 - n + 1$ för $n \geq 1$ (0/1/3)

28. I binomialutvecklingen av $(ax+by)^n$ finns termen $-15120x^4y^3$.

Bestäm heltalen a, b och n. (0/0/3)

29. I en damm har man konstaterat att 38 % av fiskarna dör varje år. Den 1 maj 2011 fanns det 5200 fiskar i dammen. Varje år därefter tillförs dammen 1900 nya fiskar. Detta sker alltid den 1 maj.

Låt a_n vara antalet fiskar som finns i dammen (direkt efter att nya fiskar har tillförts) n år efter 1 maj 2011.

Bestäm en sluten (explicit) formel för a_n. (0/0/2)

Bedömningsstöd

Matematik 5

Bedömningsanvisningar

Skolverket

Allmänna riktlinjer för bedömning
Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar
Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan symboler, termer, hänvisningar och figurer förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \in, \subset, \cup, \cap, \Sigma, \{, \}, \backslash, \rightarrow, \mid, !, f'(x), f''(x)$, VL, HL
Termer	t.ex. index, induktionsbas, induktionsantagande, induktionssteg, slutsats, VSB, venndiagram, mängd, kongruens, graf, hamiltoncykel, eulerväg, rekursion, differentialekvation, begynnelsevillkor, ekvation, andel, derivata, verifiera, fakultet, kombinationer, permutationer, sannolikhet, gynnsamma utfall, möjliga utfall, union, snitt, differens, komplement
Hänvisningar	t.ex. till binomialsatsen, geometrisk talföljd, aritmetisk talföljd
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell för delprov B, C och D som visar hur antal poäng fördelas på målen på respektive nivå E, C och A.

Mål	Nivå			Totalt
	E	**C**	**A**	
B	7	2	3	12
P	4	4	3	11
PM	9	8	7	24
RK	1	6	4	11
$\sum$	21	20	17	58

Kravgränser
Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Provbetyg

En resultatfil kan hämtas på webbplatsen http://www.edusci.umu.se/np/bs enligt punkt 1-2 på sidan 4 i lärarinformationen och fyllas i av läraren efter genomfört prov.
I resultatfilen genereras elevens provbetyg samt en sammanställning över hur elevens prestationer fördelar sig över de mål och det centrala innehåll som prövas i provet. Denna information kan vara ett stöd och komplement som senare ska ligga till grund för elevens kursbetyg.

Bedömningsanvisningar

Delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($\{2, 4, 6\}$)	+1 E_B
b)	Korrekt svar ($\{8, 10\}$)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (21)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (3)	+1 E_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (t.ex. BDABCD)	+1 E_B
5.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (21)	+1 E_{PL}
6.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (18)	+1 E_B
7.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (0)	+1 E_P
b)	Korrekt svar (5)	+1 C_P
8.		**Max 1/1/0**
	Anger korrekt formel för det rekursiva steget, $a_{n+1} = a_n \cdot 10$	+1 E_B
	med korrekt svar ($a_{n+1} = a_n \cdot 10$, $a_1 = 2$)	+1 C_B

9.		**Max 0/1/0**
	Korrekt markering (elementen *a* och *b* ska markeras samt *d* och/eller *f*)	+1 C_B

10.		**Max 1/1/0**
	Korrekt begynnelsevillkor, $y(0) = 65$	+1 E_M
	Korrekt differentialekvation, $y' = -0{,}07 \cdot (y - 5)$	+1 C_M

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 2. Här kan modelleringspoängen på C-nivå delas ut oavsett om modelleringspoängen på E-nivå har delats ut eller inte.

11.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (80)	+1 A_{PL}

12.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (t.ex. 17 och 41)	+1 A_B

13.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (A och E)	+1 A_B

Delprov C

14. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, åskådliggör situationen med ett Venndiagram och t.ex. bestämmer antalet elever som endast är med i idrottsföreningen +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (310) +1 E_M

15. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Nej, Janne har missat att ordningen inte spelar roll.”) +1 E_R

16. **Max 2/1/1**

a) Godtagbar ansats, utvecklar och förenklar vänster led +1 E_P

med korrekt verifiering +1 E_P

b) Godtagbar ansats, utvecklar något av leden korrekt, t.ex.

$\text{HL} = \dfrac{(n+3)(n+2)}{2}$ +1 C_P

med korrekt verifiering +1 A_P

17. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, bestämmer något uppspännande träd +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (kostnad 350000 kr, kanter: *be*, *ef*, *ad*, *hi*, *bg*, *ka*, *bd*, *gh*, *kc*) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. anger att $43^n \equiv 1^n \pmod 6$ +1 C_R

med i övrigt godtagbart genomfört bevis +1 C_R

19. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar in $(A \cap B^C) \cup (A^C \cap B)$ i ett Venndiagram	+1 C_R
med i övrigt godtagbart genomfört bevis	+1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. faktoriserar täljaren i bråkuttrycket	+1 A_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{n}{6}$)	+1 A_P

Delprov D

21. **Max 1/0/0**

Godtagbar lösning med korrekt svar (60) +1 E_{PL}

22. **Max 2/1/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (240) +1 E_{PL}

b) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antalet om man väljer från en musikstil +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (86) +1 C_{PL}

23. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar ($y = C \cdot e^{-0{,}03x}$) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. beskriver hur svaret kan erhållas direkt med digitalt verktyg eller bestämmer den allmänna lösningen till differentialekvationen med digitalt verktyg, $y = C \cdot e^{-x} + x^2 - 2x + 2$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($y(2) \approx 1{,}86$) +1 C_P

24. **Max 1/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer den tionde termen +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antal torn utan hänsyn tagen till att det finns flera klossar som har samma färg, 10! +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (151200) +1 A_{PL}

26.		**Max 1/2/1**
a)	Godtagbar lösning med korrekt svar (145 tranor/år)	+1 E_M
b)	Godtagbar ansats, löser differentialekvationen korrekt, $N(t) = \dfrac{1500 \cdot 1{,}54^t}{1{,}54^t + 6{,}5}$, eller påbörjar lösning med en numerisk metod, t.ex. Eulers stegmetod	+1 C_M
	med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (under 2018)	+1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

c)	Godtagbart svar (1500 tranor) med godtagbar motivering.	+1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

27.		**Max 0/1/3**
	Visar att likheten gäller $n = 1$ för samt formulerar induktionsantagandet korrekt	+1 C_R
	Påbörjar behandling av induktionssteget där induktionsantagandet används korrekt	+1 A_R
	med i övrigt godtagbart genomfört bevis	+1 A_R
	Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3	+1 A_K

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 2. Här kan första resonemangspoängen på A-nivå delas ut oavsett om resonemangspoängen på C-nivå har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

28. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att den sökta termen kan skrivas som
$\binom{7}{3}\cdot(ax)^4\cdot(by)^3$ +1 A_B

med godtagbar fortsättning, t.ex. inser att a^4b^3 har faktorerna
$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($n=7$, $a=\pm2$, $b=-3$) +1 A_{PL}

29. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för a_n för några på varandra följande värden på *n* samt identifierar $5200\cdot0{,}62^n$ eller inser att svaret innehåller en geometrisk summa +1 A_M

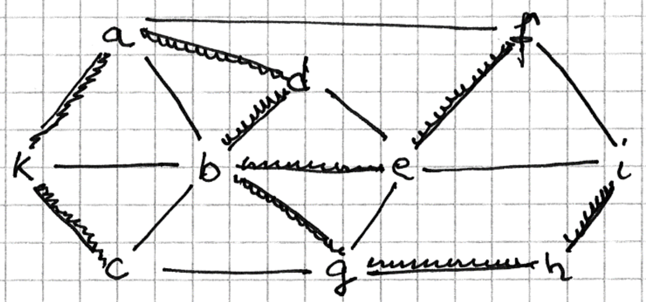
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar
($a_n=5200\cdot0{,}62^n+1900\cdot\frac{1-0{,}62^n}{1-0{,}62}$) +1 A_M

Bedömda elevlösningar

Uppgift 17

Elevlösning 17.1 (2 C_{PL})

17.



bc, ef, bg, bd, ad, ak, kc, gh, hi

$\underbrace{2 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \quad 6 \quad 3}_{35}$

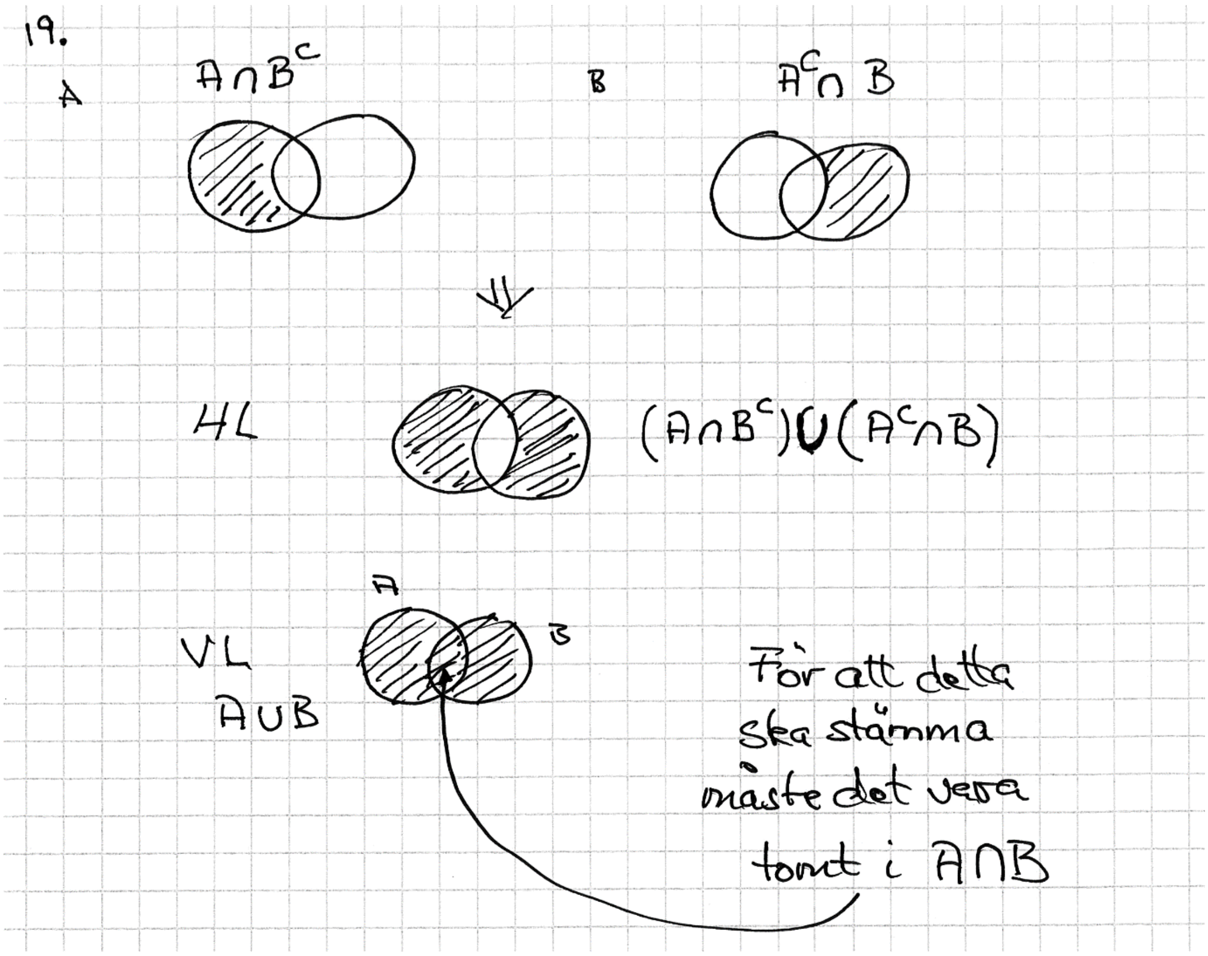
Jag valde minsta vägen och fortsatte med korta vägar till jag fick ett nät.

Svar: 350 000 kr

Kommentar: Elevlösningen innehåller ett korrekt uppspännande träd och bestämningen av kostnaden är korrekt. När det gäller kommunikation är lösningen inte lätt att följa, t.ex. är valet av ”vägen” (kanterna) inte tillräckligt tydligt beskriven. Därmed ges lösningen ingen kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 19.1 (1 C_R och 1 A_R)



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. I lösningen visas att $A \cap B = \varnothing$. Lösningen ges därmed samtliga möjliga poäng.

Uppgift 24

Elevlösning 24.1 (1 E$_{PL}$ och 1 C$_{PL}$)

24.

$$\frac{314928}{4} = 78732$$

Detta är tionde elementet, då summan av 10:e och 11:e skall bli 314928, och det elfte är då 236196

Eftersom 11:e elementet är 3ggr så stort som 10:e i en geometrisk talföljd vet vi att vi håller på med trepotenser, 3^{10} är 59049 så talföljden går

$$\frac{78732}{59049} \cdot 3^n$$, sätt in $n=2$

Svaret blir 12

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och svaret är korrekt. När det gäller kommunikation saknas motiveringar till varför summan ska divideras med fyra i inledningen av lösningen och hur formeln mot slutet av lösningen kommit till. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte uppfylls.

Uppgift 26b

Elevlösning 26b.1 (0 poäng)

26b.

$$N(t) = \frac{1500 \cdot e^{0,435t}}{6,5 + e^{0,435t}}$$

Grafräknare visar att $N(4,3) = 750$

Svar: Under fjärde året

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet, men i lösningen saknas redovisning till hur bestämningen av differentialekvationen gjorts och dessutom är svaret inkorrekt. Sammantaget ges lösningen 0 poäng.

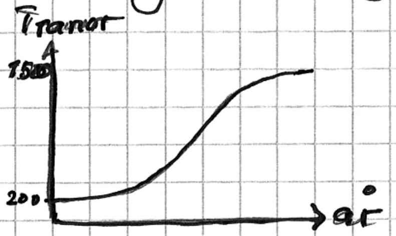
Elevlösning 26b.2 (2 C_M)

26b.

slog in differentialekvationen i räknaren

fick det entydiga svaret $y = \dfrac{1500 \cdot e^{0,435x}}{6,5 + e^{0,435x}}$

vilket ger grafen



där 750 tranor kan utläsas

vid $\approx 4,33$

dvs: ungefär i april år 2018 är tranbeståndet för första gången över 750st.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Eftersom differentialekvationen inklusive villkor är given och klar kan man i lösningen tillåta enbart kommentaren om vilket verktyg som används. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 26c

Elevlösning 26c.1 (0 poäng)

26c.

Tranbeståndet kan enligt modellen
inte överstiga 1500
Svar 1500

Kommentar: Elevlösningen har ett korrekt svar, men det saknas förklaringar till hur slutsatsen tillkommit. Därmed ges lösningen 0 poäng.

Elevlösning 26c.2 (1 A_M)

26c.

$N = 1500$ ger $\frac{dN}{dt} = 0$
På lång sikt kommer tranbeståndet
stanna vid 1500 enligt modellen då
N är strikt stigande innan dess.

Kommentar: Elevlösningen är knapphändig men behandlar uppgiften i sin helhet. Kopplingen mellan att derivatan är noll och att tranbeståndet stannar vid 1500 är något otydlig men lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

Uppgift 27

Elevlösning 27.2 (2 AR och 1 AK)

27.

$a_1 = 2$

Påstående:

$a_n = a_{n-1} + 4n - 3 = 2n^2 - n + 1$ för $n \geq 2$

(1) testar för $n = 2$ (det minsta tillåtna värdet)

$a_{n-1} + 4n - 3 = 2 + 4 \cdot 2 - 3 = 7$

$a_2 = 2 \cdot 2^2 - 2 + 1 = 2^3 - 1 = 7$

påståendet gäller för $n = 2$

(2) jag ansätter att påståendet gäller för $n = k$ (när $k \geq 2$)

$a_k = a_{k-1} + 4k - 3 = 2k^2 - k + 1$

(3) jag testar för $n = k + 1 \Rightarrow$

$a_{k+1} = a_{(k-1+1)} + 4(k+1) - 3 = a_k + 4k + 4 - 3 =$

$= (2k^2 - k + 1) + 4k + 1 = 2k^2 + 3k + 2$

$2(k+1)^2 - (k+1) + 1 = 2(k+1)^2 - k =$

$= 2(k^2 + 2k + 1) - k = 2k^2 + 4k + 2 - k =$

$2k^2 + 3k + 2$

Det blir samma, vsb ekvationerna gäller för alla $n \geq 2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet men beviset genomförs för $n \geq 2$ och därmed ges inte resonemangspoängen på C-nivå. I övrigt är beviset korrekt och ges därför de två resonemangspoängen på A-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå trots att trots att ordet ”testar” används istället för ordet ”visar”, att hänvisning till induktionsantagandet saknas och att det är otydligt vad ”det blir samma” syftar på. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på A-nivå och nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 5

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.
Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.
Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.
Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.
Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.
Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra enkla matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.
Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda**.**
Betyget A
Eleven kan **definiera och utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.
Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.
Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 5

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Samband och förändring

F22 Strategier för att ställa upp och tolka differentialekvationer som modeller för verkliga situationer.

F23 Användning och lösning av differentialekvationer med digitala verktyg inom olika områden som är relevanta för karaktärsämnena.

Diskret matematik

D1 Begreppet mängd, operationer på mängder, mängdlärans notationer och venndiagram.

D2 Begreppet kongruens hos hela tal och kongruensräkning.

D3 Begreppen permutation och kombination.

D4 Metoder för beräkning av antalet kombinationer och permutationer samt motivering av metodernas giltighet.

D5 Begreppet graf, olika typer av grafer och dess egenskaper samt några kända grafteoretiska problem.

D6 Begreppen rekursion och talföljd.

D7 Induktionsbevis med konkreta exempel från till exempel talteoriområdet.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.

P5 Omfångsrika problemsituationer inom karaktärsämnena som även fördjupar kunskaper om integraler och derivata. Matematikens möjligheter och begränsningar som verktyg i dessa situationer.

P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.