Mahifi.se

Övningsprov 2 – Ma2b

1. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 16 = 0$

b) $x^2 + 4x - 21 = 0$

c) $x^2 - 5x = 0$

d) $2x^2 - 4x - 16 = 0$

e) $(x-4)^2 = 0$

f) $3x^2 + 10x + 12 = 2x^2 + 2x + 5$

g) $(2x+3)(x-5) = 0$ (6/2/0)

2. Bestäm a om

a) $(x+a)^2 = x^2 + 6x + 9$

b) $(x-a)^2 = x^2 - 10x + 25$

c) $(x+a)(x-a) = x^2 - 36$ (3/0/0)

3. Bestäm $f(-1)$ och $f(2)$ för funktionerna

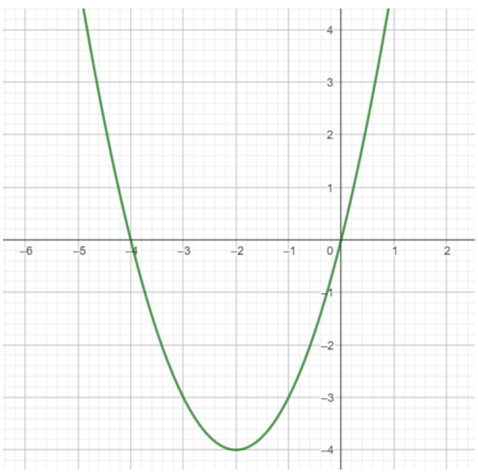
a) $f(x) = x^2 - 3x - 5$

b) $f(x) = 3x^2 + 6x + 1$

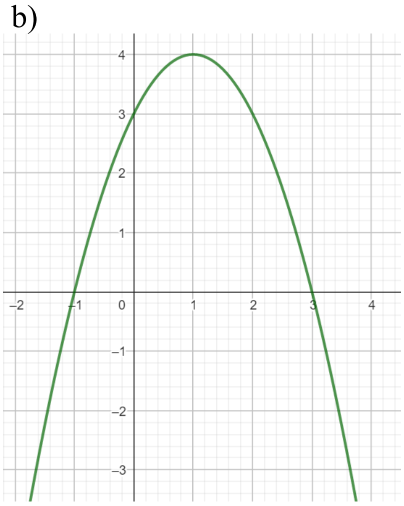
c) $f(x) = -2x^2 - 4x + 3$ (3/0/0)

4. Bestäm symmetrilinje, nollställen och extrempunkten för andragradsfunktionerna (6/0/0)

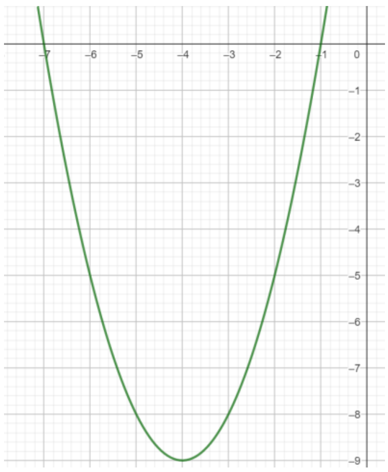
a)



b)



c)



5. Bestäm uttrycken på formen $(x + a)^2$

a) $x^2 - 10x + 25$

b) $x^2 + 12x + 36$

(2/0/0)

6. Utveckla och förenkla uttrycken

a) $(4x + 2)^2 - (4x - 4)(4x + 4)$

b) $(3a + 2b)^2 - (3a - 2b)^2$

c) $3(x^2 + 1) + (x^2 + 1)(x^2 - 1)$ (0/3/0)

7. En rät linje skär andragradsfunktionen $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ i $x = 1$ och $x = -1$. Bestäm ekvationen för den räta linjen.

(0/3/0)

8. Bestäm nollställen, symmetrilinje och extrempunkt för funktionerna

a) $f(x) = x^2 - 6x$

b) $f(x) = x^2 + 8x - 9$

c) $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$ (5/1/0)

9. Joakim ska sparka en fotboll så långt som han kan. Bollen går som en parabel och går att beskriva med funktionen $h(x) = -0{,}1x^2 + 1{,}5x$ där $h(x)$ är höjden och x är hur långt bollen färdats. Bestäm bollen högsta höjd och hur långt bollen kommer när den når marken efter sparken

(1/2/0)

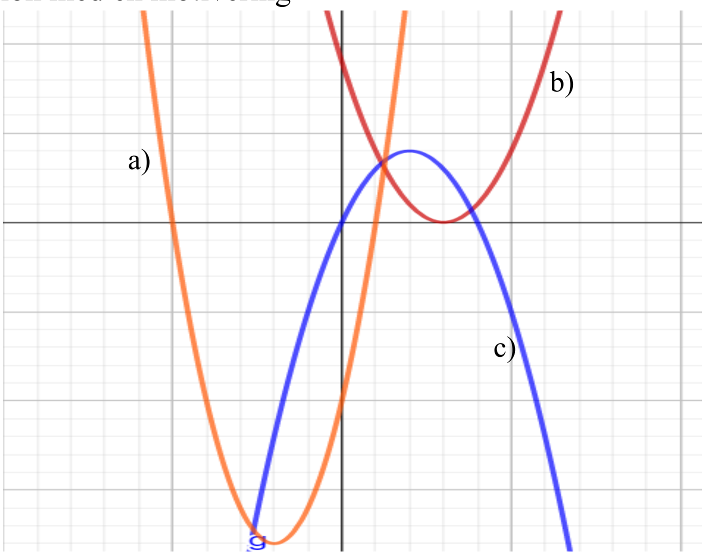
10. $f(x) = x^2 - 5x - 18$ och $g(x) = -x^2 - 5x$ skär varandra i två punkter. Bestäm koordinaterna för dessa punkter.

(0/3/0)

11. Para ihop rätt graf med rätt ekvation med en motivering

1. $f(x) = x^2 - 6x + 9$
2. $f(x) = -x^2 + 4x$
3. $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$

(2/1/0)



12. För en funktion $f(x)$ gäller följande

- $f(a)$ är ett nollställe för funktion
- $f(a-3)$ ger funktionens extremvärde

Bestäm $f(a-6)$

(0/1/1)

13. Förenkla uttrycket

$$\frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3}-\frac{x^2+x}{x^2-1}$$

(0/1/2)

14. Bestäm uttrycken på formen $a(b\text{x}+c)^2$

$$16x^2+16x+4$$

(0/1/1)

15. En funktion andragradsfunktion har följande samband

- $f(0)=-5$
- $f(2)=9$
- $f(-1)=-6$

Bestäm ekvationen för funktionen

(0/1/2)

16. För vilket/vilka värden på a har andragradsekvationen $2x^2+4ax+16=0$ enbart en lösning

(0/0/2)

17. Bestäm nollställena för samtliga andragradsfunktioner på formen

$f(x)=x^2-(b+1)x+b$ <u>algebraiskt</u>

(0/0/3)

18. En basketspelare ska kasta ett straffkast. I ett straffkast i basket står du 4,6 meter från korgen som sitter 3 meter upp från marken och man ska få bollen i korgen på ett kast. Bollen lämnar spelaren 2 meter över marken och han träffar korgen. Bollen når sin maxhöjd efter att den färdats 3,6 meter längst med marken. Hur högt blev kastet? Anta att kastet kan beskrivas som en parabel.

(0/0/3)

Lösningsförslag övningsprov 2

1. a) $x^2 - 16 = 0$

$x^2 = 16$

$x = \pm 4$

b) $x^2 + 4x - 21 = 0$

$x = \frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 21}$

$= -2 \pm \sqrt{4 + 21}$

$= -2 \pm 5$

$x_1 = 3$

$x_2 = -7$

c) $x^2 - 5x = 0$

$x(x-5) = 0 \quad x_1 = 0$

$x - 5 = 0$

$x_2 = 5, \quad x_1 = 0, x_2 = 5$

d) $2x^2 - 4x - 16 = 0$

Dela med 2 $\quad x^2 - 2x - 8 = 0$

$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$

$= 1 \pm \sqrt{1 + 8}$

$= 1 \pm 3 \quad x_1 = 4, x_2 = -2$

e) Två lösningsmetoder

1.

$(x-4)^2 = 0$

$(x-4)(x-4) = 0$ då $x = 4$ kommer parenteserna bli noll! Enda lösningen $x = 4$

2. $(x-4)^2 = 0$

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$x = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 16}$

$= 4 \pm \sqrt{16 - 16}$

$= 4 \pm 0 \quad x = 4$

f) $3x^2 + 10x + 12 = 2x^2 + 2x + 5$

$x^2 + 8x + 7 = 0$

$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7}$

$= -4 \pm \sqrt{16 - 7}$

$= -4 \pm 3 \quad x_1 = -1$

$x_2 = -7$

g) $(2x+3)(x-5) = 0$

Antingen är den ena parentesen noll eller den andra.

$2x + 3 = 0 \quad x_1 = -\frac{3}{2}$

$x - 5 = 0 \quad x_2 = 5$

2. a) $a=3$ b) $a=5$ c) $a=6$

3. a) $f(x)=x^2-3x-5$ $f(-1)=(-1)^2-3\cdot(-1)-5=1+3-5=-1$

$f(2)=2^2-3\cdot2-5=4-6-5=-7$

b) $f(x)=3x^2+6x+1$ $f(-1)=3\cdot(-1)^2+6\cdot(-1)+1=3-6+1=-2$

$f(2)=3\cdot2^2+6\cdot2+1=12+12+1=25$

c) $f(x)=-2x^2-4x+3$ $f(-1)=-2(-1)^2-4\cdot(-1)+3=-2+4+3=5$

$f(2)=-2\cdot2^2-4\cdot2+3=-8-8+3=-13$

4. a) Symmetrilinje: $x=-2$ nollställen: $x_1=0$ $x_2=-4$

extrempunkt: $(-2,-4)$

b) Symmetrilinjen: $x=1$ nollställen: $x_1=-1$ $x_2=3$

extrempunkt: $(1,4)$

c) Symmetrilinjen: $x=-4$ nollställen: $x_1=-7$ $x_2=-1$

extrempunkt: $(-4,-9)$

5. a) $(x-5)^2$ b) $(x+6)^2$

6. a) $(4x+2)^2-(4x-4)(4x+4)=16x^2+16x+4-(16x^2-16)=$

$=16x^2+16x+4-16x^2+16=16x+20$

b) $(3a+2b)^2-(3a-2b)^2=9a^2+12ab+4b^2-(9a^2-12ab+4b^2)$

$=9a^2+12ab+4b^2-9a^2+12ab-4b^2=24ab$

c) $3(x^2+1)+(x^2+1)(x^2-1)=3x^2+3+x^4-1=3x^2+2+x^4$

7. En rät linje $g(x) = kx + m$ $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

Sök punkterna: $f(1) = -(1)^2 + 4 \cdot 1 + 5 = -1 + 4 + 5 = 8$ Punkt $(1,8)$

$f(-1) = -(-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 5 = -1 - 4 + 5 = 0$ $(-1,0)$

Hitta k-värde: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-0}{1-(-1)} = \frac{8}{2} = 4$ $g(x) = 4x + m$

Hitta m-värde: $g(1) = 8$ $8 = 4 \cdot 1 + m$

$m = 4$ $g(x) = 4x + 4$

8. a) Sök nollställen: $f(x) = 0$ $x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = 6$

Symmetrilinje mellan nollställen:

$x = 3$

Extrempunkt: sätt in symmetrilinje i funktionen $f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$

Extrempunkt: $(3,9)$

b) Sök nollställen: $f(x) = 0$ $x^2 + 8x - 9 = 0$

$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 9}$

$= -4 \pm \sqrt{16 + 9}$

Symmetrilinje $= -4 \pm 5$ $x_1 = 1$ $x_2 = -9$

$x = -4$

Extrempunkt:

$f(-4) = (-4)^2 + 8 \cdot (-4) - 9 =$

$= 16 - 32 - 9 = -25$

$(-4, -25)$

c) Sök nollställen: $f(x) = 0$ $3x^2 - 12x - 15 = 0$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

Symmetrilinje $x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5}$

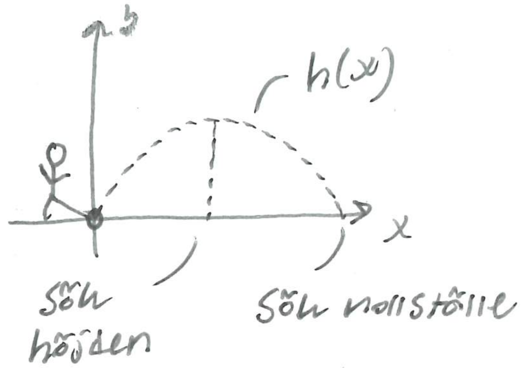
$x = 2$

$= 2 \pm 3$ $x_1 = 5$ $x_2 = -1$

Extrempunkt:

$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - 15 = 12 - 24 - 15 = -27$ $(2, -27)$

9.



$h(x) = -0,1x^2 + 1,5x$

$h(x) = 0 \quad -0,1x^2 + 1,5x = 0$

$x^2 - 15x = 0$

$x(x-15) = 0 \quad x_1 = 0$

$x_2 = 15$

Symmetrilinje: $x = 7,5$

Högsta punkten ger av y-värdet för symmetrilinjen $h(7,5) = -0,1 \cdot 7,5^2 + 1,5 \cdot 7,5$

$= 5,625$ Svar: 15 meter långt och 5,625 högt

10. $f(x) = x^2 - 5x - 18 \quad g(x) - x^2 - 5x$ de skär varandra då är $f(x) = g(x)$

$x^2 - 5x - 18 = -x^2 - 5x$

$2x^2 - 18 = 0$

$2x^2 = 18$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

Punkterna: få ut y-koordinat $g(3) = -(3)^2 - 5 \cdot 3 =$

$= -24$ Punkt $(3, -24)$

$g(-3) = -(-3)^2 - 5 \cdot (-3) =$

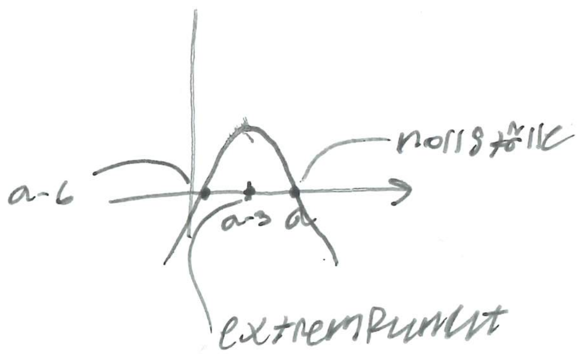
$= 6$ Punkt $(-3, 6)$

11. 1-b) eftersom den skär y i $y = 9$

2-c) eftersom den skär y i $y = 0$

3-a) eftersom den skär y i $y = -10$

12. Skissa upp problemet!



a-6 måste vara ett nollställe eftersom den har samma avstånd från extrempunkten som a

$f(a-6) = 0$

13. $$\frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3} - \frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{\cancel{3}(x^2+2x+1)}{\cancel{3}(x^2-1)} - \frac{x(x+1)}{x^2-1}$$

$$= \frac{(x+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} - \frac{x\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} = \frac{x+1}{(x-1)} - \frac{x}{(x-1)} = \frac{x+1-x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

14. $16x^2+16x+4 = 4(4x^2+4x+1) = 4(2x+1)^2$

15. En andragradsfunktion: $f(x) = ax^2+bx+c$

$f(0) = a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c = -5 \qquad c=-5$

$f(2) = a\cdot 2^2 + b\cdot 2 - 5 = 9 \qquad f(-1) = a\cdot(-1)^2 + b(-1) - 5 = -6$

$4a+2b=14 \qquad a-b=-1$

Två ekvationer; Ekvationssystem!

$$\begin{cases} 4a+2b=14 & \text{I} \\ a-b=-1 & \text{II} \end{cases}$$

II $a-b=-1$
$a=-1+b$

I $4a+2b=14$
$4(-1+b)+2b=14$
$-4+4b+2b=14$
$6b=18$
$b=3$

II $a-b=-1$
$a-3=-1$
$a=2$

Svar: $f(x) = 2x^2+3x-5$

16. $2x^2+4ax+16=0$ Enbart en lösning

$x^2+2ax+8=0$

$x = -\frac{2a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2a}{2}\right)^2 - 8}$

$= -a \pm \sqrt{a^2-8}$

En lösning så ska a^2-8 vara lika med noll!

$a^2-8=0$

$a^2=8$

$a=\pm\sqrt{8}$

17. $f(x) = x^2 - (b+1)x + b$ Vi söker nollställen! Sätt $f(x)=0$. Lös ekvation

$$x^2 - (\overbrace{b+1}^{p})x + b = 0$$

$$x = \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b+1}{2}\right)^2 - b}$$

Kvadreringsregel!

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2+2b+1}{4} - b}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2+2b+1}{4} - \frac{4b}{4}}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2-2b+1}{4}}$$

$(b-1)^2$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{(b-1)^2}{4}}$$

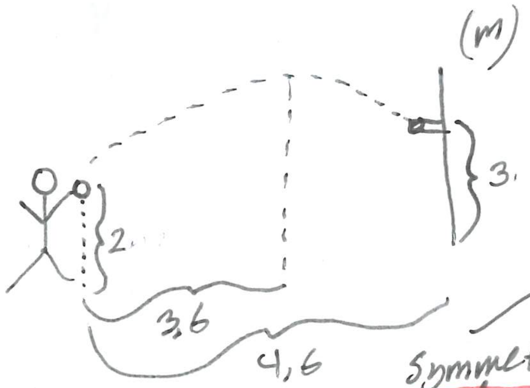
$$= \frac{b+1}{2} \pm \frac{b-1}{2}$$

$$x_1 = \frac{b+1}{2} + \frac{b-1}{2} = \frac{2b}{2} = b$$

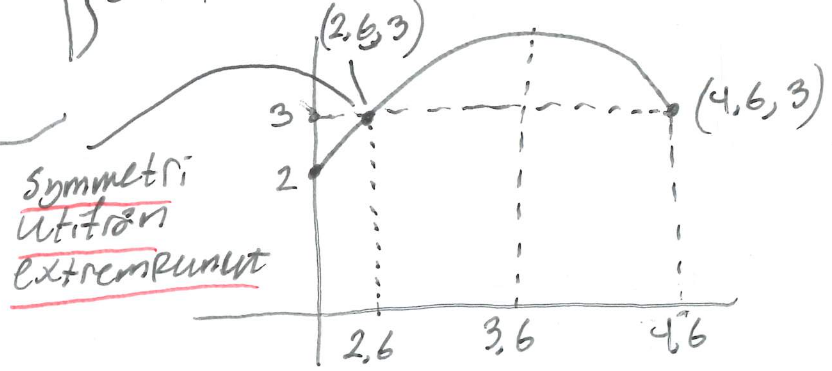
$$x_2 = \frac{b+1}{2} - \frac{(b-1)}{2} = \frac{b+1-b+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Alltid en lösning som ger $x=1$ $\square$

18



Beskriv med en parabel



Vi har då två punkter och vet när funktionen skär y-axeln

$$f(x) = ax^2 + bx + 2$$

$$f(2{,}6) = a \cdot 2{,}6^2 + b \cdot 2{,}6 + 2 = 3$$

$$f(4{,}6) = a \cdot 4{,}6^2 + b \cdot 4{,}6 + 2 = 3$$

Ekvationsystem: $\begin{cases} a\cdot 2{,}6^2+b\cdot 2{,}6+2=3 & \text{I} \\ a\cdot 4{,}6^2+b\cdot 4{,}6+2=3 & \text{II} \end{cases}$

I $2.6^2a+2{,}6b=1$

$6{,}76a+2{,}6b=1$

$6{,}76a=1-2.6b$

$a=\dfrac{1-2.6b}{6.76}$

II $4{,}6^2a+4{,}6\cdot b=1$

$21{,}16a+4{,}6b=1$

$21{,}16\cdot\left(\dfrac{1-2{,}6b}{6{,}76}\right)+4{,}6b=1$

$\dfrac{21{,}16-55b}{6{,}76}+4{,}6b=1$

$3{,}13-8{,}13b+4{,}6b=1$

$-3{,}53b=-2{,}13$

$b=0{,}6$

I $2.6^2a+0{,}6\cdot 2{,}6=1$

$a=\dfrac{1-0{,}6\cdot 2.6}{2{,}6^2}\approx -0{,}083$

$f(x)=-0{,}083\cdot x^2+0{,}6b+2$

Högsta punkten: $f(3{,}6)=-0{,}083\cdot 3{,}6^2+0{,}6\cdot 3{,}6+2=3{,}08$

Svar: 3,08 meter!