

Övningsprov – Ma3c – prov 2

OBS: Detta är ett övningsprov! Det innebär att detta är ett urval på uppgifter som liknar de uppgifterna ni kommer ha på det faktiska provet. Det innebär också **att ni inte ska enbart plugga på det här övningsprovet** utan även på andra uppgifter.

1. Derivera funktionerna

- a) $f(x) = 4^x$ (1/0/0)
- b) $f(x) = 15^x$ (1/0/0)
- c) $f(x) = 3^{2x}$ (1/0/0)
- d) $f(x) = \frac{2e^{-3x}}{3}$ (1/0/0)
- e) $f(x) = e^{\frac{x}{4}} + x^4 - 12x$ (1/0/0)

2. Bestäm samtliga primitiva funktioner för

- a) $f(x) = x^3 + 4x$ (1/0/0)
- b) $f(x) = e^{4x} + 2$ (1/0/0)
- c) $f(x) = 12x^3 + x - 1$ (1/0/0)
- d) $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$ (0/1/0)
- e) $f(x) = \frac{3}{x^2}$ (0/1/0)
- f) $f(x) = \frac{b \cdot e^{(a+1)x} + ax + a}{c}$ (0/0/1)

3. Bestäm för vilket/vilka x följande funktioner har extrempunkter med hjälp av derivata

- a) $f(x) = x^2 + 4x - 2$ (2/0/0)
- b) $f(x) = x^3 - 27x$ (2/0/0)
- c) $f(x) = \frac{1}{x} + x$ (2/1/0)
- d) $f(x) = e^{3x} - 10x$ (1/1/0)

4. Beräkna integralen

- a) $\int_0^1 3x^2 dx$ (2/0/0)
- b) $\int_1^2 x + x^2 - 1 dx$ (2/0/0)

c) $\int_0^3 e^{3x} dx$ (2/0/0)

d) $\int_0^2 2 \cdot \sqrt{x} dx$ (0/2/0)

e) $\int_1^2 \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} dx$ (0/3/0)

5. Andraderivatan för en funktion är $f''(x) = 4x + 2$ bestäm $f(x)$ om du vet att

- $f(x)$ har en extrempunkt i $x = 1$
- $f(x)$ skär y-axeln i $y = 5$

(0/1/2)

6. Bestäm x

a) $e^{3x} = 12$ (2/0/0)

b) $\int_0^x x^2 dx = \frac{8}{3}$ (0/2/0)

c) $\ln x + \ln 2 = \ln 6$ (2/0/0)

d) $\ln(x^2 - 5x) - \ln(x - 5) = \ln 7$ (0/3/0)

7. Skissa grafen till funktionen $f(x) = x^3 - 12x + 3$ algebraiskt

(2/1/0)

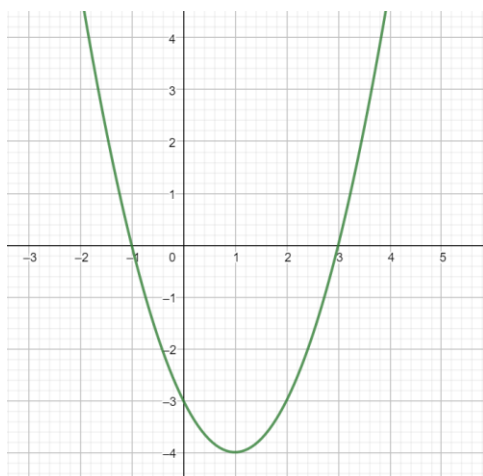
8. Bestäm samtliga vinklar inom intervallet $0 \leq v \leq 180$ för vilka $\sin v = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(utan miniräknare)

(3/0/0)

9. Grafen nedan visar derivatan av $f(x)$

a) $f(x)$ har två extrempunkter. Bestäm x för dessa extrempunkter. (2/0/0)

b) Bestäm också om punkterna är maximi- eller minimipunkter. (1/1/0)



10. Bestäm samtliga asymptoter till följande funktioner

a) $f(x) = \frac{1}{2x}$ (2/0/0)

b) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ (2/0/0)

c) $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ (1/1/0)

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$ (0/1/1)

e) $f(x) = \frac{1}{x} + x$ (0/1/1)

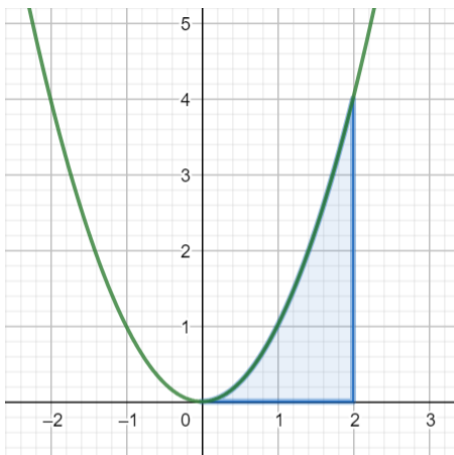
f) $f(x) = \frac{1}{2x} + x - 2$ (0/1/1)

11. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + x$ algebraiskt

(0/2/2)

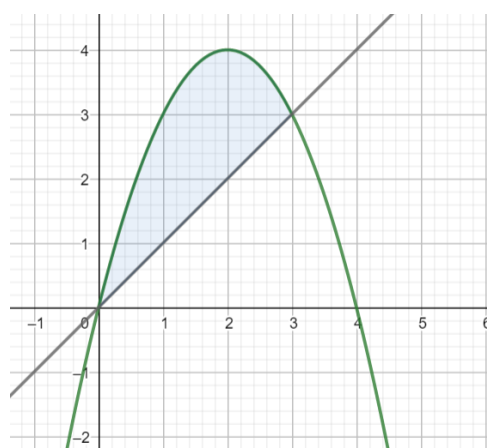
12. Bestäm arean av det markerade området

a) $f(x) = x^2$



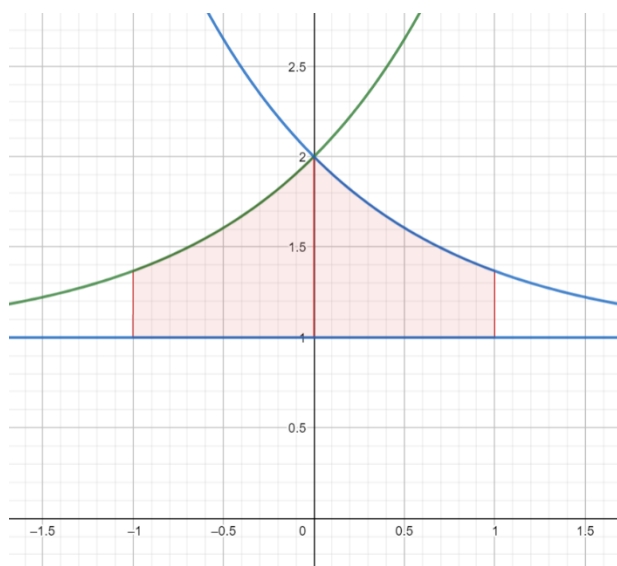
(2/0/0)

b) $f(x) = -x^2 + 4x$ $g(x) = x$



(0/3/0)

c) $f(x) = e^x + 1$ och $g(x) = e^{-x} + 1$



(0/2/1)

13. En tredjegradsfunktion $f(x)$ har följande egenskaper

- En extrempunkt i $x = 4$
- $f'(x)$ har en extrempunkt i $x = 2$

Bestäm x -koordinaten för den andra extrempunkten för $f(x)$

(0/0/2)

14. En låda är placerad inuti en kon. Konen har diametern 20 cm och höjden 40 cm. Vilken är den maximala volymen lådan kan anta?

(0/0/3)

15. Visa att $\frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (utan miniräknare)

(1/2/0)

16. Fysikern och kemisten Marie Curies anteckningsböcker har en stor mängd radioaktivt radium (nuklid 226) på sig. Därför förvaras dem i ett speciellt skåp i Frankrike för att ingen ska skadas av den farliga radioaktiviteten. Hastigheten i vilket mängden radiumkärnor minskar kan beskrivas enligt funktionen $r(t) = -\frac{10^{25} \cdot \ln 2}{1600} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t}$ där t är tiden i år räknat från 2021. Antalet radiumkärnor år 2021 ungefär 10^{25} st. Nutidens kärnfysiker menar att 99% av

radiumkärnorna måste försvinna innan böckerna kan visas för allmänheten igen. Hur lång tid kommer det ta?

(0/2/2)

Lösungsvorgang - Övningsprov - Prov 2

1. a) $f(x) = 4^x$ $f'(x) = \ln 4 \cdot 4^x$

b) $f(x) = 15^x$ $f'(x) = \ln 15 \cdot 15^x$

c) $f(x) = 3^{2x}$ $f'(x) = \ln 3 \cdot 2 \cdot 3^{2x}$

d) $f(x) = \frac{2e^{-3x}}{3}$ $f'(x) = \frac{-3 \cdot 2 \cdot e^{-3x}}{3} = -2e^{-3x}$

e) $f(x) = e^{\frac{x}{4}} + x^4 - 12x$ $f'(x) = \frac{e^{\frac{x}{4}}}{4} + 4x^3 - 12$

2. a) $f(x) = x^3 + 4x$ $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{4x^2}{2} + C = \frac{x^4}{4} + 2x^2 + C$

b) $f(x) = e^{4x} + 2$ $F(x) = \frac{e^{4x}}{4} + 2x + C$

c) $f(x) = 12x^3 + x - 1$ $F(x) = \frac{12x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - x + C = 3x^4 + \frac{x^2}{2} - x + C$

d) $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} = 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}$ $F(x) = \frac{2 \cdot x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{4x^{\frac{3}{2}}}{3} + C$

e) $f(x) = \frac{3}{x^2} = 3 \cdot x^{-2}$ $F(x) = \frac{3 \cdot x^{-2+1}}{-2+1} + C = \frac{3x^{-1}}{-1} + C = \frac{-3}{x} + C$

f) $f(x) = \frac{b \cdot e^{(a+1)x} + ax + a}{c} = \frac{be^{(a+1)x}}{c} + \frac{ax}{c} + \frac{a}{c}$

$F(x) = \frac{be^{(a+1)x}}{(a+1) \cdot c} + \frac{ax^2}{2c} + \frac{ax}{c} + K$

$$3. a) f(x) = x^2 + 4x + 2 \quad f'(x) = 2x + 4$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x + 4 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{Svar: } x = -2$$

$$b) f(x) = x^3 - 27x \quad f'(x) = 3x^2 - 27$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 = 27 \quad \text{Svar: } x = \pm 3$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$c) f(x) = \frac{1}{x} + x \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{x^2} + 1 = 0$$

$$1 = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{Svar: } x = \pm 1$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$d) f(x) = e^{3x} - 10x \quad f'(x) = 3e^{3x} - 10$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3e^{3x} - 10 = 0$$

$$3e^{3x} = 10$$

$$\ln e^{3x} = \ln\left(\frac{10}{3}\right)$$

$$3x = \ln\left(\frac{10}{3}\right)$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{10}{3}\right)}{3}$$

$$\text{Svar: } \frac{\ln\left(\frac{10}{3}\right)}{3}$$

4. a) $\int_0^1 3x^2 dx = [x^3]_0^1 = 1^3 - 0^3 = 1$ Svar: 1 a.e

b) $\int_1^2 x + x^2 - 1 dx = \left[\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - x \right]_1^2 = \left(\frac{4}{2} + \frac{8}{3} - 2 \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1 \right)$
 $= \frac{4}{2} + \frac{8}{3} - 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{12}{6} + \frac{16}{6} - \frac{12}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} + \frac{6}{6} =$
 $= \frac{17}{6}$ Svar: $\frac{17}{6}$ a.e

c) $\int_0^3 e^{3x} dx = \left[\frac{e^{3x}}{3} \right]_0^3 = \frac{e^{3 \cdot 3}}{3} - \frac{e^{3 \cdot 0}}{3} = \frac{e^9}{3} - \frac{1}{3} = \frac{e^9 - 1}{3}$
 Svar: $\frac{e^9 - 1}{3}$ a.e

d) $\int_0^2 2 \cdot \sqrt{x} dx = \left[\frac{4 \cdot x^{3/2}}{3} \right]_0^2 = \frac{4 \cdot 2^{3/2}}{3} = \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{3} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$
 Svar: $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ a.e

e) $\int_1^2 \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} dx$ Vi kan inte få primitiv funktion för
 $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ förenkla uttrycket först

$\int_1^2 x + 1 dx = \left[\frac{x^2}{2} + x \right]_1^2$

$= \left(\frac{2^2}{2} + 2 \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 1 \right)$
 $= 4 - \frac{1}{2} - 1 = 2.5$

Svar: 2,5 a.e

Polynomdivision

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = 1 \pm \sqrt{1 + 3}$
 $= 1 \pm \sqrt{4}$
 $= 1 \pm 2$

$x_1 = 1 - 2 = -1$

$x_2 = 1 + 2 = 3$

$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$

$\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 1)}{(x - 3)} = x + 1$

$$5. f''(x) = 4x + 2$$

$$f'(x) = \frac{4x^2}{2} + 2x + C = 2x^2 + 2x + C$$

$$2x^2 + 2x + C = 0$$

$$x^2 + x + \frac{C}{2} = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{C}{2}}$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{C}{2}}$$

$$= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1-2C}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{1-2C}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1-2C}{4} = \frac{9}{4}$$

$$1-2C = \frac{36}{4}$$

$$2C = 1 - \frac{36}{4} = -\frac{32}{4} = -8$$

$$C = -4$$

$$f'(x) = 2x^2 + 2x - 4$$

$$f(x) = \frac{2x^3}{3} + x^2 - 4x + D \quad \text{Störning i } y \quad f(0) = 5$$

$$f(0) = \frac{2 \cdot 0^3}{3} + 0^2 - 4 \cdot 0 + D = 5 \quad D = 5$$

$$\underline{f(x) = \frac{2x^3}{3} + x^2 - 4x + 5}$$

Detta ska ge
 en lösning som är $x=1$
 det ger att $\sqrt{\frac{1-2C}{4}} = \frac{3}{2}$
 eftersom $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$

$$6. a) e^{3x} = 12$$

$$\ln e^{3x} = \ln 12$$

$$3x = \ln 12$$

$$x = \frac{\ln 12}{3}$$

$$b) \int_0^x x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^x = \frac{x^3}{3} = \frac{8}{3}$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

$$c) \ln x + \ln 2 = \ln 6$$

$$\ln x \cdot 2 = \ln 6$$

$$\ln 2x = \ln 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$d) \ln(x^2 - 5x) - \ln(x - 5) = \ln 7$$

$$\ln \left(\frac{x^2 - 5x}{x - 5} \right) = \ln 7$$

$$\ln \left(\frac{x(x - 5)}{x - 5} \right) = \ln 7$$

$$\ln(x) = \ln 7$$

$$x = 7$$

$$7. f(x) = x^3 - 12x + 3 \quad \text{skörning}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

Undersök max/minpunkt

$$f''(x) = 6x$$

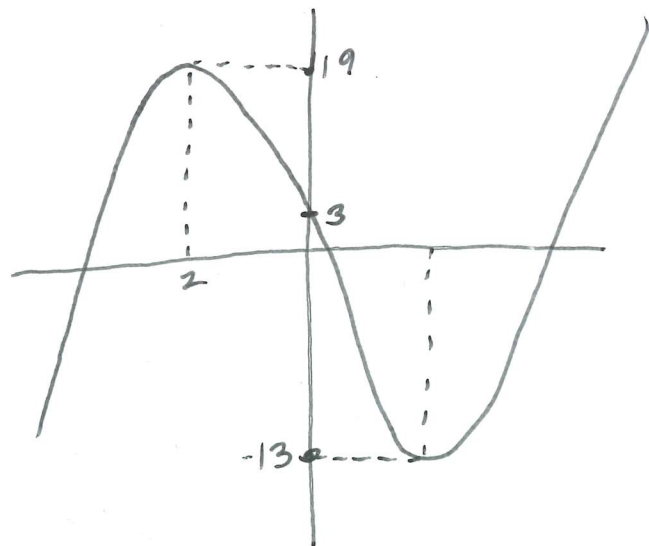
$$f''(2) = 6 \cdot 2 = 12 \text{ Minipunkt}$$

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 \text{ Maxipunkt}$$

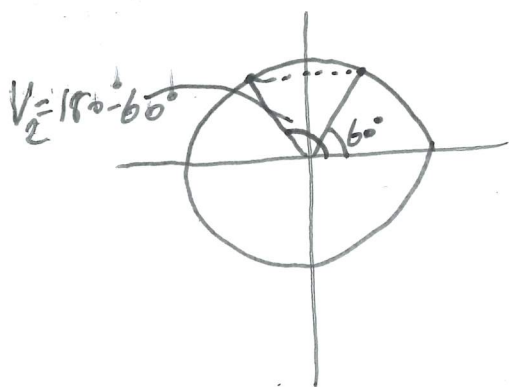
Undersök y-värde för extrempunkter

$$f(2) = 8 - 24 + 3 = -13$$

$$f(-2) = -8 + 24 + 3 = 19$$



8. $\sin V = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Titta i formelblad $\sin V = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ger $V_1 = 60^\circ$



$$\sin(180 - V) = \sin V$$

$$V_2 = 180 - 60$$

$$V_2 = 120^\circ$$

9. a) $x_1 = -1$, $x_2 = 3$

b) $x = -1$ ger en maximipunkt (från positiv lutning till neg)
 $x = 3$ ger en minimipunkt (från negativ lutning till pos)

10. a) $f(x) = \frac{1}{2x}$ Asymptoter: $x = 0$ $y = 0$

b) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ Asymptoter: $x = -1$ $y = 0$

c) $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ Asymptoter: $x = 0$ $y = 1$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$ Asymptoter: $x^2 + x = 0$ $y = 0$
 $x(x+1)$ Svar: $x_1 = 0$
 $x_2 = -1$

e) $f(x) = \frac{1}{x} + x$ Asymptoter: $x = 0$ $y = x$ — röt + linje

f) $f(x) = \frac{1}{2x} + x - 2$ Asymptoter: $x = 0$ $y = x - 2$ — röt + linje

$$11. f(x) = \frac{1}{x} + x \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 1$$

Extrempunkter

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{x^2} + 1 = 0$$

$$1 = \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Undersök andraderivation för
maximipunkter/minimipunkter

$$f''(x) = 2 \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{2}{x^3}$$

$$f''(1) = \frac{2}{1} = 2 \text{ Minimipunkt}$$

$$f''(-1) = \frac{2}{-1} = -2 \text{ Maximipunkt}$$

Undersök nollställena

$$f(x) = \frac{1}{x} + x = 0$$

$$\frac{1}{x} = -x$$

$$1 = -x^2$$

$$x^2 = -1 \text{ Saknar lösningar}$$

Asymptoter: $x = 0$

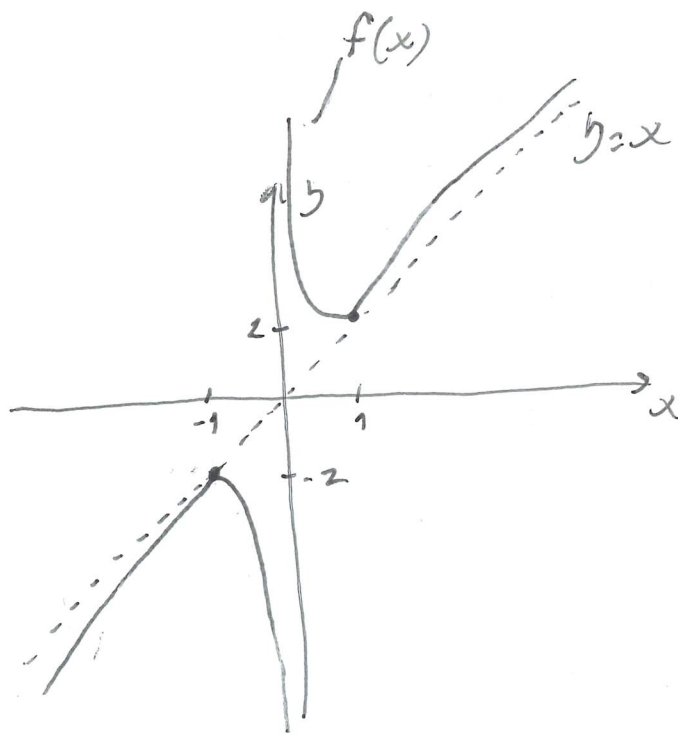
$y = x$ - röd linje

Undersök y -värdet för

extrempunkter

$$f(1) = \frac{1}{1} + 1 = 2$$

$$f(-1) = -\frac{1}{1} - 1 = -2$$



$$12. a) \int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{8}{3}$$

$$= \frac{8}{3} \text{ Svar: } \frac{8}{3} \text{ a.e}$$

$$b) \int_0^3 (-x^2 + 4x) dx - \int_0^3 x dx$$

$$\int_0^3 x dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^3 = \frac{9}{2}$$

$$\int_0^3 -x^2 + 4x dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^3 = -\frac{27}{3} + 18$$

$$= -9 + 18 = 9$$

$$9 - \frac{9}{2} = \frac{9}{2} \text{ Svar: } \frac{9}{2} \text{ a.e}$$

6) $\int_{-1}^0 e^x + 1 dx + \int_0^1 e^{-x} + 1 dx - 2$ (kvadraten under linjen $y=1$)

$$\int_{-1}^0 e^x + 1 dx = \int_0^1 e^{-x} + 1 dx \text{ Pga. Symmetri}$$

$$2 \cdot \int_{-1}^0 e^x + 1 dx = 2 \cdot [e^x + x]_{-1}^0 = 2((e^0 + 0) - (e^{-1} - 1)) = 2(1 - e^{-1} + 1)$$

$$= 2(2 - \frac{1}{e}) = 4 - \frac{2}{e}$$

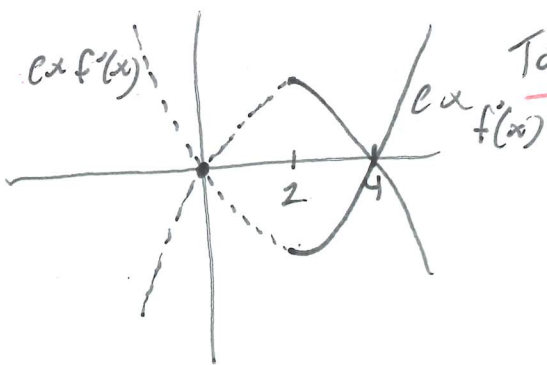
$$\int_{-1}^0 e^x + 1 dx + \int_0^1 e^{-x} + 1 dx - 2 = 4 - \frac{2}{e} - 2 = 2 - \frac{2}{e} = 2(1 - \frac{1}{e}) \text{ a.e}$$

13. En tredjegradsfunktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $f(x)$ har en extrempunkt i

$x=4$ $f'(4)=0$ Sen har $f'(x)$ en extrempunkt

i $x=2$ det är en andragradare



Tänkt symmetri för en andragradare

Symmetrilinjen ligger mellan
nollställena, därför måste
det andra nollstället $x=0$

$f(x)$ har en annan extrempunkt i $x=0$

Gör att lösa algebraiskt också se nästa sida

13. Algebraiskt En tredjegradsfunktion:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$\underline{f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c}$$

$$\underline{f''(x) = 6ax + 2b}$$

$$\underline{f(x) \text{ extrempunkt i } x=4} \quad \underline{f'(4) = 48a + 8b + c = 0}$$

$$\underline{f'(x) \text{ extrempunkt i } x=2} \quad \underline{f''(2) = 12a + 2b = 0}$$

$$f'(4) = 48a + 8b + c = 0 = 4(\underbrace{12a + 2b}_0) + c = 0$$

$$f''(2) = 12a + 2b = 0 \quad \leftarrow \quad \underline{4 \cdot 0 + c = 0 \quad c = 0}$$

$$12a + 2b = 0$$

$$2b = -12a$$

$$\underline{b = -6a}$$

$$\underline{f'(x) = 3ax^2 - 12ax}$$

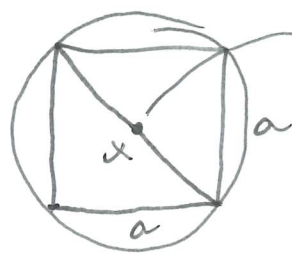
$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3ax^2 - 12ax = 0$$

$$x(3ax - 12a) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{Sen vet vi sen inman att} \\ x_2 = 4$$

Svar: Andra extrempunkterna ligger på $x = 0$
för $f(x)$

14. En lada i en kon, vi titrar på den uppifrån



Mittelpunkt kon

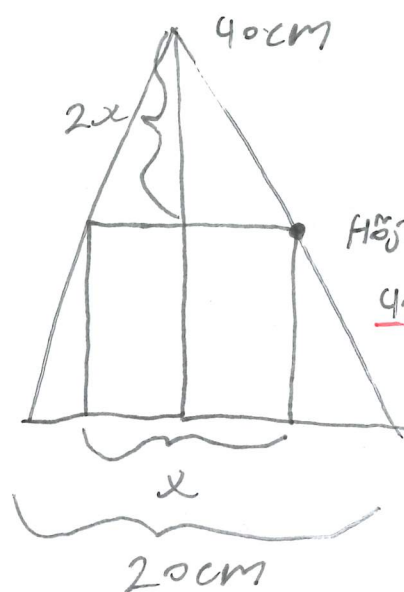
$$x^2 = a^2 + a^2$$

$$x^2 = 2a^2$$

$$x = \sqrt{2} \cdot a$$

Sidlängd a

Vi delar nu konen i två delar från mitten genom diagonallin



Höjden på ladan

$$40 - 2x$$

Volymfunktion

$$V(a) = a \cdot a (40 - 2x) = a^2 (40 - 2\sqrt{2} \cdot a) = 40a^2 - 2\sqrt{2}a^3$$

$$V'(a) = 80a - 6\sqrt{2}a^2 \quad V'(a) = 0 \Rightarrow 80a - 6\sqrt{2}a^2 = 0$$

$$a(80 - 6\sqrt{2}a) = 0$$

$$80 - 6\sqrt{2}a = 0$$

$$a = \frac{80}{6\sqrt{2}} = \frac{40}{3\sqrt{2}}$$

$$\text{Volymen: } \left(\frac{40}{3\sqrt{2}}\right)^2 \left(40 - 2\sqrt{2} \cdot \frac{40}{3\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{40}{3\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \left(40 - \frac{80}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{40}{3\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{40}{3}\right) \approx 1185 \text{ cm}^3$$

Svar: 1185 cm³

$$15. \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \left(\begin{array}{c} \text{Triangel} \\ \text{itabell} \end{array} \right) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \square$$

$$16. r(t) = -\frac{10^{25} \cdot \ln 2}{1600} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t} \quad \text{Detta är en hastighet}$$

därför söker vi $R(t)$ om vi ska räkna på antalet radiumkärnor

$$R(t) = \left(-\frac{10^{25} \cdot \ln 2}{1600} \right) \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t} + C = \frac{10^{25} \cdot \ln 2}{1600} \cdot \frac{1600}{\ln 2} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t} + C$$

$$= 10^{25} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t} + C$$

början (2021) $\Rightarrow R(0) = 10^{25} \cdot e^{\frac{\ln 2}{1600} \cdot 0} + C = 10^{25} + C = 10^{25}$

$C = 0$ 99% försvunna kärnor

$$R(t) = 10^{25} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t}$$

$$R(t) = 0,01 \cdot 10^{25}$$

Sök Vilket t + detta ger $\Rightarrow 0,01 \cdot 10^{25} = 10^{25} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t}$

$$0,01 = e^{-\frac{\ln 2}{1600} t}$$

$$\ln 0,01 = \ln e^{-\frac{\ln 2}{1600} t}$$

$$\ln 0,01 = -\frac{\ln 2}{1600} \cdot t$$

$$t = \frac{\ln 0,01}{\left(-\frac{\ln 2}{1600} \right)} = \frac{1600 \cdot \ln 0,01}{-\ln 2} = 10630,16$$

Svar: Ungefär 10630 år