Delprov B	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 20 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 46 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

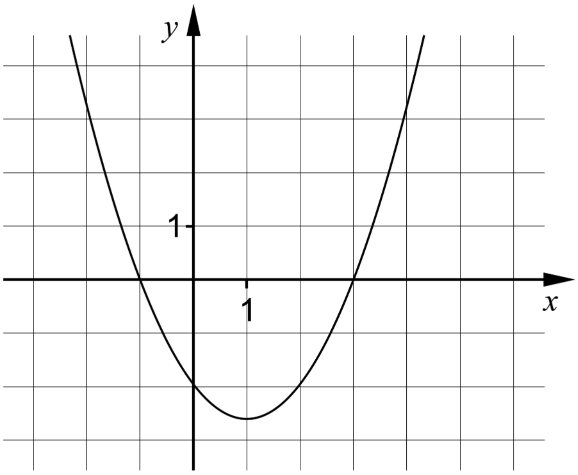
Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Figuren visar grafen till en andragradsfunktion.



a) Ange funktionens nollställen. ______________________ (1/0/0)

b) Ange ekvationen för grafens symmetrilinje. ______________________ (1/0/0)

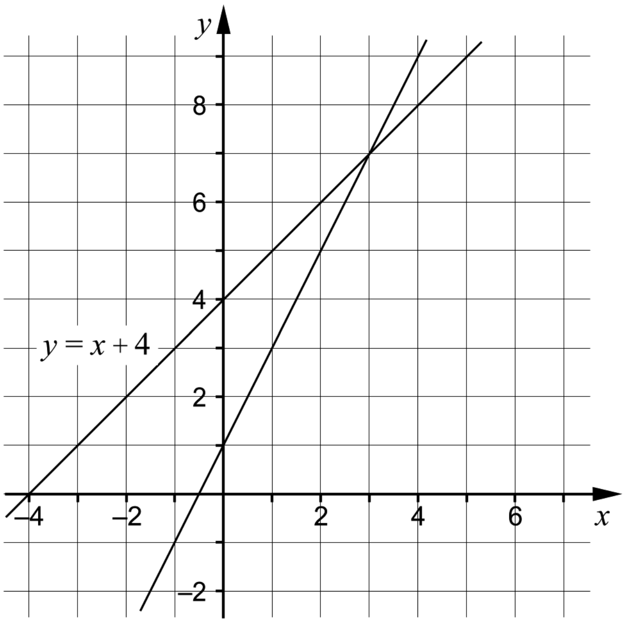
2. På sin hemsida har Clownen Cocos skrivit hur mycket det kostar att hyra henne för ett barnkalas. Hon tar 200 kr i avgift för sina förberedelser och sedan 10 kr per minut under uppträdandet.

Låt y vara den totala kostnaden i kronor och x tiden i minuter.

Ställ upp en funktion på formen $y = kx + m$ som beskriver hur den totala kostnaden beror av hur länge Cocos uppträder.

______________________ (1/0/0)

3. Ett linjärt ekvationssystem består av två ekvationer. I koordinatsystemet är linjerna till ekvationerna ritade. Den ena linjen har ekvationen $y = x + 4$



a) Ange ekvationen för den andra linjen i koordinatsystemet.

______________________ (1/0/0)

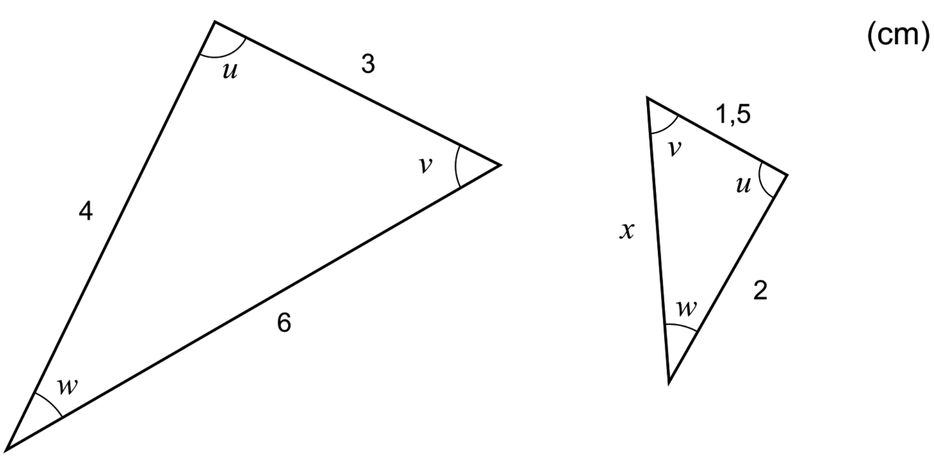
b) Ange ekvationssystemets lösning. ______________________ (1/0/0)

De två linjerna i ekvationssystemet skär varandra i en punkt.

c) Ange ekvationen för ytterligare en linje som går genom den punkten.

______________________ (1/0/0)

4. Nedan visas två trianglar där motsvarande vinklar är lika stora.



Bestäm *x*. ______________________ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna.

a) $x^{\frac{1}{4}} = 2$ ______________________ (1/0/0)

b) $\sqrt{2x} = \lg 10^{2x}$ ______________________ (0/1/0)

6. Vilka två av alternativen A-E är lika med 2?

A. $\lg 49 + \lg 51$

B. $\dfrac{\lg 200}{2}$

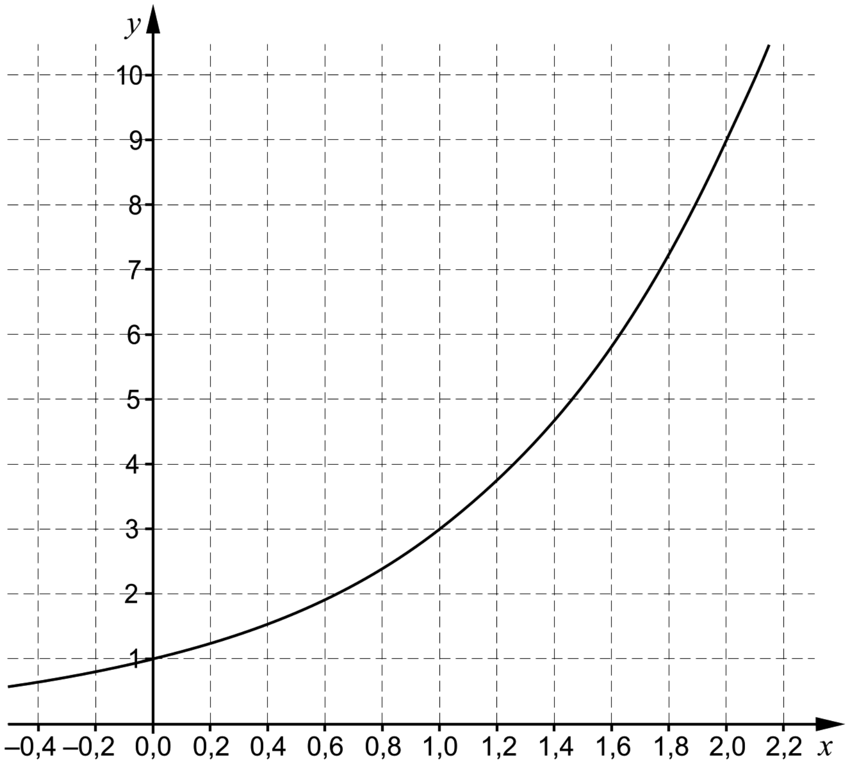
C. $\lg 500 - \lg 5$

D. $4^{\lg 0,5}$

E. $(\lg 10\,000)^{0,5}$ ______________________ (0/1/0)

7. Bestäm $\lg x$ om $10^{-x} = 0,1$ ______________________ (0/1/0)

8. Med hjälp av ett ritprogram ritar Kalle upp grafen till en exponentialfunktion f där $y = f(x)$.



a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = 2$ ________________________ (0/1/0)

b) Ange funktionsuttrycket för den funktion som Kalle ritat.

________________________ (0/1/0)

9. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2 - 10x$ ________________________ (1/0/0)

b) $(x+1+\sqrt{2x+1})(x+1-\sqrt{2x+1})$ ________________________ (0/0/1)

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ ________________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. En rät linje går genom punkterna $(-8, 5)$ och $(12, 15)$.
Bestäm linjens ekvation på formen $y = kx + m$. (2/0/0)

11. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

a) $x^2 + 4x - 12 = 0$ (2/0/0)

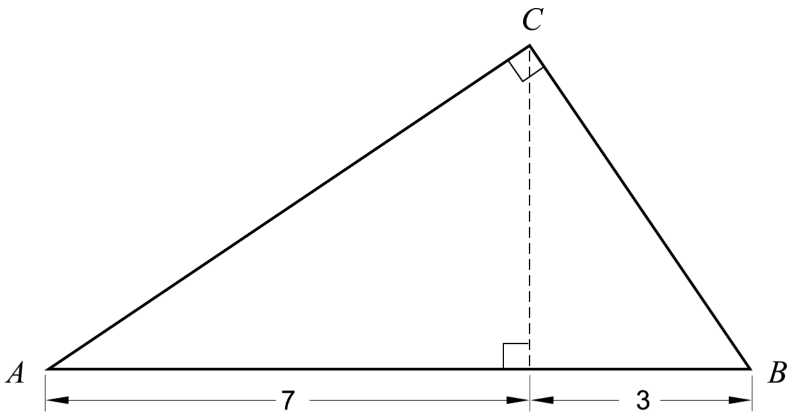
b) $(x-4)^2 = 2(x-4)$ (0/2/0)

12. Ove beräknar uttrycket $123456789 \cdot 123456789 - 123456788 \cdot 123456790$ med sin miniräknare. Räknaren ger resultatet 0.

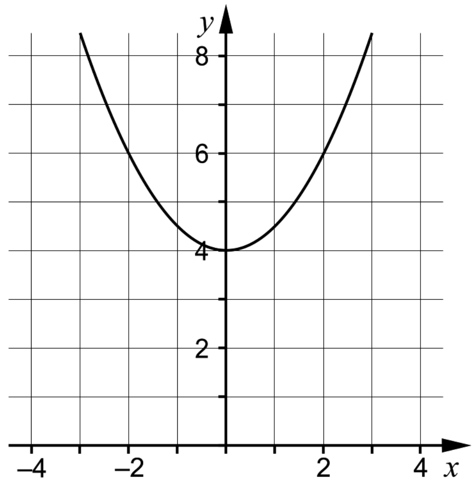
Ove misstänker att räknaren ger fel svar. Visa genom att använda algebra att räknaren ger fel svar. (0/2/0)

13. Om $\lg(2a) = 6$ så blir värdet av $\lg(2000a)$ ett heltal.
Bestäm detta heltal. (0/2/0)

14. Beräkna arean av den rätvinkliga triangeln ABC. Svara exakt. (0/0/3)

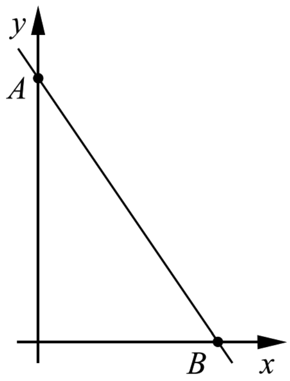


15. Figuren visar grafen till en andragradsfunktion f där $y = f(x)$. Grafen är symmetrisk kring y-axeln.



Bestäm de två komplexa rötterna till ekvationen $f(x) = 0$ (0/0/2)

16. Linjen $y = 4 - 2x$ skär koordinataxlarna i punkterna A och B.



Visa att radien för den cirkel som går genom punkterna A, B och origo är $\sqrt{5}$ längdenheter. (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 17-27. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 20 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 46 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. I ett hus finns det 40 lägenheter med totalt 90 rum. Lägenheterna har antingen 2 rum eller 3 rum. För att beräkna hur många lägenheter det finns med 2 rum respektive 3 rum, kan ett ekvationssystem ställas upp:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

Lös ekvationssystemet och ange hur många lägenheter som har 2 rum respektive 3 rum. (2/0/0)

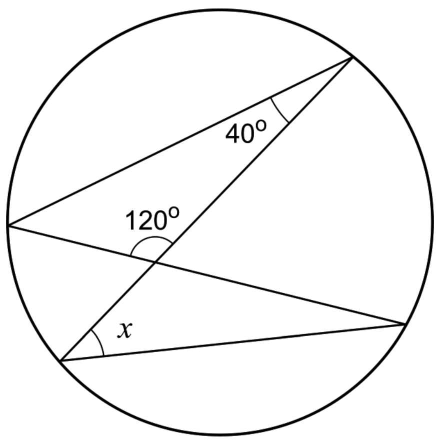
18. I en klubb för amerikansk fotboll är spelarnas längd normalfördelad med medellängden 187 cm och standardavvikelsen 5 cm. Klubben har 112 spelare totalt.

Bestäm antalet spelare som förväntas vara längre än 182 cm. (2/0/0)

19. Grafen till en andragradsfunktion går genom punkten $P(0,\ 4)$ och har antingen maximipunkt eller minimipunkt i punkten $Q(2,\ -1)$.

Avgör om punkten Q är maximipunkt eller minimipunkt. Motivera ditt svar. (1/0/0)

20. Visa att vinkeln x är $20°$.



(1/0/0)

21. En rektangels längd är 10 cm längre än dess bredd. Bestäm hur långa sidorna i rektangeln är om dess area är $80\ \text{cm}^2$. (2/1/0)

22. Stina, Lisa och Valeria undersöker hur kaffe svalnar i ett rum där temperaturen är $20\ °\text{C}$. De häller upp kaffe som har temperaturen $95\ °\text{C}$. Efter fem minuter är kaffets temperatur $73\ °\text{C}$.

De ställer upp var sin modell för hur kaffet svalnar, där y är kaffets temperatur i $°\text{C}$ och x är antalet minuter efter att kaffet har hällts upp.

Stina: $y = -4{,}4x + 95$

Lisa: $y = 95 \cdot 0{,}949^x$

Valeria: $y = 75 \cdot 0{,}933^x + 20$

Av de tre modellerna är det Valerias modell som stämmer bäst överens med verkligheten.

a) Kaffe anses vara godast om det har temperaturen $65\ °\text{C}$. Beräkna med hjälp av Valerias modell den tid det tar för kaffet att bli $65\ °\text{C}$. (0/1/0)

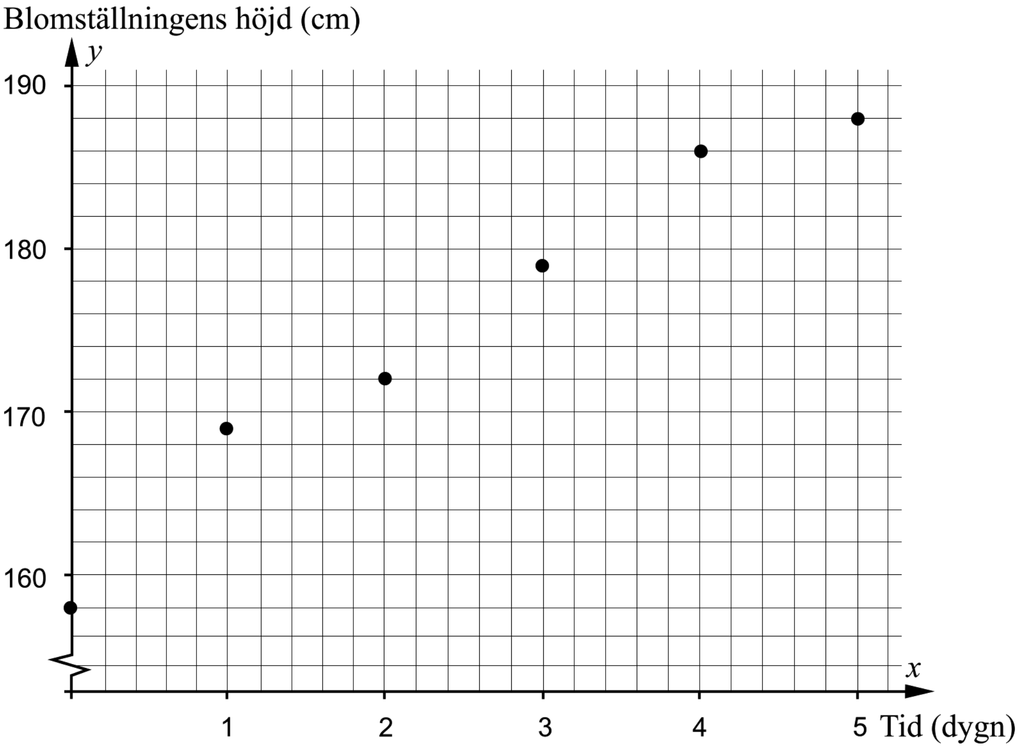
b) Varken Stinas eller Lisas modell stämmer överens med verkligheten över tid. Förklara varför. (0/1/0)

23. Jätteknölkallan, *Amorphophallus titanum*, är en köttätande blomväxt med en av världens största blomställningar som kan bli upp till tre meter hög. Jätteknölkallan växer vilt på västra delen av Sumatra i Indonesien.

Ett exemplar av växten finns i Bergianska trädgården i Stockholm där den blommade i juli 2013. Blomställningens höjd mättes på morgonen varje dag under sex dygn. Resultatet visas i tabellen och i diagrammet nedan där y är blomställningens höjd i cm och x är antalet dygn efter den 2 juli 2013.

Tid x dygn	Blomställningens höjd y cm
0	158
1	169
2	172
3	179
4	186
5	188

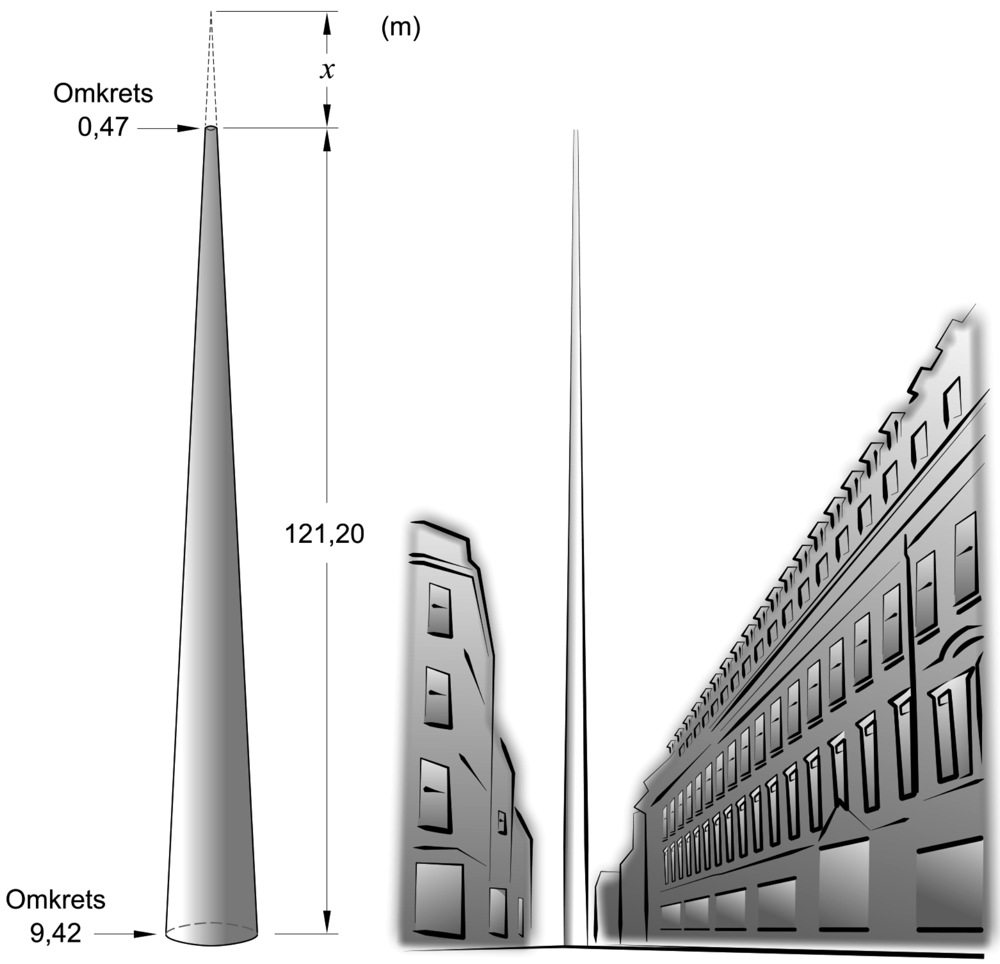
Foto: Gunvor Larsson



Anta att sambandet mellan blomställningens höjd och tiden är linjärt.

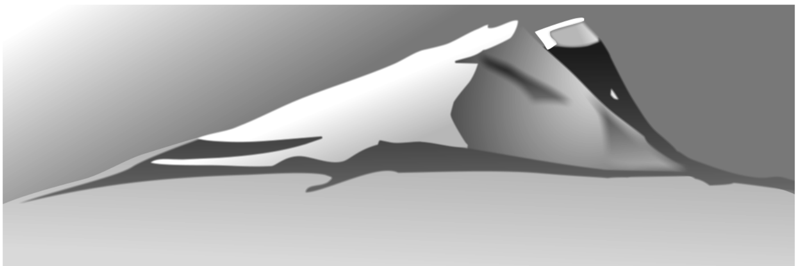
Hur hög skulle blomställningen ha varit på morgonen den 9 juli 2013 om den fortsatte att växa i samma takt enligt det linjära sambandet? (0/3/0)

24. Monument of Light är ett konstverk i Dublin. Konstverket är tillverkat i rostfritt stål och har formen av en kon där toppen är borta. Konstverkets omkrets är 9,42 m vid marken och smalnar av till omkretsen 0,47 m högst upp, se figur.



Bestäm, genom att beräkna x i figuren, hur mycket högre konstverket skulle vara om det hade haft en konformad topp. (0/3/0)

25. Allt levande material innehåller kol-14. När växter och djur dör tillförs inget nytt kol och mängden kol-14 minskar. Hösten 2006 hittades en gammal sko av djurskinn i glaciären i Jotunheimen i Norge.



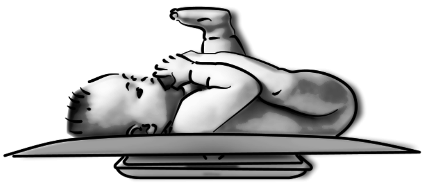
Med hjälp av kol-14-metoden kan åldern på skon bestämmas.
Efter 5730 år har mängden kol-14 minskat till hälften av den ursprungliga mängden kol-14 enligt modellen

$y = C \cdot 2^{-kx}$

där y är den mängd kol-14 som finns kvar och x är antal år efter att mängden kol-14 började minska. I modellen är C och k konstanter.

Bestäm vilken ålder djurskinnet i skon hade år 2006 om mängden kol-14 var 65,5 % av den ursprungliga mängden kol-14. (0/0/3)

26. Födelsevikten hos flickor som föds i Sverige efter 40 veckors graviditet kan anses vara normalfördelad med medelvärdet 3400 gram och standardavvikelsen 400 gram.



a) Vilka två av påståendena A-E är korrekta för dessa flickor?

A. Sammanlagt väger ungefär 4,6 % av flickorna antingen över 4200 gram eller under 2600 gram.

B. Ingen av flickorna väger mer än 4600 gram.

C. Ungefär 9,1 % av flickorna väger mer än 4000 gram.

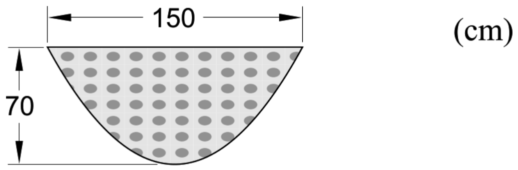
D. Antalet flickor som väger mer än 3600 gram är ungefär lika stort som antalet flickor som väger mindre än 3200 gram.

E. Ett stickprov på 50 flickors födelsevikt kommer alltid att vara normalfördelat.

Endast svar krävs (0/0/1)

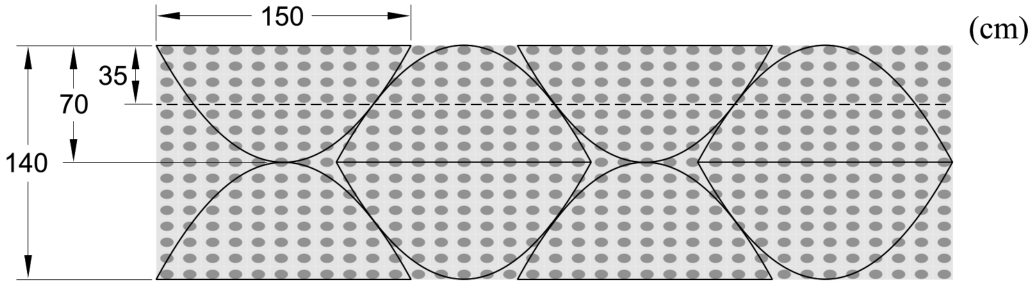
b) Välj ett av de felaktiga alternativen. Motivera varför det alternativet är fel. (0/0/1)

27. Ismael ska sy nya gardiner till fritidsgårdens åtta fönster. Ismael vill klippa till tygstycken som ska ha nederkanten med formen av en andragradsfunktion. Varje tygstyckes största bredd ska vara 150 cm och högsta höjd 70 cm, se figur 1.



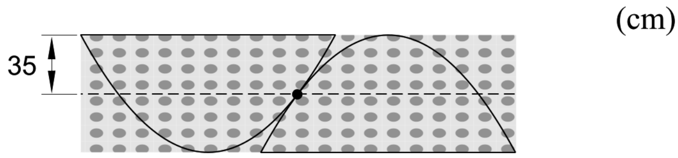
Figur 1

Ismael har hittat ett tyg som är 140 cm brett. Han vill köpa så lite tyg som möjligt och tänker klippa ut de åtta tygstyckena enligt figur 2 nedan.



Figur 2

Två närliggande tygstycken nuddar varandra i en punkt som ligger 35 cm från tygets övre kant, se figur 3.



Figur 3

Beräkna hur många meter tyg Ismael behöver köpa. (0/0/4)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=,\ \neq,\ <, >, \leq, \geq,\ \approx,\ \pm,\ \sqrt{\ },\ \sqrt[n]{\ },\ f(x),\ x,\ y,\ \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\ ), \%,\ \{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 10_1 och 10_2 den första respektive andra poängen i uppgift 10.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a	1											
	1b	1											
	2			1									
	3a		1										
	3b	1											
	3c			1									
	4	1											
	5a		1										
	5b						1						
	6					1							
	7					1							
	8a					1							
	8b						1						
	9a		1										
	9b										1		
	9c										1		
C	10_1		1										
	10_2		1										
	11a_1		1										
	11a_2		1										
	11b_1						1						
	11b_2						1						
	12_1								1				
	12_2								1				
	13_1							1					
	13_2							1					
	14_1											1	
	14_2											1	
	14_3												1
	15_1											1	
	15_2											1	
	16_1												1
	16_2												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	17_1			1									
	17_2			1									
	18_1	1											
	18_2			1									
	19				1								
	20				1								
	21_1			1									
	21_2			1									
	21_3								1				
	22a						1						
	22b							1					
	23_1							1					
	23_2							1					
	23_3							1					
	24_1							1					
	24_2							1					
	24_3								1				
	25_1											1	
	25_2											1	
	25_3												1
	26a									1			
	26b									1			
	27_1											1	
	27_2											1	
	27_3											1	
	27_4												1
	Total	**5**	**7**	**7**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**2**	**9**	**5**
Σ	**59**	**21**				**20**				**18**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c: Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem-lösning		
		E	C	A	T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4
B	1a	1	0	0								X							
	1b	1	0	0									X						
	2	1	0	0							X								
	3a	1	0	0			X				X	X							
	3b	1	0	0	X		X				X								
	3c	1	0	0							X						X		
	4	1	0	0						X									
	5a	1	0	0	X														
	5b	0	1	0	X	X													
	6	0	1	0		X													
	7	0	1	0		X													
	8a	0	1	0								X							
	8b	0	1	0								X							
	9a	1	0	0					X										
	9b	0	0	1					X										
	9c	0	0	1					X										
C	10	2	0	0							X								
	11a	2	0	0	X														
	11b	0	2	0	X				X										
	12	0	2	0					X										
	13	0	2	0		X											X		
	14	0	0	3	X					X							X		
	15	0	0	2				X				X					X		
	16	0	0	2					X	X	X								
D	17	2	0	0	X														
	18	2	0	0												X	X	X	
	19	1	0	0								X	X						
	20	1	0	0						X									
	21	2	1	0	X												X		
	22a	0	1	0	X	X													
	22b	0	1	0													X	X	
	23	0	3	0										X			X	X	
	24	0	3	0						X							X		
	25	0	0	3	X	X											X	X	
	26a	0	0	1												X			
	26b	0	0	1												X			
	27	0	0	4	X						X	X	X				X	X	
Total		21	20	18															

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 20 C- och 18 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 46 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:___________________________ Klass:_______________ Provbetyg: ____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a												
	1b												
	2												
	3a												
	3b												
	3c												
	4												
	5a												
	5b												
	6												
	7												
	8a												
	8b												
	9a												
	9b												
	9c												
C	10_1												
	10_2												
	11a_1												
	11a_2												
	11b_1												
	11b_2												
	12_1												
	12_2												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	14_3												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	19												
	20												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22a												
	22b												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	26a												
	26b												
	27_1												
	27_2												
	27_3												
	27_4												
	Total												
Σ													

	Total	**5**	**7**	**7**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**2**	**9**	**5**
Σ	**59**	**21**				**20**				**18**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ($x_1 = -1$ och $x_2 = 3$) +1 E_B

Kommentar: Svar som innehåller både *x*- och *y*-koordinater, t.ex. $(-1, 0)$ och $(3, 0)$, ges noll poäng.

b) Godtagbart svar ($x = 1$) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($y = 10x + 200$) +1 E_M

3. **Max 3/0/0**

a) Godtagbart svar ($y = 2x + 1$) +1 E_P

b) Godtagbart svar ($x = 3$ och $y = 7$) +1 E_B

c) Godtagbart svar (t.ex. $y = 3x - 2$) +1 E_{PL}

4. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (3) +1 E_B

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ($x = 16$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = 0{,}5$) +1 C_P

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ C: $\lg 500 - \lg 5$ och E: $(\lg 10\,000)^{0{,}5}$) +1 C_B

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (0) +1 C_B

8. **Max 0/2/0**

a) Godtagbart svar (0,63) +1 C_B

Kommentar: Ett svar i intervallet $0{,}6 \le a \le 0{,}7$ anses godtagbart.

b) Godtagbart svar ($y = 3^x$) +1 C_P

Kommentar: Även svaret 3^x anses godtagbart.

9. **Max 1/0/2**

a) Korrekt svar ($x^2 + 25$) +1 E_P

b) Korrekt svar (x^2) +1 A_P

c) Korrekt svar (t.ex. 3^{-n}) +1 A_P

Delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens lutning korrekt, $k = 0{,}5$ +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 0{,}5x + 9$) +1 E_P

11. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -6$, $x_2 = 2$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 10x + 24 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 4$, $x_2 = 6$) +1 C_P

12. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett godtagbart välgrundat resonemang genom att teckna ett korrekt algebraiskt uttryck t.ex. $x^2 - (x-1)(x+1)$ +1 C_R

med fortsatt godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekt slutsats +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer värdet på a, $a = 500\,000$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (9) +1 C_{PL}

14. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer exakt värde för höjden mot sidan AB eller bestämmer exakt värde för någon av sidorna AC eller BC +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($5\sqrt{21}$ a.e.) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Andra problemlösningspoängen delas ut även om enhet saknas.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. identifierar funktionen, $f(x) = 0{,}5x^2 + 4$ +1 A_{PL}

med godtagbar motivering till funktionsuttrycket och med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -\sqrt{8}\,i$, $x_2 = \sqrt{8}\,i$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen att avståndet mellan mittpunkten på sträckan *AB* och origo är $\sqrt{5}$ l.e. +1 A_R

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att sträckan *AB* är cirkelns diameter +1 A_R

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Här kan den andra resonemangspoängen delas ut oavsett om den första resonemangspoängen har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt minst en av variablerna *x* eller *y* +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (30 lägenheter med 2 rum och 10 lägenheter med 3 rum) +1 E_M

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt procentsats för andel spelare som är längre än 182 cm, 84,1 % +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (94 spelare) +1 E_{PL}

19. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till slutsatsen att *Q* är en minimipunkt +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som leder till att *x* är $20°$ +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $x(x+10)=80$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,2 cm och 15,2 cm) +1 E_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/2/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (7,37 minuter) +1 C_P

b) Godtagbar förklaring (t.ex. ”Ingen av modellerna tar hänsyn till rummets temperatur.”) +1 C_M

23. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $5{,}0 \le k \le 7{,}0$ +1 C_M

med godtagbar bestämning av sambandet utifrån den godtagbart anpassade linjen, t.ex. $y = 5{,}94x + 160$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sambandet (t.ex. 202 cm) +1 C_M

Kommentar: Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett godtagbart samband utifrån likformighet, t.ex. $\dfrac{0{,}47}{9{,}42} = \dfrac{x}{x+121{,}20}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,4 m) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Kommentar: För att lösningen ska anses godtagbar och den andra problemlösningspoängen ska erhållas ska antingen diametern alternativt radien användas i likformighetssambandet *eller* så ska en godtagbar motivering ges till varför omkretsen kan användas, t.ex. genom hänvisning till längdskala.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer ett godtagbart värde på *k*, $1{,}745 \cdot 10^{-4}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3500 år) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

26. **Max 0/0/2**

a) Korrekt svar
(Alternativ A: Sammanlagt väger ungefär 4,6 % av flickorna antingen över 4200 gram eller under 2600 gram.
och
D: Antalet flickor som väger mer än 3600 gram är ungefär lika stort som antalet flickor som väger mindre än 3200 gram.) +1 A_B

Kommentar: Om svaret innehåller fler än två alternativ ges noll poäng på uppgiften.

b) Korrekt valt alternativ B, C eller E med godtagbar förklaring +1 A_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

27. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer minimipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 A_M

med godtagbar fortsättning, beräknar korrekt *x*-koordinat för kurvornas tangeringspunkt utifrån det definierade koordinatsystemet, t.ex. $x = 128{,}0$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,7 meter) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 11a

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2^2 + 12}$$

$$x = 2 \pm 4$$

$$\underline{\underline{x_1 = -2}} \qquad \underline{\underline{x_2 = 6}}$$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (2 C_R)

$$(n \cdot n) - ((n-1)(n+1)) = n^2 - (n^2 - 1) = 1$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck med korrekt förenkling. *n* är inte definierad och tydlig slutsats saknas. Trots dessa brister ges lösningen nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_R)

Vi sätter 123456789 som x

då får vi: $x \cdot x - (x-1)(x+1) \neq 0$

$x^2 \neq x^2 - 1$

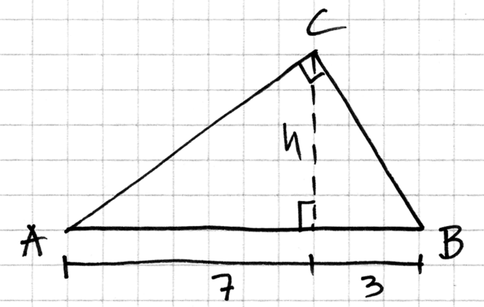
$(x-1)(x+1)$ blir därför alltid

1 mindre än x^2

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat uttryck. Uttrycket påstås vara skiljt från noll redan före $x^2 \neq x^2 - 1$ utan att detta motiveras. Trots att motiveringen är bristfällig bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kravet för den andra resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösning 1 (2 A_{PL} och 1 A_K)



Triangelns Area =

$$\frac{B \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot \sqrt{21}}{2} =$$

$$5 \cdot \sqrt{21}$$

om enhet är cm
blir det :

Svar : Triangelns Area = $5 \cdot \sqrt{21}$ cm^2

Pythagoras sats ger följande :

$$\begin{cases} 3^2 + h^2 = BC^2 & (1) \\ 7^2 + h^2 = AC^2 & (2) \\ AC^2 + BC^2 = 10^2 & (3) \end{cases}$$

vi sätter in värdena från (1) o (2) i (3)
vilket ger :

$3^2 + h^2 + 7^2 + h^2 = 10^2 \Rightarrow$

$58 + 2h^2 = 100 \Rightarrow$

$42 = 2h^2 \Rightarrow$

$h^2 = 21 \Rightarrow h = \sqrt{21}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt beräknad triangelarea. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. Beteckningen *B* för triangelns bas är olämplig eftersom *B* betecknar ett av triangelns hörn i den givna figuren. Svaret anges i enheten cm^2 grundat på ”om enhet är cm blir det…”. På sista raden borde det stå $h = \pm\sqrt{21}$ med uteslutning av den negativa lösningen. Lösningen är tillräckligt välstrukturerad och trots bristerna ovan anses den nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

Grafens funktion är:

$y = 0{,}5x^2 + 4$ $\quad f(x) = y = 0$ ger

$0 = 0{,}5x^2 + 4 = x^2 + 8$ $\quad$ pq-formeln ger

$x = -\frac{0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 - 8} = 0 \pm \sqrt{-8}$

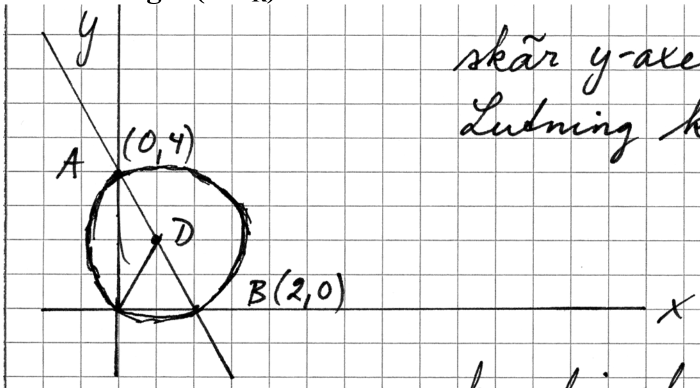
$x_1 = 8i \quad x_2 = -8i$

Svar: $x_1 = 8i \quad x_2 = -8i$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt identifierad funktion men ett felaktigt svar. Lösningen ges första problemlösningspoängen på A-nivå.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (1 A_R)



skär y-axeln (0,4)

Lutning k = -2

$y = 4 - 2x$

koordinat A = (0,4)

koordinat B = (2,0)

koordinat D = (1,2)

Avståndsformeln

$\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

Mittpunktsformeln = bevis

$x_m = \frac{0+2}{2} = 1 \quad y_m = \frac{4+0}{2} = 2$

D = cirkelns mitt

Avståndsformeln

mellan D och origo

$(x_2, y_2)\ (1,2) \qquad (x_1, y_1)\ (0,0)$

$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$d = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2}$

$d = \sqrt{1^2 + 2^2}$

$d = \sqrt{1+4}$

$d = \sqrt{5}$ l.e. v.s.b.

Svar: Avståndet D → origo är även radien på cirkeln. Avståndet från D till origo är $\sqrt{5}$ l.e., vilket även radien på cirkeln därmed är.

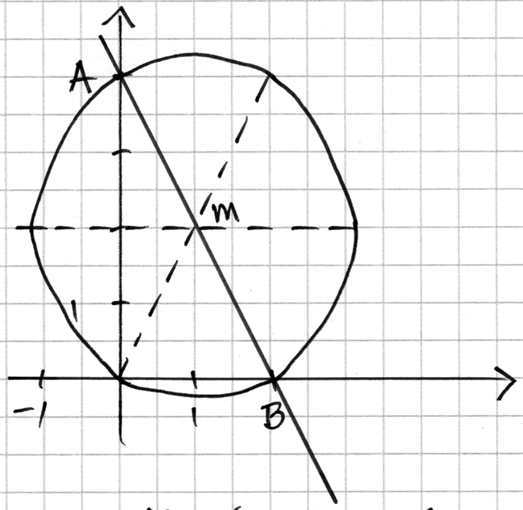
Kommentar: Elevlösningen visar att avståndet mellan mittpunkten på sträckan *AB* och origo är $\sqrt{5}$ l.e. I lösningen visas inte att sträckan *AB* är cirkelns diameter och därmed uppfylls inte kraven för andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R)

$y = 4 - 2x$

$A(0, y_1)$ $\quad y_1 = 4 - 2 \cdot 0 = 4 \Rightarrow A(0, 4)$

$B(x_2, 0)$ $\quad 0 = 4 - 2x \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow B(2, 0)$



$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$

$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{4+0}{2} = 2$

$m(1, 2)$

Avståndsformeln: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Avstånd mellan m och origo: $\sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ l.e.

Avstånd mellan m och A: $\sqrt{(1-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ l.e.

Avstånd mellan m och B: $\sqrt{(1-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ l.e.

Kommentar: Elevlösningen visar att avståndet mellan mittpunkten på sträckan *AB* och punkterna origo, *A* och *B* alla är $\sqrt{5}$ l.e. I och med detta visar lösningen indirekt att sträckan *AB* är cirkelns diameter. Trots att det saknas kommentar om detta anses beräkningarna vara tillräckliga för att kraven för andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt ska vara uppfyllda.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (0 poäng)

Svar: Om grafens maximi- eller
minimipunkt är -1 har grafen
en minimipunkt då grafen är
negativ. Grafen har en minimipunkt

Kommentar: Elevlösningen visar ett felaktigt resonemang och ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 E_R)

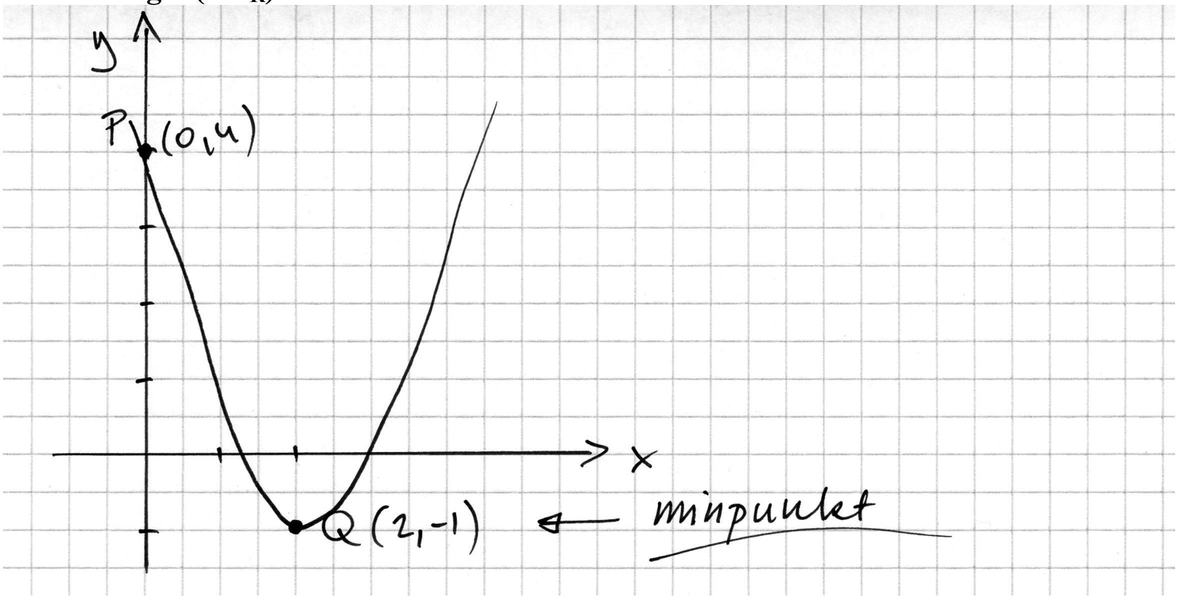
Minimipunkt eftersom om det vore en maximi-
punkt så hade grafen aldrig kommit över
origo. Och punkten P ligger över origo.

Elevlösning 3 (1 E_R)

Eftersom att extrempunktens y-värde har ett
lägre värde än den punkten som
det står att den går igenom så
blir det den extrempunkten det lägsta
värdet, alltså en minimipunkt.

Kommentar: Elevlösning 2 och 3 visar ett enkelt resonemang som anses vara godtagbart.

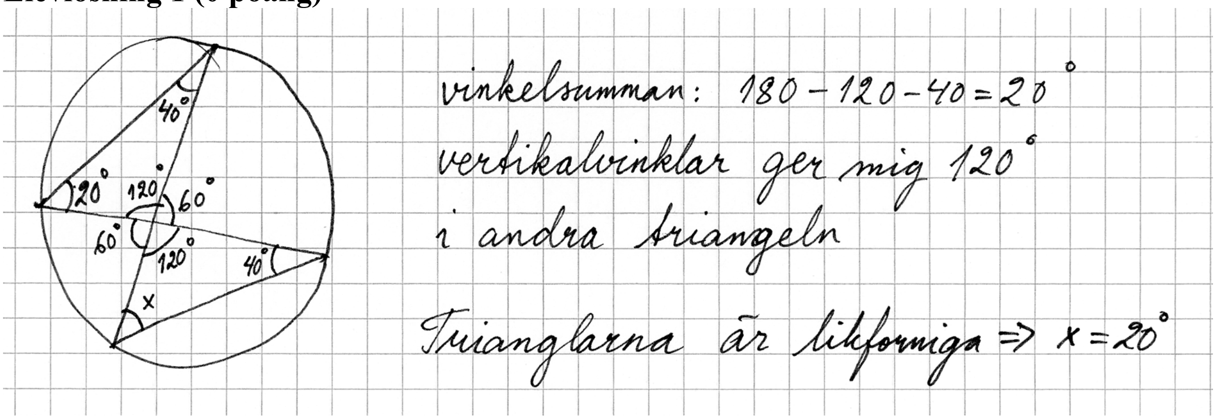
Elevlösning 4 (1 E_R)



Kommentar: Elevlösningen visar en graf som motiverar att extrempunkten är en minimipunkt. Detta anses motsvara ett enkelt resonemang.

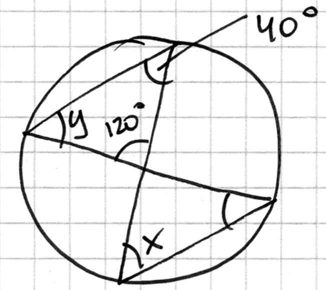
Uppgift 20

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen visar ett ej godtagbart resonemang eftersom det inte motiveras att vinkeln i den nedre triangeln är $40°$. I och med detta motiveras inte heller varför trianglarna är likformiga. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 E_R)



$y = 180 - 120 - 40 = 20°$

$x = 20°$ (enligt randvinkelsatsen är $y = x$)

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart enkelt resonemang som bygger på randvinkelsatsen. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (2 E_{PL})

$\text{Area} = x \cdot (x+10) = 80 \text{ cm}^2$

$x^2 + 10x - 80 = 0$

$-\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 80} = 5{,}246950766$

$x + 10 = 15{,}2 \text{ cm}$

$\boxed{80 \text{ cm}^2}$ $\quad x = 5{,}2 \text{ cm}$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Gällande kommunikation anses variabeln *x* vara otillräckligt definierad, det saknas $x =$ i lösningsformeln på tredje raden och likhetstecknet används felaktigt i slutet av samma rad. Det är otydligt om rektangeln på sista raden verkligen är en förklarande figur. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 E_{PL} och 1 C_K)

Sidan = x

$x(x+10)=80$

$x=-5\pm\sqrt{(-5)^2+80}$

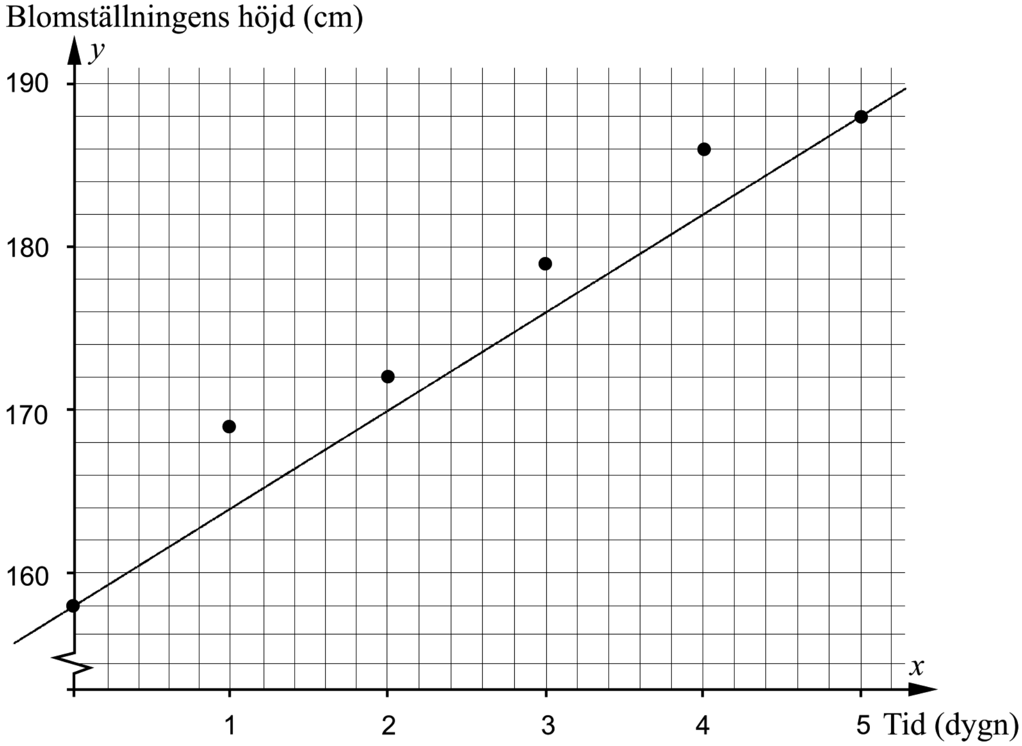
$x=-5\pm\sqrt{105}$

$x_1=5{,}2 \qquad (x_2=-15{,}2)$ SVAR: 5,2cm och 15,2cm

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt lösning. Gällande kommunikation innehåller lösningen några brister. T.ex. definieras variabeln x genom ”Sidan $= x$” vilket är otydligt då det inte framgår om det är rektangelns bredd eller längd som avses. Även en förklarande figur saknas och ett av rottecknen är inte tillräckligt långt. Lösningen är trots bristerna möjlig att följa och förstå. Kraven för kommunikationspoäng på C-nivå anses nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)



$y = kx + m$

$(0, 158)$ och $(5, 188)$ ger

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{188 - 158}{5 - 0} = \dfrac{30}{5} = 6 = k$

$m = 158$

$y = 6x + 158$

9 juli $\Rightarrow$ 7 dagar $\Rightarrow x = 7$

$y = 6 \cdot 7 + 158 = 200$

Svar: Den skulle ha blivit 2m hög.

Kommentar: Elevlösningen baseras på en linje som inte är godtagbart anpassad. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

$$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ dygn} = 11\text{cm} \\ 2 \text{ dygn} = 3\text{cm} \\ 3 \text{ dygn} = 7\text{cm} \\ 4 \text{ dygn} = 7\text{cm} \\ 5 \text{ dygn} = 2\text{cm} \end{array}\right\} \text{Tillväxten/dygn}$$

Jag räknar ut genomsnittstillväxten ⇒

30 cm / 5 dygn = 6 cm / dygn i snitt

Eftersom det återstår 2 dygn till 9 juli gångrar jag genomsnittet med 2.

$6\text{cm} \cdot 2 = 12 \text{ cm}$ och + det på växten den 7 juli. ⇒

$188 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$

Svar: 200 cm 9 juli 2013

Kommentar: Elevlösningen visar en beräkning av växtens genomsnittliga tillväxt under 5 dygn. Detta är inte en godtagbar metod eftersom det endast är första och sista punkten som används. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (3 C_M)

Jag använde mig av linjär regression på räknaren

$y = 5{,}942857143x + 160{,}4761905$

$9 - 2 = 7$ dygn efter 2:a juli

$y = (5{,}942857143 \cdot 7) + 160{,}4761905 \approx$

≈ 202 cm

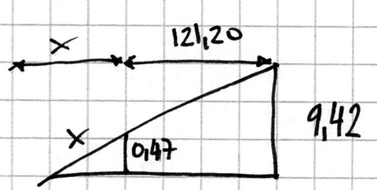
Svar:

Blomställningen skulle vara ca: 202 cm hög.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar anpassning med räknare. Lösningen anses uppfylla kraven för alla tre modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (1 C_{PL})



(m)

$9{,}42 - 0{,}47 = 8{,}95$

$$\frac{0{,}47}{8{,}95} = \frac{x}{121{,}20} = 0{,}0525\ldots$$

$0{,}0525\ldots \cdot 121{,}20 = x = 6{,}36$

Kommentar: Elevlösningen visar en beräkning som grundar sig på likformighet hos trianglar. Motivering saknas till varför omkretsen kan användas i likformighetssambandet och därmed uppfylls inte kraven för andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Ta reda på x

$$R_1 = \frac{9{,}42}{\pi 2} = 1{,}5$$

$$R_2 = \frac{0{,}47}{\pi 2} = 0{,}0748$$

$$\frac{x}{0{,}0748} = \frac{121{,}20 + x}{1{,}5}$$

$$1{,}5x = 9 + 0{,}0748x$$

$$1{,}4252x = 9$$

$$x \approx 6{,}3$$

Svar: Den hade varit ≈ 6,3 m högre

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. Gällande kommunikation saknas förklaringar till vad R_1 och R_2 betecknar samt att det är likformighet som används. I övrigt är lösningen välstrukturerad, möjlig att följa och förstå och symboler används på ett godtagbart sätt. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 A_M)

$$\begin{cases} 0{,}5 = C \cdot 2^{-k \cdot 5730} & (1) \\ 0{,}655 = C \cdot 2^{-kx} & (2) \\ 1 = C \cdot 2^{-k \cdot 0} \Rightarrow C = 1 & (3) \end{cases}$$

$$(1)\quad 0{,}5 = 2^{-k \cdot 5730} \Rightarrow -5730k = \frac{(\lg 0{,}5)}{(\lg 2)} = -1$$

$$\Rightarrow k = 1{,}745 \cdot 10^{-4}$$

$$(2)\quad 0{,}655 = 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4}x} \Rightarrow -1{,}745 \cdot 10^{-4}x = \frac{\lg 0{,}655}{\lg 2} =$$

$$-0{,}61043 \Rightarrow x = \frac{-0{,}61043}{-1{,}745 \cdot 10^{-4}} \approx 3498$$

Svar: Skon var ca 3500 år

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation är inte lösningen lätt att följa och förstå eftersom de två första ekvationerna saknar *C* i vänsterledet och bestämningen av *C* i den tredje ekvationen är otydlig. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_M och 1 A_K)

$$y = C \cdot 2^{-kx}$$

C är grundmängden (100% = 1)

$$0,5 = 1 \cdot 2^{-k \cdot 5730}$$

$$\lg 0,5 = \lg 2^{-k \cdot 5730}$$

$$\lg 0,5 = -k \cdot 5730 \cdot \lg 2$$

$$k = \frac{\lg 0,5}{\lg 2} \Big/ -5730 \approx 1,745 \cdot 10^{-4}$$

dvs. $y = C \cdot 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$$0,655 = 1 \cdot 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$$

$$\lg 0,655 = \lg 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$$

$$\lg 0,655 = -1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x \cdot \lg 2$$

$$x = \frac{\lg 0,655}{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot \lg 2}$$

$x \approx 3498$ SVAR: 3500 år

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Elevlösning 3 (2 A_M och 1 A_K)

Halveringstid kol-14 = 5730 år

$y = C \cdot 2^{-kx}$ kan skrivas $y = y_0 \cdot (1/2)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$

Där y = % efter t antal år

y_0 = % vid start $\rightarrow y_0 = C$

t = tid som passerat

$t_{1/2}$ = halveringstid $\rightarrow$ k-konstant

$65{,}5\% = 0{,}655 \quad 100\% = 1$

$0{,}655 = 1 \cdot (1/2)^{\frac{t}{5730}}$

$\ln(0{,}655) = \ln(0{,}5) \cdot t/5730$

$\frac{\ln(0{,}655)}{\ln(0{,}5)} = \frac{t}{5730}$

$0{,}61 = \frac{t}{5730}$

$t = 3497$

Svar: Skon var drygt 3500 år gammal, när den hittades 2006.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Gällande kommunikation skrivs den givna modellen om till $y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$ utan härledning. I övrigt är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Uppgift 26b

Elevlösning 1 (1 A_B)

E är fel!
I ett stickprov skulle det kunna
slumpa sig så att alla 50 har
en vikt som är större än
medelvikten.

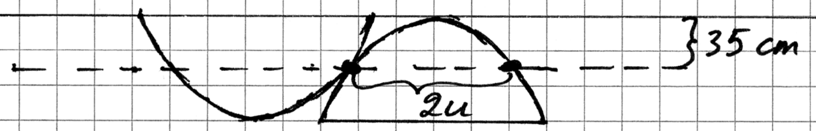
Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar förklaring till varför svarsalternativ E är fel.

Uppgift 27

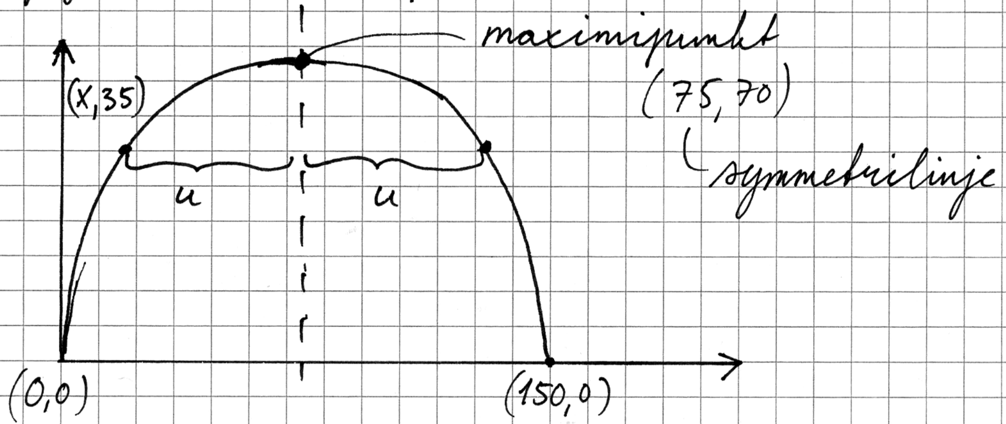
Elevlösning 1 (2 A_M och 1 A_K)

Tyget är 140 cm brett, två parablar får då plats. (70 + 70 = 140)

Totalt: 8 parabelformade tygstycken.



Jag vill ta reda på avståndet 2u



$y = k(x - 0_1)(x - 0_2)$

$y = k(x - 0)(x - 150)$

$70 = k(75 - 0)(75 - 150)$

$70 = k(5625 - 11250)$

$70 = -5625k$

$k = -0{,}012\ldots$

$y = -0{,}012 \cdot (x - 0)(x - 150)$

$y = -0{,}012(x^2 - 150x)$

$y = -0{,}012x^2 + 1{,}87x$

Fortsättning på nästa sida.

Jag sätter in att $y = 35$

$35 = -0{,}012(x-0)(x-150)$

$35 = -0{,}012(x)(x-150)$

$35 = -0{,}012(x^2-150x)$

$35 = -0{,}012x^2 + 1{,}87x$

$0 = -0{,}012x^2 + 1{,}87x - 35$

$0 = x^2 - 150x + 2812{,}5$

$x = \frac{150}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{150}{2}\right)^2 - 2812{,}5}$

$x = 75 \pm 53$

symmetrilinje

$u = 53 \quad 2u = 2 \cdot 53 = 106$

Antal meter tyg som behövs blir då:

$150 + 106 + 150 + 106 = 512\text{cm} = 5{,}12\text{m}$

Svar: Det behövs 5,12 m tyg.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till att tygets längd ska beräknas på näst sista raden. Eftersom svaret inte är korrekt uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och innehåller både figur och definierade variabler. Trots det felaktiga svaret anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
T9 Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
T12 Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
G4 Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.