

Övningsprov 2 – Grundläggande uppgifter

1. Utveckla uttrycken med kvadrerings- eller konjugatregeln

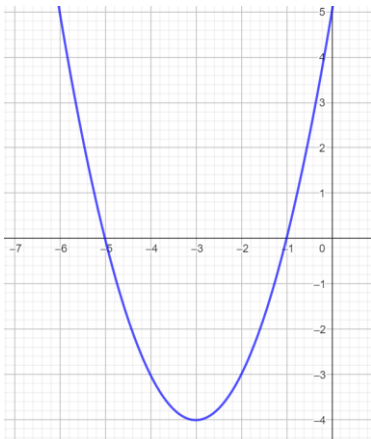
- a) $(x + 1)^2$
- b) $(x + 2)(x - 2)$
- c) $(x - 1)^2$
- d) $(x + 4)^2$
- e) $(x - 6)^2$
- f) $(x + 4)(x - 4)$

2. Lös ekvationerna

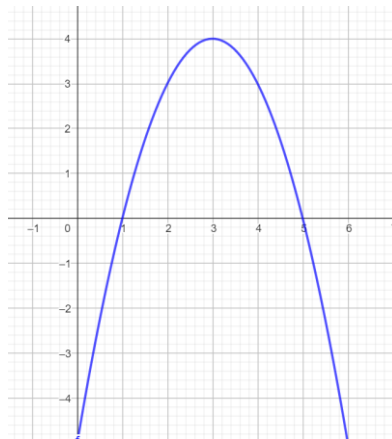
- a) $x^2 = 100$
- b) $x^2 - 25 = 0$
- c) $x^2 - 3x = 0$
- d) $x^2 = -9x$
- e) $x^2 - 2x - 8 = 0$
- f) $x^2 + 6x + 5 = 0$
- g) $2x^2 - 12x + 10 = 0$
- h) $x^2 - 3x + 9 = 3x$

3. Bestäm symmetrilinje, nollställan och extremvärde för följande funktioner

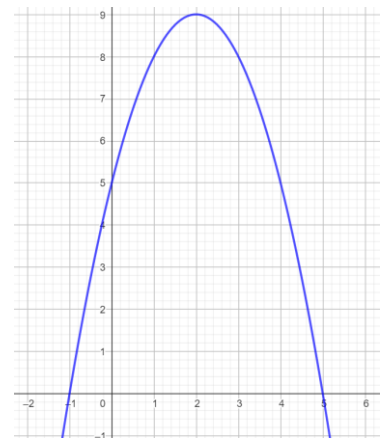
a)



b)



c)



4. Bestäm följande funktionsvärden för funktionen $f(x) = x^2 + 3x + 1$

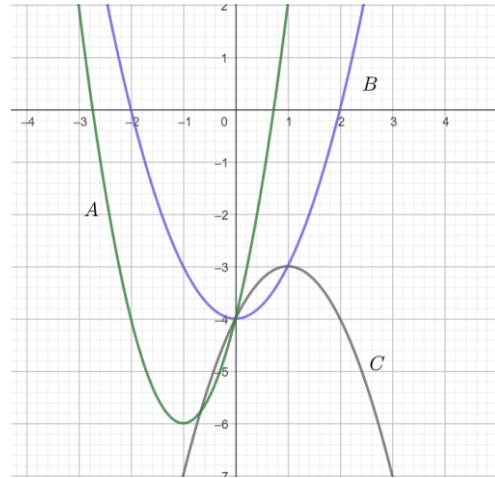
- a) $f(3)$
- b) $f(-1)$
- c) $f(5)$
- d) $f(-2)$

5. För vilka x -värden har funktionen $f(x) = x^2 - 4x$

- a) $f(x) = 5$
- b) $f(x) = 21$

6. Para ihop följande funktioner med graferna A, B, C

- 1. $f(x) = x^2 - 4$
- 2. $g(x) = -x^2 + 2x - 4$
- 3. $h(x) = 2x^2 + 4x - 4$



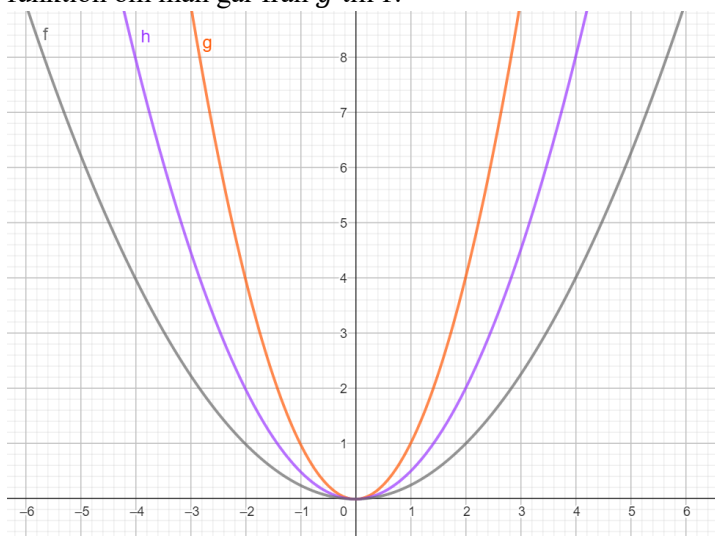
7. Bestäm talet a om följande samband gäller

- a) $(x + 4)^2 = x^2 + ax + 16$
- b) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - a$
- c) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + ax + 9$
- d) $(3x - 5)^2 = 9x^2 - ax + 25$

8. Bestäm funktionernas nollställen symmetrilinje och extremvärde

- a) $f(x) = x^2 - 8x - 9$
- b) $f(x) = 2x^2 + 8x - 10$

9. Nedan ser du tre funktioner på formen $f(x) = ax^2$. Växer eller minskar talet a för respektive funktion om man går från g till f ?



10. Joakim påstår att funktionen $f(x) = x^2 - 6x$ har en symmetrilinje som är $x = 3$. Visa att han har rätt.

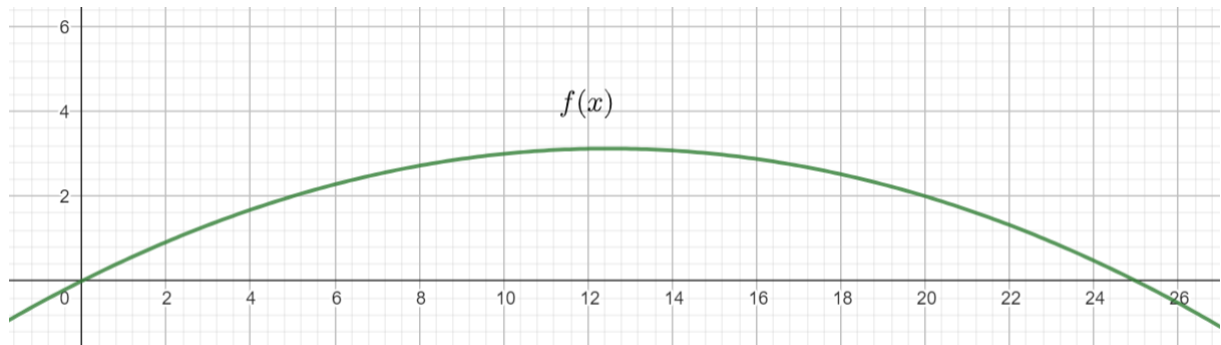
11. Har funktionerna en maximipunkt eller en minimipunkt?

a) $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$

b) $f(x) = -x^2 + x - 100$

c) $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + 1$

12. Joakim kastar en boll som går att beskriva med hjälp av följande graf. Där $f(x)$ är höjden över marken och x hur långt bollen färdats.



a) Hur högt når bollen?

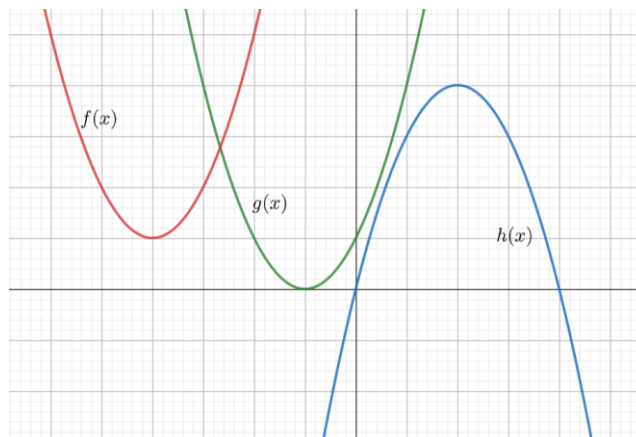
b) Hur långt når bollen?

13. Astrid menar att Joakim gör fel när han skriver upp lösningen till följande ekvation
 $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 8}$$

Förklara vad Joakim gör för fel och lös ekvationen rätt

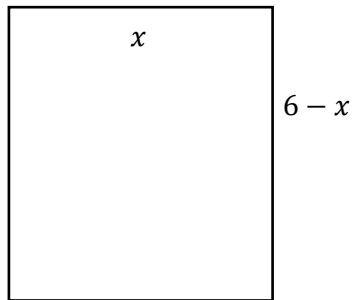
14. Nedan ser du tre grafer till tre olika funktioner. Bestäm vilken funktion som har 2 nollställen, 1 nollställe och inget nollställe



15. En ekvation har lösningarna $x = -1$ och $x = 5$ om man kan lösa ekvationen på följande sätt med PQ-formeln

$$x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + a}$$

- Bestäm talet a
 - Bestäm ekvationen på formen $x^2 + px + q = 0$
16. Joakim kastar en boll som i en rörelse av en parabel. Joakim observerar att bollrörelsen kan beskrivas med funktionen $f(x) = -0,1x^2 + 2x + 2,1$ där $f(x)$ är höjden på bollen och x är längden som bollen färdas.
- Hur högt ovanför marken lämnar bollen Joakims hand?
 - Hur långt färdas bollen?
17. Skriv följande uttryck på formen $(a + b)(a - b)$, $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ eller konstatera att det inte går att faktorisera
- $x^2 - 8x + 16$
 - $4x^2 - 9$
 - $9x^2 + 6x + 1$
 - $2x^2 + 6x + 9$
 - $9x^2 + 16$
 - $16x^2 - 16x + 4$
18. Joakim påstår arean för den här kvadraten förändras beroende på vilket x man sätter in. Bestäm den största arean som triangeln kan anta.



19. En andragsgradsfunktion har följande egenskaper
- Nollställena i $x = 2$ och $x = 10$
 - Största värdet för funktionen är 20.
- Bestäm funktionens symmetrilinje
 - Bestäm koordinaterna för funktionens maximipunkt

- a) Bestäm symmetrilinjen för funktionen $h(x)$ som definieras som $h(x) = f(x) + g(x)$ där $f(x) = x^2 - 10x - 2$ och $g(x) = x^2 - 2x - 8$
- b) Bestäm också koordinaterna för funktionens extrempunkt

Övningsprov 2 - Grundläggande uppgifter

1. a) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ b) $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

c) $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ d) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

e) $(x-6)^2 = x^2 - 12x + 36$ f) $(x+4)(x-4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$

2. a) $x^2 = 100$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$$

$$x = \pm 10$$

b) $x^2 - 25 = 0$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

c) $x^2 - 3x = 0$

$$x(x-3) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x-3 = 0 \quad x_2 = 3$$

d) $x^2 = -9x$

$$x^2 + 9x = 0$$

$$x(x+9) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x+9 = 0 \quad x_2 = -9$$

e) $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1+8}$$

$$= 1 \pm \sqrt{9}$$

$$= 1 \pm 3$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

f) $x^2 + 6x + 5 = 0$

$$x = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$= -3 \pm \sqrt{4}$$

$$= -3 \pm 2 \quad x_1 = -1$$

$$x_2 = -5$$

g) $2x^2 - 12x + 10 = 0$ Dela med 2

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{4}$$

$$= 3 \pm 2 \quad x_1 = 5$$

$$= 3 \pm 2 \quad x_2 = 1$$

h) $x^2 - 3x + 9 = 3x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 9}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-9}$$

$$= 3 \pm 0 \quad x_1 = 3$$

Bara ett svar!

3. a)

Symmetrilinje: $x = -3$

Nollställen: $x_1 = -1, x_2 = -5$

Extremvärde: $y = -4$

b) Symmetrilinje: $x = 3$

Nollställen: $x_1 = 1, x_2 = 5$

Extremvärde: $y = 4$

c) Symmetrilinje: $x = 2$

Nollställen: $x_1 = -1, x_2 = 5$

Extremvärde: $y = 9$

$$4. a) f(x) = x^2 + 3x + 1 \quad f(3) = 3^2 + 3 \cdot 3 + 1 = 19$$

$$b) f(-1) = (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 1 = -1 \quad c) f(5) = 5^2 + 3 \cdot 5 + 1 = 41$$

$$d) f(-2) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 1 = -1$$

$$5. f(x) = x^2 - 4x$$

$$a) f(x) = 5 \quad x^2 - 4x = 5 \\ x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5} \\ = 2 \pm \sqrt{9} \\ = 2 \pm 3 \quad x_1 = 5 \\ x_2 = -1$$

$$b) f(x) = 21 \\ x^2 - 4x = 21 \\ x^2 - 4x - 21 = 0 \\ x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 21} \\ = 2 \pm \sqrt{25} \\ = 2 \pm 5 \quad x_1 = 7 \quad x_2 = -3$$

6. 1-B

2-C

3-A

7. a) $a=8$ c) $a=12$

b) $a=9$ d) $a=30$

$$8. a) f(x) = x^2 - 8x - 9 \quad f(x) = 0 \quad x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$x = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 9}$$

\ Ges Symmetrilinien

$$= 4 \pm \sqrt{25}$$

$$= 4 \pm 5 \quad x_1 = 9, x_2 = -1$$

Nullstellen

Symmetrilinien $x=4$

Extremwerte ges an

$$f(\text{Symmetrilinie}) = f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 - 9$$

$$= -25$$

$$b) f(x) = 2x^2 + 8x - 10 \quad f(x) = 0 \quad 2x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$2x^2 + 8x - 10 = 0 \quad x = \frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5}$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad \text{Symmetrilinie}$$

$$= -2 \pm \sqrt{9}$$

$$x = -2 \pm 3 \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -5$$

Extremwerte: $f(-2) =$

$$= 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) - 10 = -18$$

9. a minskar från $g \rightarrow f$

10. $f(x) = x^2 - 6x$ Symmetrilinjen ligger mellan nollstörtena

$$f(x) = 0 \quad x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x_2 = 6$$

Symmetrilinjen ligger mellan 0 och 6
alltså $x = 3$ $\square$

11. a) Minipunkt $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$

b) Maxipunkt

$\hookrightarrow 3 > 0$ alltså minipunkt

c) Minipunkt

12. a) ≈ 3 meter

b) ≈ 25 meter

13. Joakim gör inget teckenbyte
när han löser med pq-formeln.

Han ska istället göra

14. $f(x)$ saknar nollstörten $x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$

eftersom funktionen

$$= 1 \pm \sqrt{1+8}$$

aldrig ger ett $y = 0$

$$= 1 \pm 3 \quad x_1 = 4, x_2 = -2$$

$g(x)$ har ett nollstörte

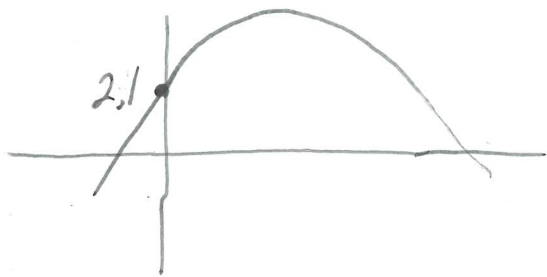
$h(x)$ har två nollstörten

15. a) $2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + a}$ ska ge $x_1 = -1 \quad x_2 = 5$

$$2 \pm \sqrt{4+a} \quad \sqrt{4+a} = 3 \quad a = 5$$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$

16.



a) $f(0) = -0,1 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 2,1 = 2,1$
 Bollen lämnar Jockims hand vid 2,1 meter

b) Sätt $f(x) = 0$ och lös ekvationen

$$-0,1x^2 + 2x + 2,1 = 0 \quad \text{Dela med } -0,1$$

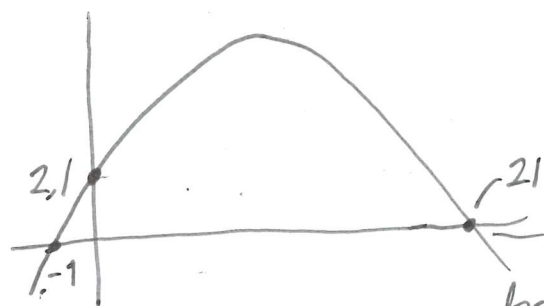
$$x^2 - 20x - 21 = 0$$

$$x = \frac{20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 + 21}$$

$$= 10 \pm \sqrt{100 + 21}$$

$$= 10 \pm \sqrt{121}$$

$$= 10 \pm 11 \quad x_1 = 21 \\ x_2 = -1$$



— så långt kommer bollen!

Svar: 21 meter

17. a) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$ b) $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

c) $9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2$ d) $2x^2 + 6x + 9$ gör inte att faktorisera

e) $9x^2 + 16$ gör inte att faktorisera f) $16x^2 - 16x + 4 = (4x - 2)^2$

18. Area rektangel: basen $\cdot$ höjden: $x \cdot (6 - x) = A(x)$

$$6x - x^2 = A(x)$$

Sök nollställena: $6x - x^2 = 0$

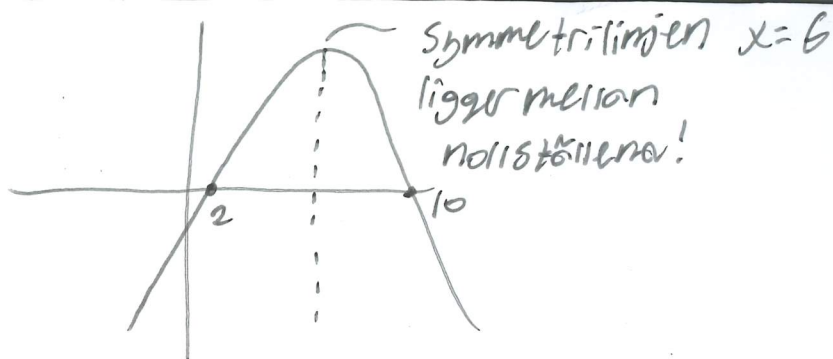
$$x(6 - x) \quad x_1 = 0 \\ x_2 = 6$$

Symmetrilinjen ger största värdet!

$$x = 3 \quad \text{sätt in 3 i } A(x)$$

$$A(3) = 6 \cdot 3 - 3^2 = 9 \quad \text{Svar: 9 a.e}$$

19. a)



b) (6, 20)

20. $h(x) = f(x) + g(x)$ $f(x) = x^2 - 10x - 2$
 a) $g(x) = x^2 - 2x - 8$

$$h(x) = x^2 - 10x - 2 + x^2 - 2x - 8 = 2x^2 - 12x - 10$$

Sätt $h(x) = 0$ $2x^2 - 12x - 10 = 0$ *Delar med 2*

$$x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \left(\frac{6}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 5}$$

↙ Symmetrilinjen $x=3$

b) Sätt in symmetrilinjen i $h(x)$ $h(3) = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 - 10 = -28$
 för att få extremvärde

Svar: (3, -28)