

Tillväxt med begränsningar

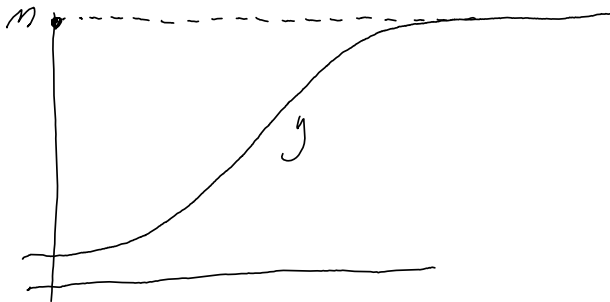
Många matematiska modeller ger orealistiska resultat eftersom modellerna t.ex. växer förrentigt.

Därför introducerar vi modeller med begränsningar. Vi kan använda differentialekvationer för detta.

Modell för tillväxt med begränsningar:

$$y' = ky \left(1 - \frac{y}{M}\right) \text{ där } M \text{ är maxantalet.}$$

Notera: om y närmar sig M kommer parentesen bli noll därmed minskar tillväxten tills den (nästan) blir noll! Då $y = M \Rightarrow y' = 0$ Ingen tillväxt.



Ex) I en isolerad by med 15000 invånare drabbas 50 personer av ett smittsamt virus. Epidemiologer skapar följande modell för virusutbredningen

$y' = 0,5y \left(1 - \frac{y}{M}\right)$ komplettera modellen med ett M och begynnelsevillkor. Där x är antal dagar.

$y' = 0,5y(1 - \frac{y}{m})$ M är begränsningen som är 15000 och begynnelsevillkoret $y(0) = 50$

b) Efter hur många dagar är i princip alla i byn smittade.

Använd geometri med LÖSODE $(0,5y(1 - \frac{y}{15000}), (0,50))$

Lös grafiskt. Då får vi ungefär 1 månad

Svar: Ungefär 1 månad

$$y = \frac{15000}{299e^{\frac{x}{2}} + 1}$$