

Övningsprov 1 – Ma2c

1. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 5x + 5 = 5$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

c) $5x^2 + 15x = 0$

d) $(x + 4)(2x - 1) = 0$

e) $(x + 4)^2 - 5 = -5$

f) $x^2 - \frac{x}{4} - \frac{3}{4} = 0$

g) $2x^2 - 6x - 10 = x^2 - 2x - 5$

(4/1/0)

2. Utveckla följande uttryck

a) $(2x + 2)^2$

b) $-\left(\frac{x}{2} - 9\right)^2$

c) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$

(2/1/0)

3. Lös ekvationssystemen

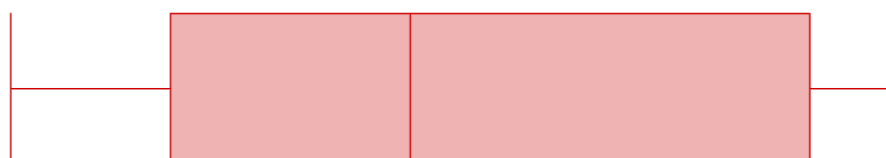
a)
$$\begin{cases} 2x + 4y = 18 \\ -3x + 3y = -9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 2y + 10 \\ 2y + 2x = 22 \end{cases}$$

(4/0/0)

4. Bestäm följande för lådagrammet nedan

- a) P_{50}
- b) Q_3
- c) Variationsbredd
- d) Kvartilavståndet



(4/0/0)

5. För ett normalfördelat material är 50% av materialet större än 20 cm och 50% av materialet är mindre än 20 cm. Ungefär 2,3% är också mindre än 14 cm. Bestäm hur många procent av mätdatan som är större än 23 cm.

(0/2/0)

6. Joakim har gjort ett löfte med sin son inför sonens matteprov. Joakim sa att för varje rätt du får kommer du få 5 kr för varje fel får du böta 8 kr (lätt omoraliskt). Provet innehöll 26 uppgifter och när Joakims son fick tillbaka provet fick han inga pengar och slapp betala något. Hur många rätt fick sonen?

(0/2/0)

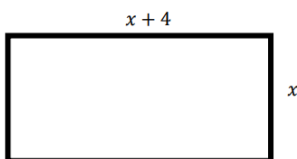
7. Förenkla följande uttryck

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

b) $\frac{x^4-1}{(x-1)(x+1)}$

c) $\frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3} - \frac{x^2+x}{x^2-1}$ (2/3/1)

8. Nedan ser du en rektangel. Vilken eller vilka möjliga tal på x kan anta om vi vet att arean av triangeln är 12 areaenheter



(1/2/0)

9.

- a) Konstruera ett ekvationssystem som har lösningen $x = 4$ och $y = -2$

- b) Joakim är lite förvirrad och undrar lösningen innebär? Förklara för Joakim vad lösningen betyder algebraiskt för ditt ekvationssystem och grafiskt för ditt ekvationssystem

(3/0/0)

10. Lös ekvationerna med hjälp av faktorisering

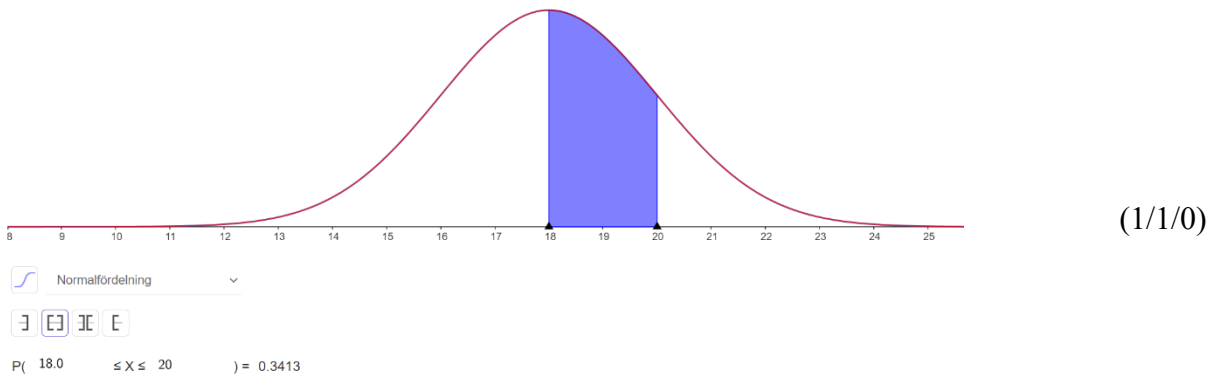
a) $2x^2 + 8x + 8 = 0$

b) $\frac{8x^2 - 32}{4x - 8} = 6$ (2/2/0)

11.

a) Bestäm standardavvikelsen för det normalfördelade materialet

b) Hur stor procent av det normalfördelade materialet är mindre än 14?



12. Två på varandra följande heltal kvadrerade har summan 265. Bestäm vilka tal som har sådan egenskap.

(0/2/0)

13. Lös rotekvationerna

a) $\sqrt{2x + 8} = 2x - 4$

b) $\sqrt{x + 9} - \sqrt{x} - 1 = 0$ (0/3/1)

14. För vilket/vilka tal på a har ekvationen $2x^2 + 4ax + 16 = 0$ enbart en lösning?

(0/1/1)

15. Ett företag tillverkar matlådor för studenter. Matlådorna vikt är normalfördelade och har standardavvikelsen 30 gram. I en undersökning av matlådorna noterade man att

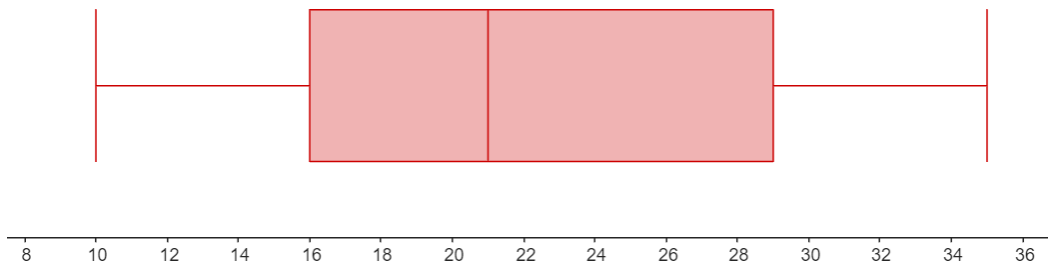
ungefär 82% av matlådorna innehåll mellan 470 gram och 560 gram. Undersök vilket/vilka medelvärden matlådorna kan ha. Utgå från hela standardavvikelser.

(0/2/1)

16. Nedan ser du ett lådagram som representerar en mängd data bestäm inom vilket intervall följande ligger inom

a) P_{65}

b) $P_{80} - P_{55}$



(0/2/1)

17. Beräkna följande utan miniräknare $123456^2 - 123454 \cdot 123458$

(0/1/1)

18. I Joakimsköping ska man snart rösta. Det finns flera partier men två av dem Gladpartiet och Snällpartiet har följande situation: Om 10 procentenheter av rösterna går från Gladpartiet till Snällpartiet kommer Snällpartiet vara två gånger så stort som Gladpartiet. Samtidigt om 10 procentenheter av rösterna går från Snällpartiet till Gladpartiet kommer Gladpartiet vara tre gånger så stort som Snällpartiet. Hur många procent av rösterna har respektive parti?

(0/1/1)

19. För vilket värde på a saknar ekvationssystemet lösningar?

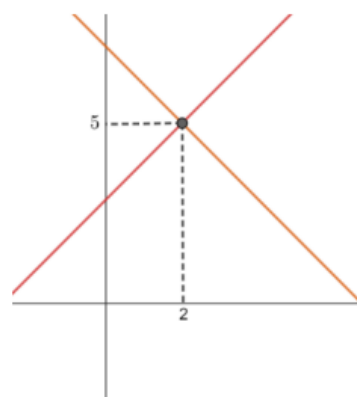
$$\begin{cases} 10x + ay = 132 \\ -5x + 3y + 133 = 0 \end{cases}$$

(0/0/1)

20. Bestäm $A^2 - B^2$ om $A = 1234^x + 1234^{-x}$ och $B = 1234^x - 1234^{-x}$

(0/0/2)

21. Följande ekvationssystem har lösningen som visas i koordinatsystemet. Bestäm konstanterna a och b





$$\begin{cases} 2ax + 3by = 46 \\ ay - 5bx = 0 \end{cases}$$

(0/1/1)

22. Bestäm för vilka x följande likhet stämmer $x^2 - (b + 1)x + b = 0$

(0/0/3)

Lösungen ÖVningssprov 1.

$$1. a) x^2 - 5x + 5 = 5$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 5$$

$$b) x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$= 3 \pm 2 \quad x_1 = 5 \quad x_2 = 1$$

$$c) 5x^2 + 15x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -3$$

$$e) (x+4)^2 - 5 = -5$$

$$(x+4)^2 = 0$$

$$x = -4$$

$$d) (x+4)(2x-1) = 0$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

$$f) x^2 - \frac{x}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

$$x = \frac{1}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2 + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{48}{64}} = \frac{1}{8} \pm \sqrt{\frac{49}{64}}$$

$$= \frac{1}{8} \pm \frac{7}{8} \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -\frac{3}{4}$$

$$g) 2x^2 - 6x - 10 = x^2 - 2x - 5$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{4+5}$$

$$= 2 \pm 3 \quad x_1 = 5 \quad x_2 = -1$$

$$b) -\left(\frac{x}{2} - 9\right)^2 = -\left(\frac{x^2}{4} - 9x + 81\right)$$

$$= -\frac{x^2}{4} + 9x - 81$$

$$c) (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y$$

konjugat!

$$3. a) \quad \begin{cases} 2x + 4y = 18 & \textcircled{I} \\ -3x + 3y = -9 & \textcircled{II} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 4y = 18 & \textcircled{I} \\ x = 9 - 2y & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad -3x + 3y = -9$$

$$-3(9 - 2y) + 3y = -9$$

$$-27 + 6y + 3y = -9$$

$$9y = 18$$

$$y = 2$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad x = 9 - 2y$$

$$x = 9 - 4 = 5$$

$$b) \quad \begin{cases} 3x + y = 2y + 10 & \textcircled{I} \\ 2y + 2x = 22 & \textcircled{II} \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y = 2y + 10 & \textcircled{I} \\ y = 3x - 10 & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad 2y + 2x = 22$$

$$2(3x - 10) + 2x = 22$$

$$6x - 20 + 2x = 22$$

$$8x = 42$$

$$x = \frac{42}{8} = \frac{21}{4}$$

$$y = 3x - 10$$

$$y = \frac{3 \cdot 21}{4} - 10$$

$$= \frac{63}{4} - \frac{40}{4} = \frac{23}{4}$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x = \frac{21}{4} \\ y = \frac{23}{4} \end{cases}$$

4 a) P_{50} = Percentil 50 = median $P_{50} = 15$

b) $Q_3 = P_{75}$ = övre kvartil $Q_3 = 20$

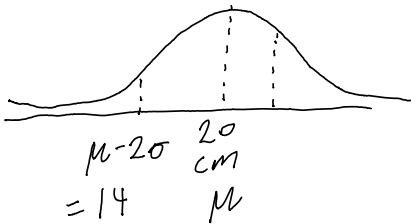
c) variationsbredd: största värde - minsta värde:

$$21 - 10 = 11 \quad \text{Svar: } 11$$

d) kvartilavstånd: övre kvartil - Nedre kvartil

$$20 - 12 = 8 \quad \text{Svar: } 8$$

5.



$$\mu - 2\sigma = 14, \quad \mu + 2\sigma = 20$$

$$20 - 2\sigma = 14$$

$$2\sigma = 6 \quad \sigma = 3 \text{ cm}$$

Standardavvikelsen: 3 cm

23 Bliir då $\mu + \sigma$ vilket utgör $13,6 + 2,3 =$

$$= 15,9 \quad \text{Svar: } 15,9\%$$

6. 26 frågor Antalet rätta: x
Antalet fel: y

$$\begin{cases} x+y=26 & \textcircled{I} \\ 5x-8y=0 & \textcircled{II} \end{cases}$$

pengar för rätta pengar för fel

$$\begin{aligned} \textcircled{I} \quad x+y &= 26 \\ x &= 26-y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{II} \quad 5x-8y &= 0 \\ 5(26-y)-8y &= 0 \end{aligned}$$

$$130-5y-8y=0$$

$$13y=130$$

$$y=10$$

$$x=26-y$$

$$x=26-10=16$$

Svar: 16 rätta, 10 fel.

invärdning

$$7. a) \frac{x^2-4x+4}{x^2-4} = \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{x+2}$$

konjugat

$$b) \frac{x^4-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = x^2+1$$

$$c) \frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3} - \frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{\cancel{3}(x^2+2x+1)}{\cancel{3}(x^2-1)} - \frac{x^2+x}{x^2-1}$$

$$\frac{\cancel{x}(x^2+2x+1)}{\cancel{x}(x^2-1)} - \frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{(x+1)}{(x-1)} - \frac{x}{(x-1)} = \frac{1}{(x-1)}$$

8. Area av en rektangel: basen \cdot höjden

area av rektangeln

$$x(x+4) = 12$$

$$x^2 + 4x = 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12}$$

$$= -2 \pm \sqrt{4+12}$$

$$= -2 \pm 4 \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = -6$$

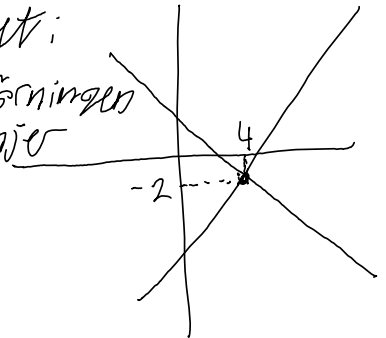
Så vi x måste vara
2 annars får vi en
negativ ströcka!

$$x = 2$$

9. a) t.ex.
$$\begin{cases} x+y = 2 \\ x-y = 6 \end{cases}$$

b) om vi sätter in $x=4$
och $y=-2$ i ekvationerna
för vi samma svar!

Gravfikt:
Det är skärningen
mellan linjerna



$$10 \text{ a)} \quad 2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$2(x+2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

Enbart en
lösning

$$b) \quad \frac{8x^2 - 32}{4x - 8} =$$

$$= \frac{8(x^2 - 4)}{4(x-2)} = \frac{8(x+2)(x-2)}{4(x-2)}$$

$$= 2x + 4 = 6$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

11. a) Notera hur stor
del som är markerad.

Det är $\approx 34,13\%$

Det innebär att $\mu + \sigma = 20$

och $\mu = 18 \quad \sigma = 2$

b) 14 är då $\mu - 2\sigma$

vilket ger att $2,3\%$
är mindre än 14

12. $x, x+1 \leftarrow$ Två på varandra följande heltal

$$x^2 + (x+1)^2 = 265$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 265$$

$$2x^2 + 2x - 264 = 0$$

$$x^2 + x - 132 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 132}$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{528}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{529}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{23}{2}$$

$$x_1 = 11 \quad x_2 = -12$$

Svar: talparen är 11, 12 och -12, -11

$$13. a) \sqrt{2x+8} = 2x-4 \quad \text{Inadretta!}$$

$$2x+8 = (2x-4)^2$$

$$2x+8 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$4x^2 - 18x + 8 = 0$$

$$x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

$$x = \frac{9}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 - 2}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16} - \frac{32}{16}}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$= \frac{9}{4} \pm \frac{7}{4}$$

$$x_1 = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

Undersök falsk rot!

$$x=4 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 4 + 8} = 2 \cdot 4 - 4$$

$$\sqrt{16} = 4 \quad \text{Stämmer}$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2 + 8} \neq \frac{1}{2} \cdot 1 - 4$$

Stämmer inte! falsk rot!

$$b) \sqrt{x+9} - \sqrt{x-1} = 0$$

$$\sqrt{x+9} = \sqrt{x-1} \quad \text{Inadretta!}$$

$$x+9 = (\sqrt{x-1})^2$$

$$x+9 = x-2\sqrt{x-1}+1$$

$$8 = 2\sqrt{x-1}$$

$$4 = \sqrt{x-1}$$

$$x = 16 \quad \text{Svar: } x = 16$$

$$14. 2x^2 + 4ax + 16 = 0$$

$$x^2 + 2ax + 8 = 0$$

$$x = a \pm \sqrt{\left(\frac{2a}{2}\right)^2 - 8}$$

$$= a \pm \sqrt{a^2 - 8}$$

Skön bli noll!

$$a^2 - 8 = 0$$

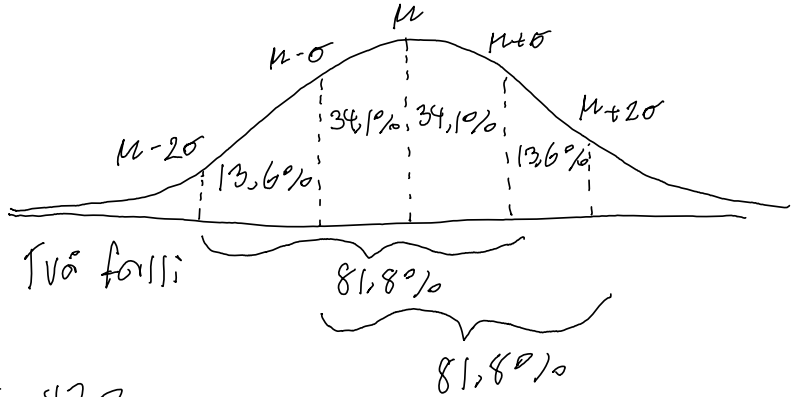
$$a^2 = 8$$

$$a = \pm\sqrt{8}$$

$$\text{Svar: } a = \pm\sqrt{8}$$

15. Standardomvikelse $= \sigma = 30$ g

82%



Fall 1: $\mu - 2\sigma = 470$

$$\mu - 2 \cdot 30 = 470$$

$$\mu = 530$$

Fall 2: $\mu - \sigma = 470$

$$\mu - 30 = 470$$

$$\mu = 500$$

Svar: Exempel: $\mu = 530$
eller $\mu = 500$

16. a) P_{65} ligger mellan P_{50} och P_{75} men P_{50} och P_{75} kan vara inkluderade Svar: $21 \leq P_{65} \leq 29$

b) ~~Är~~ största möjliga värdet: P_{80} kan vara som störst: 35, P_{55} kan som minst vara 21

$$\text{Största värdet: } 35 - 21 = 14$$

Minsta möjliga värdet: Minsta $P_{80} = 29$, största P_{55}

$$29 \text{ minsta } 29 - 29 \text{ svar: } \boxed{0 \leq P_{80} - P_{55} \leq 14}$$

$$17. 123456^2 - 123454 \cdot 123458$$

$$123456 = x$$

$$123456^2 - 123454 \cdot 123458 = x^2 - (x-2)(x+2)$$

$$= x^2 - (x^2 - 4) = x^2 - x^2 + 4 = 4 \quad \text{Svar: } 4$$

$$18. x = \text{Smållpartiet} \quad y = \text{Guldpartiet}$$

$$\text{Ervärntningssystem: } \begin{cases} 2(y-10) = x+10 & \text{I} \\ 3(x-10) = y+10 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad 2y - 20 = x + 10 \quad \text{II} \quad 3(x - 10) = y + 10$$

$$x = 2y - 30$$

$$3(2y - 30 - 10) = y + 10$$

$$x = 26 \cdot 2 - 30 = 22$$

$$6y - 120 = y + 10$$

$$5y = 130$$

$$y = 26$$

Svar: Smållpartiet har 22%
Guldpartiet har 26%

19. Om två linjer saknar lösning krävs att linjerna är parallella. $k_1 = k_2$

$$\begin{cases} 10x + ay = 132 & \text{I} \\ -5x + 3y = 133 & \text{II} \end{cases} \quad \text{Skriv ekvationerna i k-form}$$

$$10x + ay = 132$$

$$ay = -10x + 132$$

$$y = \frac{-10x}{a} + \frac{132}{a}$$

$$k_1 = k_2 \Rightarrow \frac{-10}{a} = \frac{5}{3}$$

$$5a = -30$$

$$a = -6$$

$$-5x + 3y = 133$$

$$3y = 5x + 133$$

$$y = \frac{5x}{3} + 133$$

$$\text{Svar: } a = -6$$

20. $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ Sätt in A och B i parenteserna

$$(A-B)(A+B) = (\cancel{1234^x} + 1234^{-x} - (\cancel{1234^x} - 1234^{-x}))(\cancel{1234^x} + \cancel{1234^x} + 1234^{-x} - \cancel{1234^{-x}})$$

$$(2 \cdot 1234^{-x})(2 \cdot 1234^x) = 4 \cdot 1234^{-x} \cdot 1234^x = 4 \cdot 1234^{x-x} = 4 \cdot 1234$$

$$= 4 \quad \text{Svar: } 4$$

$$21. \begin{cases} 2ax + 3by = 46 \\ ay - 5bx = 0 \end{cases} \quad \text{Lösungen } \begin{matrix} x=2 \\ y=5 \end{matrix} \quad \text{Setzt in} \\ \text{i. Eliminationen}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 \cdot a + 3 \cdot 5b &= 46 \\ 5a - 5 \cdot 2b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4a + 15b = 46 & \textcircled{I} \\ 5a - 10b = 0 & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{II} \quad 5a - 10b &= 0 \\ 5a &= 10b \\ a &= 2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{I} \quad 4a + 15b &= 46 \\ 8b + 15b &= 46 \\ 23b &= 46 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Somit: } \begin{matrix} b=2 \\ a=4 \end{matrix}$$

$$a = 2 \cdot 2 = 4$$

$$22 \quad x^2 - (b+1)x + b = 0$$

$$x = \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b+1}{2}\right)^2 - b}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 + 2b + 1}{4} - b}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 + 2b + 1}{4} - \frac{4b}{4}}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 2b + 1}{4}}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{(b-1)^2}{4}}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \frac{b-1}{2} \quad x_1 = \frac{b+1}{2} + \frac{b-1}{2} = \frac{2b}{2} = b$$

$$= \frac{b+1}{2} - \frac{b-1}{2} \quad x_2 = \frac{b+1}{2} - \frac{b-1}{2} = \frac{b+1-b+1}{2} = 1$$

$$\text{Somit: } \begin{matrix} x_1 = b \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$