Den inhomogena differentialekvationen $y''+ay'+by=f(x)$

Inhomogena differentialekvationer av andra ordningen har samma lösningsprincip som diff.ekvationer av första ordningen $y=y_h+y_p$ där y_h är den homogena diff.ekvationen $y''+ay'+by=0$ och y_p får man med hjälp av antaganden

Exempel på partikulärlösningar för olika funktioner

om $f(x)$ är	Pröva med $y_p=$
7	a
$3x+3$	$ax+b$
$2x^2$	ax^2+bx+c
$3\cos 2x$	$a\sin 2x+b\cos 2x$
$5e^{2x}$	ae^{2x}

Ex) Bestäm den allmänna lösningen till den inhomogena diff.ekvationen $y''-4y'-5y=x+3$

$y=y_h+y_p$ $\quad$ y_h ges då $y''-4y'-5y=0$

karakteristiska ekvationen: $r^2-4r-5=0$

$r^2 - 4r - 5 = 0$

$r = 2 \pm \sqrt{4+5}$

$= 2 \pm 3$

$r_1 = 5$

$r_2 = -1$

$y_h = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-x}$

y_p: ~~Ans~~ Ansatzande: $y_p = ax + b$

$y_p' = a$

$y_p'' = 0$

$y'' - 4y' - 5y =$

$= 0 - 4a - 5ax - 5b$

$= -4a - 5ax - 5b = x + 3$

$$\begin{cases} -5a = 1 & \text{I} \\ -4a - 5b = 3 & \text{II} \end{cases}$$

I $a = \frac{-1}{5}$

II $-4a - 5b = 3$

$\frac{4}{5} - 5b = 3$

$-5b = \frac{15}{5} - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$

$b = -\frac{11}{25}$

$y_p = -\frac{x}{5} - \frac{11}{25}$

$y = y_h + y_p = C_1 \cdot e^{5x} + C_2 e^{-x} - \frac{x}{5} - \frac{11}{25}$

Svar: $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-x} - \frac{x}{5} - \frac{11}{25}$