

Övningsprov 1 – Ma1c

1. Beräkna

a) $2(3 + 2^2) - 4$

(1/0/0)

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$

(1/0/0)

c) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{2}} + 1$

(1/0/0)

d) $\frac{10^2}{5} \cdot \frac{50}{10^3} \cdot \frac{10}{2}$

(1/0/0)

e) $\frac{9}{4}/5 + \frac{1}{2}$

(1/0/0)

f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$

(1/0/0)

g) $\frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10})}{2}$

(2/0/0)

h) $\frac{4 \cdot 2^{20}}{(4^2)^9}$

(1/1/0)

2. Förenkla uttrycken

a) $-3(x + 4) + 2x$

(1/0/0)

b) $5(x + 2) - (4x + 2) + 2x$

(1/0/0)

c) $(x + 5)(x - 3)$

(1/0/0)

d) $x^2(y + x) - y(y^3 + 3x)$

(2/0/0)

e) $(x^4 \cdot x^2)^2 \cdot (xy)^2 \cdot (y^2)^3$

(1/1/0)

f) $\frac{x^4 \cdot y^2 \cdot z^8}{x^3 \cdot y^2 \cdot z^{-2}}$

(1/1/0)

g) Skriv som en potens $2 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x + 4 \cdot 3^x$

(0/3/0)

h) Skriv följande uttryck i enbart x om du vet att $x + y = 6$

$(2x + y) - (2x + 2y) + y$

(0/2/0)

3. Lös ekvationerna

a) $2(x + 6) + 3 = 16$

(1/0/0)

b) $\frac{x^2}{2} = 8$

(1/0/0)

c) $3x^2 + 4x - 16 - x^2 = 2x + 2x^2$

(2/0/0)

d) $\frac{2x+2}{5} = \frac{3x+1}{3}$

(0/2/0)

e) $(2x + 2)(x + 4) = (9 + x)(x + 1)$

(1/1/0)

f) $\sqrt{4x} \cdot \sqrt{x} = 44$

(0/2/0)

g) $\frac{8^x \cdot 2^x}{2^{x+1}} = 4^{12}$

(0/1/1)

4. Skriv följande tal i grundpotensform

a) 180000000

b) 17600000000

c) 0,0000000043

d) 0,00000231

(4/0/0)

5. Skriv om utan prefix

a) 15megameter

b) 32pikometer

c) 230terahertz

(3/0/0)

6. Summan av tre på varandra följande heltal är 42. Vilket är det första talet?

(0/2/0)

7. Joakim tänker på två olika tal. Summan av talen är 12 och differensen av talen är 2.

Vilka är talen? (Prövning ger inga poäng)

(0/1/1)

8. Skriv följande potensuttryck i basen som är i parentes bredvid uttrycket

a) $2^x \cdot 4^x$ (basen 2)

(2/0/0)

b) $\frac{3^{5x}}{9^{2x}}$ (basen 3)

(1/1/0)

c) $9^{6x} \cdot 2^{24x}$ (basen 12)

(0/2/0)

9. Ett tal har egenskapen att om man adderar talet i kvadrat till talet får man en summa som är 400% större än ursprungstalet. Vilket tal har den egenskapen? (prövning ger inga poäng)

(0/1/1)

10. a) I Joakimköping beräknas befolkningen minska med 5% varje år i 10 år från 2022. Skriv ett uttryck som beskriver den förändringen om befolkningen var x från början.

- b) Befolkningen förväntas sedan öka med 7% varje år i 5 år från 2032. Skriv ett uttryck som beskriver förändringen under samtliga 15 år.

(0/3/0)

11. Joakim ska investera i en aktie. Aktien minskade i värde under 3 år i genomsnitt med 6% per år. Därefter ökade fonden med 6% varje år i 3 år.

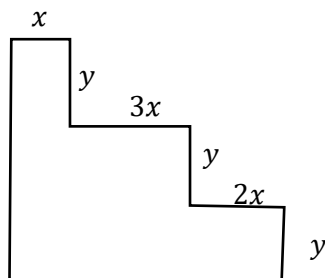
- a) Hur mycket var aktien värd efter dessa 6 år?
b) Hur mycket måste aktien öka eller minska procentuellt det sjunde om den ska återgå till sitt ursprungliga värde?

(0/3/0)

12.

- a) Bestäm ett algebraiskt uttryck för omkretsen respektive arean för den geometriska figuren.

- b) Bestäm arean om du vet att $xy = 10$



(1/3/0)

13. Vilket tal ska stå i den tomma rutan?

$3x$	$\frac{3y}{2}$	$\frac{\sqrt{x}}{y^2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	?

(0/1/1)

14. Joakim och hans son ska iväg på ett barnkalas 8 km bort och tänkte cykla. Joakims son är liten och kan därför inte cykla snabbare än 8 km/h. Första halvan av sträckan cyklar de i Joakims

sons takt och sedan lägger Joakim en hand om sonens rygg och hjälper till med mer fart den sista halvan. De kom fram efter 45 minuter. Hur mycket ökade hastigheten den sista halvan på sträckan?

(0/1/1)

15. På en buss sitter ett antal personer. På hållplats A går $\frac{1}{4}$ av bussen passagerare av samtidigt som det stiger på 6 personer. På hållplats B stiger det av $\frac{1}{2}$ av bussen passagerare och samtidigt stiger det på 7 personer. På hållplats C stiger $\frac{1}{5}$ av och ingen stiger på och kvar på bussen är 17 personer. Hur många var på bussen inför stoppet på hållplats A?

(0/1/1)

16. Skriv följande fyra potensuttryck i storleksordning med den minsta först. Motivera matematiskt!

$$\frac{2^{4000}}{3^{2000}}, \frac{9^{1000}}{4^{2000}}, (2^{-1} \cdot 3)^{4000}, \left(\frac{10^2}{12^2}\right)^{1000}$$

(0/0/2)

17. Joakim och hans kompis Pelle ska cykla och bada. Joakim bor 10km längre ifrån stranden än Pelle. Joakim börjar cykla vid 10.00 och Pelle börjar cykla vid 11.30 Joakim cyklar med en hastighet på 20 km/h och Pelle cyklar med en hastighet på 30 km/h. De kommer fram samtidigt.

- a) Hur lång tid tog det för Joakim att cykla?
b) Hur långt är det till stranden för Joakim?

(0/1/2)

18. Visa att talet 2^{64} går att skriva på formen a^a där a är ett heltal.

(0/0/2)

Lösungsfortsetzung Übungsprov 1

1. a) $2(3+2^2)-4 =$

$$= 2(3+4) - 4$$

$$= 2 \cdot 7 - 4$$

$$= 10$$

Priorisierungsregel!

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{10} = \frac{10}{30} + \frac{3}{30} = \frac{13}{30}$

c) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{2}} + 1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{7} + 1 = \frac{8}{21} + 1 = \frac{8}{21} + \frac{21}{21} = \frac{29}{21}$

d) $\frac{10^2}{5} \cdot \frac{50}{10^3} \cdot \frac{10}{2} =$

$$= \frac{10^2 \cdot 50 \cdot 10}{5 \cdot 10^3 \cdot 2} = \frac{10^3 \cdot 50}{10^3 \cdot 10} = \frac{50}{10}$$

$$= 5$$

e) $\frac{9}{4} / 5 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4} / \frac{5}{1} + \frac{1}{2} =$

$$= \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{20} + \frac{1}{2} = \frac{9}{20} + \frac{10}{20}$$

$$= \frac{19}{20}$$

f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

regel $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

g) $\frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10})}{2} = \frac{(\frac{5}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10})}{2}$

$$= \frac{\frac{8}{10}}{2} = \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

h) $\frac{4 \cdot 2^{20}}{(4^2)^9} = \frac{4 \cdot (2^2)^{10}}{4^{18}} = \frac{4 \cdot 4^{10}}{4^{18}} = \frac{4^{11}}{4^{18}} = 4^{-7} = \frac{1}{4^7}$ — Stanno där!

2. a) $-3(x+4) + 2x = -3x - 12 + 2x$
 $= -x - 12$

b) $(x+5)(x-3) = x^2 - 3x + 5x - 15$
 $= x^2 + 2x - 15$

c) $(x^4 \cdot x^2)^2 \cdot (xy)^2 \cdot (y^2)^3 =$

$$= (x^6)^2 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y^6 = x^{12} \cdot x^2 \cdot y^8 = x^{14} \cdot y^8$$

b) $5(x+2) - (4x+2) + 2x =$

$$= 5x + 10 - 4x - 2 + 2x =$$

$$= 3x + 8$$

d) $x^2(y+x) - y(y^3+3x) =$

$$= x^2y + x^3 - y^4 - 3xy$$
 — Stanno där!

$$f) \frac{x^4 \cdot y^2 \cdot z^8}{x^3 \cdot y^2 \cdot z^2} = x^{4-3} \cdot y^{2-2} \cdot z^{8-(-2)} = x \cdot 1 \cdot z^{10} = x \cdot z^{10}$$

$$g) 2 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x + 4 \cdot 3^x = [\text{Addera ihop alla}] = 9 \cdot 3^x = 3^2 \cdot 3^x = 3^{x+2}$$

$$h) (2x+y) - (2x+2y) + y, \quad x+y=6$$

$$y=6-x \quad \text{Ersätt } y \text{ med } 6-x$$

$$(2x+(6-x)) - (2x+2(6-x)) + (6-x) = x+6 - (2x+12-2x) + 6-x$$

$$= x+6 - 2x - 12 + 2x + 6 - x = 0$$

$$3. \quad 2(x+6) + 3 = 16$$

$$2x+12=13$$

$$2x=1$$

$$x=\frac{1}{2}$$

$$b) \quad 2 \cdot \frac{x^2}{4} = 8 \cdot 2$$

$$x^2=16$$

$$x=\pm 4$$

$$c) \quad 3x^2+4x-16-x^2=2x+2x^2$$

$$2x^2+4x-16=2x+2x^2$$

$$2x=16$$

$$x=8$$

$$d) \quad \frac{2x+2}{5} \overset{\text{lös multi}}{=} \frac{3x+1}{3} \Rightarrow 3(2x+2) = 5(3x+1)$$

$$6x+6=15x+15$$

$$-9=9x$$

$$x=-1$$

$$e) \quad (2x+2)(x+4) = (9+x)(x+1)$$

$$2x^2+8x+2x+8=9x+9+x^2+x$$

$$2x^2+10x+8=x^2+10x+9$$

$$\sqrt{x^2}=\sqrt{1}$$

$$x=\pm 1$$

$$f) \quad \sqrt{4x} \cdot \sqrt{x} = 44$$

$$\sqrt{4x^2} = 44$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} = 44$$

$$2x=44$$

$$x=22$$

$$9) \frac{8^x \cdot 2^x}{2^{x+1}} = 4^{12} \text{ Skriv i samma bas}$$

$$\frac{(2^3)^x \cdot 2^x}{2^{x+1}} = (2^2)^{12}$$

$$\frac{2^{3x} \cdot 2^x}{2^{x+1}} = 2^{24}$$

$$\frac{2^{4x}}{2^{x+1}} = 2^{24}$$

$$\frac{4x - (x+1)}{2} = 24$$

$$\frac{3x-1}{2} = 24$$

$$3x-1=24$$

$$3x=25$$

$$x = \frac{25}{3}$$

5. a) 15 megameter

$$\text{mega} = 10^6 \Rightarrow 15 \cdot 10^6 = 15000000$$

b) 32 Pikometer

$$\text{Piko} = 10^{-12} \Rightarrow 32 \cdot 10^{-12} = 0,000000000032$$

c) 230 terahertz

$$\text{tera} = 10^{12} \Rightarrow 230 \cdot 10^{12} = 230000000000000$$

6. Tre på varandra
följande heltal

$x, x+1, x+2$ Addera dessa!

$$x+x+1+x+2 = 42$$

$$3x+3 = 42$$

$$3x = 39$$

$$x = 13$$

Svar: Första talet är 13

7. Första talet: x

$$x+y=12$$

Andra talet y

$$x-y=2$$

$x=2+y$ ← Använd i eqn. $x+y=12$

$$2+y+y=12$$

$$2+2y=12$$

$$2y=10$$

$$y=5$$

$$x+5=12$$

$$x=7$$

Svar: talen är 5 och 7

$$8. a) 2^x \cdot 4^x = 2^x \cdot (2^2)^x = 2^x \cdot 2^{2x} = 2^{3x}$$

$$b) \frac{3^{5x}}{9^{2x}} = \frac{3^{5x}}{(3^2)^{2x}} = \frac{3^{5x}}{3^{4x}} = 3^{5x-4x} = 3^x$$

$$c) 9^{6x} \cdot 2^{24x} = (3^2)^{6x} \cdot (2^2)^{12x} = 3^{12x} \cdot 4^{12x} = (3 \cdot 4)^{12x} = 12^{12x}$$

9. $x = \text{talet}$ $x^2 = \text{talet i kvadrat}$ ökning med 400% = $5x$

$$x + x^2 = 5x$$

10. a) $x = \text{Befolkningen}$

$$\frac{x + x^2}{x} = \frac{5x}{x}$$

$$\frac{x}{x} + \frac{x^2}{x} = 5$$

$$1 + x = 5$$

$$x = 4$$

Förändring efter 10 år $0,95^{10}$ minskning med 8%, förändringst. Antalet år

$x \cdot 0,95^{10}$ efter 10 år!

b) Befolkningen 2032 $x \cdot 0,95^{10}$

ökning med 7% varje år i 5 år

$1,07^5$ Efter samtliga 15 år $x \cdot 0,95^{10} \cdot 1,07^5$

minskning med 6%, förändringst.

11. Nyvärdet på aktien = x

3 års minskning med 6% varje år $0,94^3$

3 års ökning med 6% varje år $1,06^3$

$x \cdot 0,94^3 \cdot 1,06^3$ efter 6 år

Förändringstakt för att återkomma till x

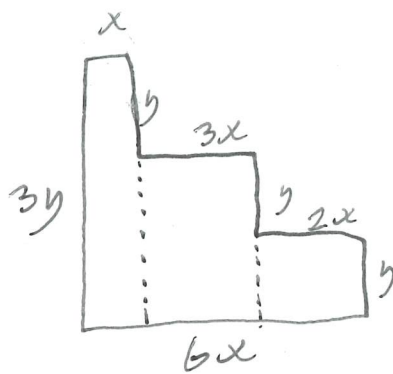
b) $x \cdot 0,94^3 \cdot 1,06^3 \cdot F = x$

$$0,94^3 \cdot 1,06^3 \cdot F = 1$$

$$F = \frac{1}{0,94^3 \cdot 1,06^3} \approx 1,01$$

Svar: Den måste öka med 1%

12. a)



$$\text{omkrets} = x + y + 3x + y + 2x + y + 6x + 3y$$

$$= 12x + 6y$$

$$\text{Area} = x \cdot 3y + 3x \cdot 2y + 2x \cdot y =$$

$$= 11xy$$

b) $xy = 10$

$$\text{Area} = 11xy \Rightarrow 11 \cdot 10 = 110 \text{ a.e} \quad \text{Svar: } 110 \text{ a.e}$$

13. 1. $3x = \frac{1}{3}$
 $x = \frac{\frac{1}{3}}{3} = \frac{1}{9}$

2. $\frac{3y}{2} = \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{3}$

3. $\frac{\sqrt{x}}{y^2} = \frac{\sqrt{\frac{1}{9}}}{(\frac{1}{3})^2} = \frac{\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}}}{\frac{1^2}{3^2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{3} = 3$

14.

$\frac{8 \text{ km}}{8 \text{ km/h} + 8 + x \text{ km/h}}$
 $\frac{45 \text{ minuter}}{= \frac{3}{4} \text{ timme}}$

Hur lång tid tog det att cykla de första 4 km?

$$s = v \cdot t \Rightarrow 4 = 8 \cdot t \quad t = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 30 \text{ minuter}$$

Den andra 4 km ökte de på 15 minuter
 $= \frac{1}{4} \text{ timme}$

$$s = v \cdot t \Rightarrow 4 = v \cdot \frac{1}{4}$$

$$v = 4 \cdot 4 = 16$$

Svar: De ökade med 8 km/h

15. Vi är intresserade av hur många som är kvar! Passagerare från bådan:

Hallplats A: $\frac{3}{4}x + 6$
 kvar de nya

Hallplats B: $\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}x + 6 \right) + 7 = \frac{3}{8}x + 3 + 7 = \frac{3}{8}x + 10$

Hallplats C: $\frac{4}{5} \left(\frac{3}{8}x + 10 \right) = \frac{3}{10}x + 8$

de som

är kvar.

Svar: 30 st

$$\frac{3}{10}x + 8 = 17$$

$$\frac{3x}{10} = 9$$

$$3x = 90 \quad x = 30$$

16. Försök få samtliga uttryck i samma exponent, undersök sedan vilken som har störst bas

$$\frac{2^{4000}}{3^{2000}} = \frac{(2^2)^{2000}}{3^{2000}} = \frac{4^{2000}}{3^{2000}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2000}$$

$$\frac{9^{1000}}{4^{2000}} = \frac{(3^2)^{1000}}{4^{2000}} = \frac{3^{2000}}{4^{2000}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2000}$$

$$(2 \cdot 3)^{4000} = \left(\frac{1}{2} \cdot 3\right)^{4000} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4000} = \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^{2000} = \left(\frac{9}{4}\right)^{2000}$$

$$\left(\frac{10^2}{12^2}\right)^{1000} = \left(\left(\frac{10}{12}\right)^2\right)^{1000} = \left(\frac{10}{12}\right)^{2000}$$

Alla har samma exponent!
Undersök baserna

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2000}, \left(\frac{10}{12}\right)^{2000}, \left(\frac{4}{3}\right)^{2000}, \left(\frac{9}{4}\right)^{2000}$$

Minst

Efter som

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

10 km längre än Pelle

Han cyklar 1,5 timme före Pelle

17. a) Joakim: $S = v \cdot t \Rightarrow S + 10 = 20 \cdot \left(t + \frac{3}{2}\right) = 20t + 20 \cdot \frac{3}{2} = 20t + 30$

Pelle: $S = v \cdot t \Rightarrow S = 30 \cdot t$

Lös ut S ur Joakims ekvation $S + 10 = 20t + 30$
 $S = 20t + 20$

Sätt ekvationerna lika med varandra $30t = 20t + 20$

börjar 1,5 tim före Pelle

$$10t = 20$$

$$t = 2 = \text{två timmar}$$

Svar: Joakim cyklar på $2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$ timmar

b) Pelle: $S = 30 \cdot t, t = 2 \Rightarrow S = 30 \cdot 2 = 60$ km

Joakim cyklar 10 km längre Svar: 70 km

18. 2^{64} gör att skriva som a^a där a är ett heltal

$$(2^2)^{32} = 4^{32} = (4^2)^{16} = 16^{16} \leftarrow \text{det är på formen } a^a \text{ där}$$

$a = 16$ vilket visar att det funkar!