Mittkursprov - Ma2b

Namn: ____

Klass:____

Provet innehåller 16 uppgifter.

Maxpoäng: 41 poäng fördelat: (22/13/6)

Provet innehåller 2 delar:

Del 1: Utan miniräknare

Del 2: Med miniräknare och geogebra

Tillåtna hjälpmedel: Formelblad, Del 2: miniräknare och geogebra

Samtliga uppgifter ska redovisas med fullständiga lösningar om inget annat anges.

Lycka till!

Del 1: Utan miniräknare

1. Lös ekvationerna algebraiskt, svara exakt.

   a) $x^2 + 4x - 5 = 0$

   b) $2 \cdot 3^x - 10 = 0$

(4/0/0)

2. Lös ekvationssystemet algebraiskt

$$\begin{cases} 2x - y = 15 \\ 3y + x = 25 \end{cases}$$

(2/0/0)

3. Utveckla följande uttryck

   a) $(2x - 1)^2$

   b) $\left(\frac{x}{3} - \sqrt{y}\right)\left(\frac{x}{3} + \sqrt{y}\right)$ (1/1/0)

4. Bestäm ett exakt värde på följande uttryck

   a) $10^{lg20} + 10^{lg10}$

   b) $10^{lg30 - lg5}$ (2/1/0)

5. Utgå från tabellerna nedan och konstruera en funktion för respektive tabell

a)

x	0	1	2	3
$f(x)$	100	200	400	800

b)

x	0	1	2	3
$f(x)$	400	100	25	6.25

(2/2/0)

6. En andragradsfunktion på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$ vi vet att $a > 0$ och att grafen till funktionen har nollställena $x_1 = 2$ och $x_2 = 6$.

   a) Skriv följande funktionsvärden i storleksordning med den minsta först

$$f(5), f(1), f(8), f(-10)$$

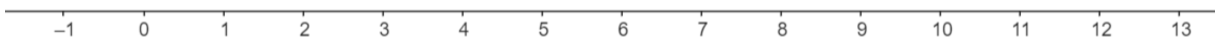
   b) Om du vet att $m < n$ kan du då med säkerhet säga att $f(m) < f(n)$ för den aktuella funktionen $f(x)$, motivera

(2/2/0)

7.

   a) Sätt ut en punkt på tallinjen som är ett närmevärde till differensen $lg(21521) - lg(203)$ (du kan sätta punkten direkt i provet)

   b) Motivera i ord varför punkten ska sitta just där



(0/2/0)

8. För en andragradsfunktion vet du att:
   - $f(b)$ ger funktionens maximivärde
   - $f(b-a) = 4$

   Bestäm $f(a+b)$

(0/0/1)

9. Bestäm ett exakt värde för a om $lg\left(a^{\frac{1}{3}}\right) = 2$

(0/0/2)

Del 2: Med miniräknare och geogebra

10. Lös ekvationerna och svara med ett närmevärde med 2 decimaler

a) $lgx = 2,7$

b) $x^7 = 20$

(2/0/0)

11. Joakim ska investera i en aktie år 2023. Han ska investera 10 000 kr och förväntar sig att aktien ska öka med 6% varje år.

a) Konstruera en funktion som beskriver förändringen där x är antal år från 2023 och $f(x)$ är värdet på aktien.

b) Utifrån funktionen vilket år är aktien värd 20 000?

(2/1/0)

12. Bestäm algebraiskt extremvärdet för funktionen

$$f(x) = -2x^2 + 12x + 14$$

(2/1/0)

13. Joakim vill skapa en modell som beskriver hur Joakims barns vikt förändras. Skapa en modell utifrån mätpunkterna nedan om du antar att Joakims barns vikt förändras

a) Linjärt
b) Exponentiellt
c) Medelvikten för barn som är 1 år är ungefär 10 kg. Vilken av dina modeller ligger närmast det medelvärdet?

Månad	1	2	3	5	6
Vikt i kg	4,2	5,1	6	6,8	7,3

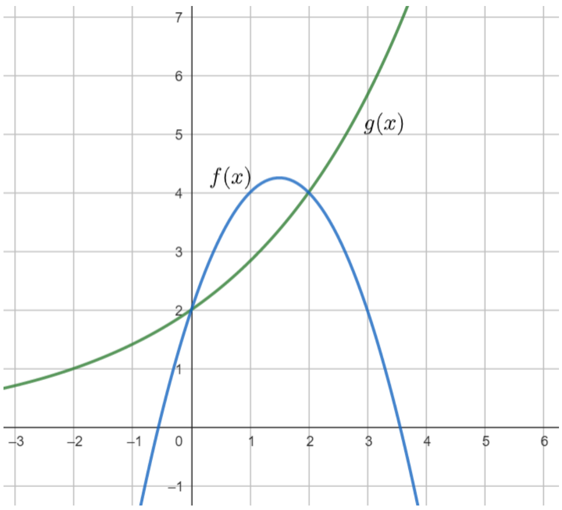
(2/1/0)

14. Joakim vill ta reda på vad det kostar att åka med Taxilund. Han vet att företaget har en startkostnad och ett km-pris. Han hittar två gamla kvitton där det står att han på den ena resan åkte 7 km för ett pris av 450 kr och en annan resa som han åkte 13 km med en kostnad på 750 kr. Bestäm vilket startpris och km-pris Taxilund har.

(0/2/0)

15. Nedan ser du två funktioner $f(x)$ och $g(x)$ svara på följande frågor

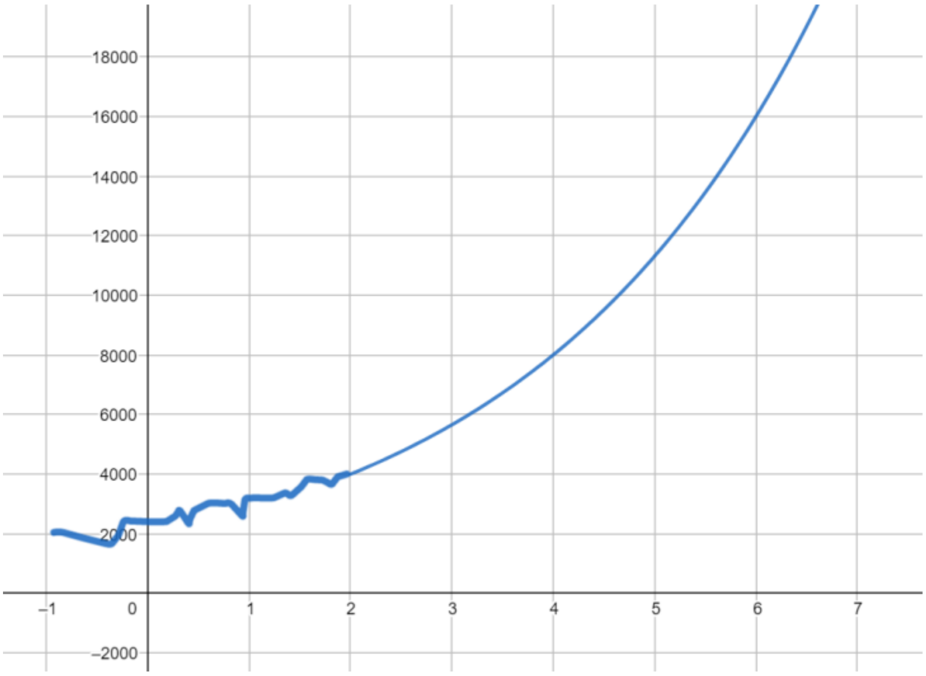
a) $g(-2)$
b) $f(x) - g(x) = 0$
c) Bestäm vilket eller vilka tal på k som gör att likheten $f(k+3) = g(k)$ stämmer.



(1/1/1)

Sista uppgiften →

16. Du är en matematiker som är med i ett forskarteam som ska undersöka hur bakterien Joakimilus bakterlius förändras när den exponeras för direkt solljus. Allt i experimentet gick bra förutom att de två första dygnens data inte kunde tolkas. Du som matematiker säger att det inte spelar någon roll. Eftersom du vet att förändringen går att beskriva ändå utifrån de kända värdena då den är exponentiell. Utgå från grafen nedan och konstruera en funktion som beskriver förändring av bakterien Joakimilus bakterlius som inkluderar startvärdet.



(0/0/2)

Lösningsförslag mittkursprov

1. a) $x^2+4x-5=0$

$x=-2\pm\sqrt{4+5}$

$=-2\pm 3$

$x_1=1 \quad x_2=-5$

b) $2\cdot 3^x-10=0$

$2\cdot 3^x=10$

$3^x=5$

$x\cdot\lg 3=\lg 5$

$x=\frac{\lg 5}{\lg 3}$

2. $\begin{cases} 2x-y=15 & \text{I} \\ 3y+x=25 & \text{II} \end{cases}$

II $3y+x=25$

$x=25-3y$

I $2x-y=15$

$2(25-3y)-y=15$

$50-6y-y=15$

$7y=45 \quad y=5$

$x=25-3y$

$x=25-15=10$

Svar: $\begin{cases} y=5 \\ x=10 \end{cases}$

3. a) $(2x-1)^2=4x^2-4x+1$

b) $\left(\frac{x}{3}-\sqrt{y}\right)\left(\frac{x}{3}+\sqrt{y}\right)=\frac{x^2}{9}-y$

4. a) $10^{\lg 20}+10^{\lg 10}=20+10=30$

b) $10^{\lg 30-\lg 5}=10^{\lg\frac{30}{5}}=10^{\lg 6}=6$

5. a) $f(x) = C \cdot a^x \quad C = 100$

$f(1) = 100 \cdot a^1 = 200$

$a = 2 \quad \underline{f(x) = 100 \cdot 2^x}$

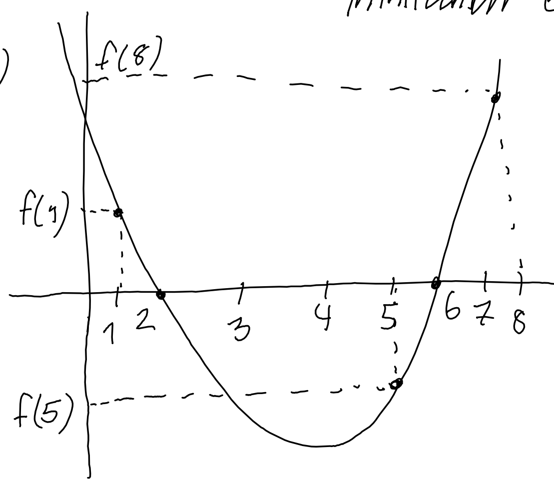
b) $f(x) = C \cdot a^x \quad C = 400 \quad f(1) = 400 \cdot a^1 = 100$

$a = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$

$f(x) = 400 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

Minipunkt eftersom $a > 0$

6. a)



$f(-10)$ är jättestort

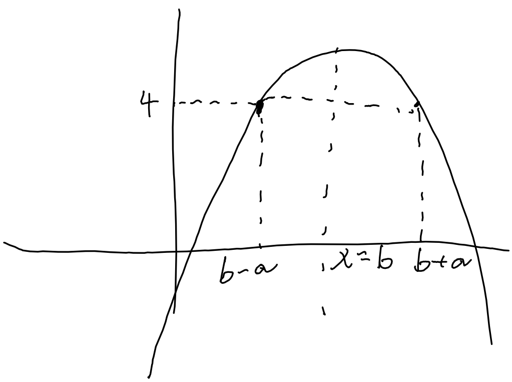
Storleksordning: $f(5), f(1), f(8), f(-10)$

b) $m < n \quad f(m) < f(n)$ Nej! eftersom t.ex $f(-10)$ är större än än $f(1)$, Stämmer inte!

7. $\lg(21521)$ $\lg(10000)=4$ $\lg(100000)=5$

$4<\lg(21521)<5$ Närmare 4 än 5

8. $f(a+b)=4$ tänk symmetri!



9. $\lg(a^{\frac{1}{3}})=2$

$a^{\frac{1}{3}}=10^2=100$

$(a^{\frac{1}{3}})^3=100^3$

$a=1000000$

10. a) $\lg x=2{,}7$ $x=10^{2{,}7}=501{,}19$

b) $x^7=20$ $(x^7)^{\frac{1}{7}}=20^{\frac{1}{7}}$

$x=1{,}53$

11. a) $f(x) = 10000 \cdot 1{,}06^x$

b) $f(x) = 20000$

$20000 = 10000 \cdot 1{,}06^x$

$1{,}06^x = 2$

$x \cdot \lg 1{,}06 = \lg 2$

$x = \frac{\lg 2}{\lg 1{,}06} \approx 11{,}89$

Svar: år 2034 är aktien värd 20000

12. $f(x) = -2x^2 + 12x + 14$ $\quad f(x) = 0$

$-2x^2 + 12x + 14 = 0$

$x^2 - 6x - 7 = 0$

$x = 3 \pm \sqrt{9 + 7}$

$= 3 \pm 4$ $\quad x_1 = 7$

$x_2 = -1$

$f(3) = -2 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 + 14 = 32$ Svar: största värdet är $y = 32$

13. a) $y = 0,5802x + 3,8872$

b) $4,0631 \cdot 1,1076^x$

Efter 12 månader

c) exp: 11,29 kg

linjär: 9,6895 kg

Svar: Den linjära är bättre!

14. x: kostnad/km

y: startkostnad

$450 = 7 \cdot x + y$ I

$750 = 13x + y$ II

I $450 = 7x + y$

$y = 450 - 7x$

II $450 = 13x + y$

$750 = 13x + 450 - 7x$

$300 = 6x$

$x = 50$

$y = 450 - 7x$

$y = 450 - 350$

$y = 100$

Svar: kr/km: 50 kr
startvärde: 100

15. a) $g(-2)=1$ b) $f(x)-g(x)=0$

$f(x)=g(x)$

$x_1=0 \quad x_2=2$

c) $k=0$ eftersom $f(0+3)=g(0)$

$f(3)=g(0)$

stämmer bra!

16. $f(x)=C\cdot a^x$ $\quad f(2)=4000=C\cdot a^2$

$f(4)=8000=C\cdot a^4$

$C\cdot a^2=4000$ (I) (I) $C=\frac{4000}{a^2}$

$C\cdot a^4=8000$ (II)

(II) $C\cdot a^4=8000$

$\frac{4000}{a^2}\cdot a^4=8000$

$4000\cdot a^2=8000$

$a^2=2$

$a=\pm\sqrt{2}\approx 1{,}4142$

$f(2)=4000=C\cdot\sqrt{2}^2$

$4000=2C$

$C=2000$

$\underline{f(x)=2000\cdot\sqrt{2}^x}$