

Grundläggande uppgifter – Mittkursövningsprov

1. Förenkla uttrycken med kvadreringsregeln eller konjugatregeln

- a) $(x + 2)^2$
- b) $(x - 3)(x + 3)$
- c) $(2x - 4)^2$

2. Lös ekvationerna, svara exakt.

- a) $x^2 - 9 = 0$
- b) $x^2 + 7x = 0$
- c) $x^2 + 6x + 5 = 0$
- d) $2x^2 - 4x - 16 = 0$
- e) $10^x = 20$
- f) $2 \cdot 10^x = 10$
- g) $x^5 = 10$
- h) $3^x = 15$
- i) $\lg x = 4$

3. Bestäm ett exakt värde på följande uttryck (utan miniräknare)

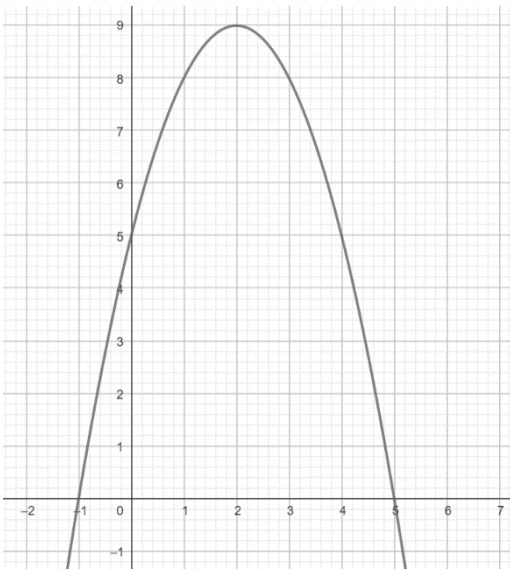
- a) $\lg 1000 + \lg 10$
- b) $\frac{5^{10} \cdot 5^0 \cdot 5^2}{5^7 \cdot 5^3}$
- c) $\lg 10^{10} \cdot \lg 10^4$
- d) $10^{\lg 25}$

4. En bakteriekultur förändras enligt följande funktion $f(x) = 20\,000 \cdot 1,08^x$ där x är dagar efter planeringen av bakteriekulturen och $f(x)$ är antalet bakterier. Bestäm följande:

- a) Hur många bakterier var det från början?
- b) Hur många procent ökar eller minskar bakterierna med varje dygn?
- c) Skissa grafen till funktionen
- d) Hur många bakterier innehåller bakteriekulturen efter 2 veckor?

5. En andragradsfunktion har nollställena $x_1 = 4$ och $x_2 = 8$. Funktionen har också det största värdet 14. Bestäm koordinaterna för funktionens maximipunkt.
6. Nedan ser du grafen till en andragradsfunktion på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$. Bestäm följande:

- Funktionens nollställen
- Funktionens symmetrilinje
- Funktionens extremvärde
- Bestäm för vilket x följande gäller $f(x) = 8$
- Bestäm om konstanten a är större eller mindre än 0
- Bestäm konstanten c



7. Summan av två tal är 10. Differensen av samma tal är 2. Bestäm vilka två tal som har dessa egenskaper. *Prövning ger ingen poäng*

8. Bestäm vad som ska stå i den tomma parentesen

- $(\quad)(x + 4) = x^2 - 16$
- $(\quad)(4 + x) = 16 + 8x + x^2$
- $(\quad)(2x - 10) = 4x^2 - 40x + 100$

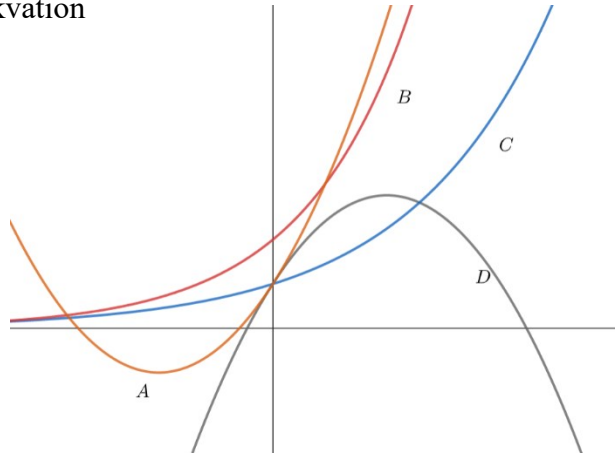
9. Lös ekvationssystemen

- $$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 5y - x = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

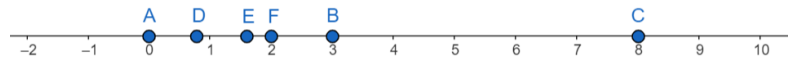
10. Para ihop rätt graf med rätt funktionsekvation

1. $f(x) = 2 \cdot 1,5^x$
2. $g(x) = -x^2 + 2x + 2$
3. $h(x) = 4 \cdot 1,7^x$
4. $a(x) = x^2 + 4x - 2$



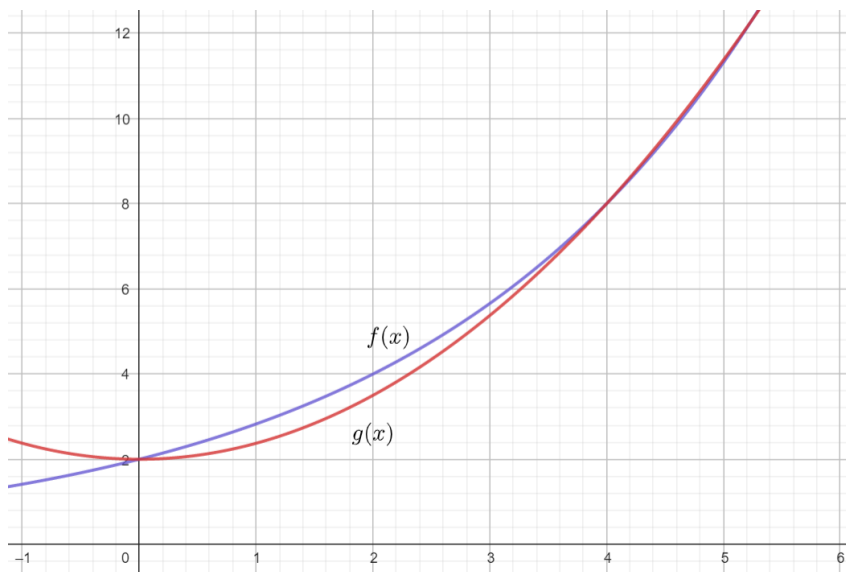
11. Para ihop följande tal/lösning med punkterna på tallinjen (utan miniräknare)

1. $\lg 7$
2. $3 \cdot \lg 10$
3. Lösningen på ekvationen $x^{\frac{1}{3}} = 2$
4. $4 \cdot \lg 1$
5. $\lg 25 + \lg 4$
6. $\lg 50$



12. Nedan ser du två grafer till två funktioner Bestäm följande

- a) För vilka x är $f(x) = g(x)$
- b) För vilket x är $f(x) = 2$
- c) Joakim påstår att $g(x) < f(x)$ då $x = 2$ stämmer det? Motivera!



13. Bestäm följande till funktionen $f(x) = x^2 - 4x - 5$ algebraiskt

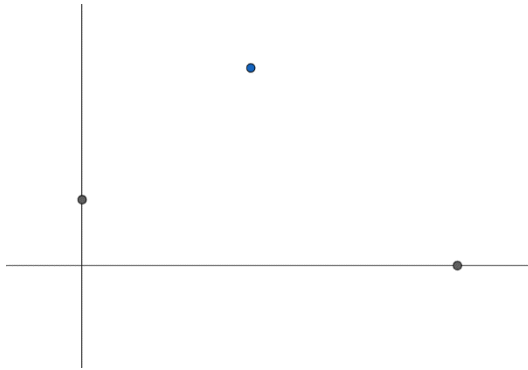
- a) Funktionen nollställen
- b) Funktionen symmetrilinje
- c) Har funktionen ett största eller minsta värde?
- d) Bestäm funktionens största eller minsta värde

14. Skissa en andragradsfunktion på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$ som

- a) Har ett $a < 0$ och ett $c > 0$
- b) Har enbart ett nollställe och en symmetrilinje som är $x = 5$
- c) Har ett $a > 0$, ett $c < 10$ och ett extremvärde som är 4

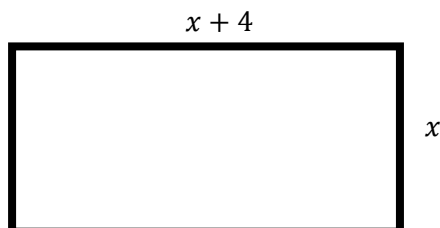
15. En andragradsfunktion går igenom punkterna som är markerade i koordinatsystemet.

Avgör om konstanten framför x^2 -termen är positiv eller negativ



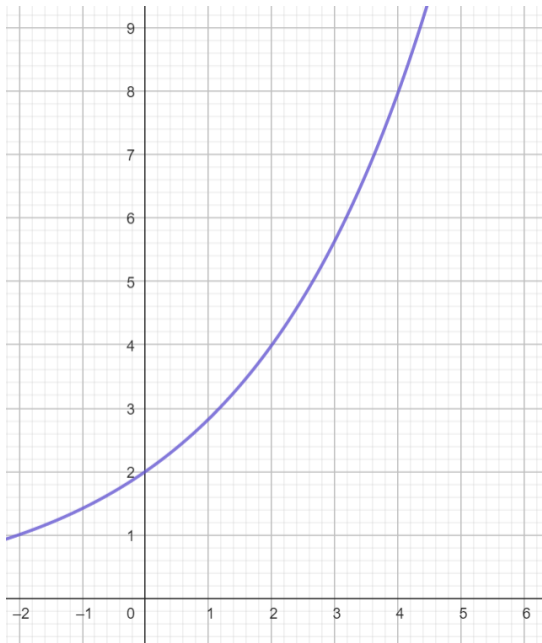
16. Joakims bostads värde förändras enligt följande funktion $K(t) = 1\,250\,000 \cdot 1,07^t$ där t är antal år efter 2023. Efter hur många år är Joakims bostad värd dubbelt så mycket som den är värd 2023?

17. Nedan ser du en rektangel. Rektangelns area är 12 areaenheter. Bestäm vilken eller vilka tänkbara värden på x som rektangelns sidor kan ha



18. Ge ett exempel på en exponentiell funktion på formen $f(x) = C \cdot a^x$ som avtar och går igenom följande punkt $(0, 25)$

19. Nedan ser du en funktion som går att skriva på formen $f(x) = C \cdot a^x$. Bestäm konstanterna C och a



20. En raket skjuts upp och dess bana kan beskrivas med följande funktion $f(x) = -25x^2 + 100x$ där x är hur långt raketten färdas längst marken och $f(x)$ hur högt raketten nått.

Bestäm hur högt raketten når som högst.

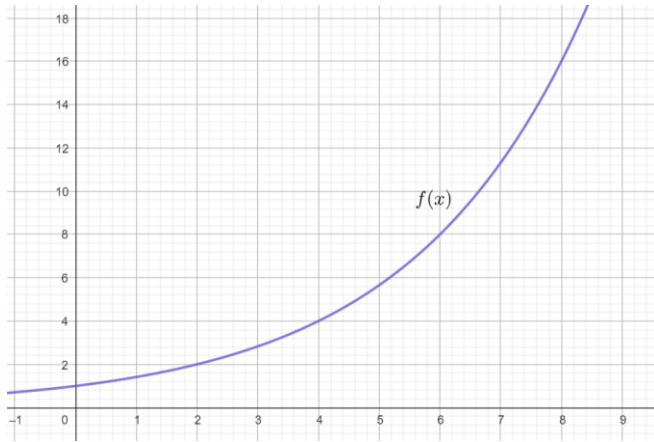
21. Andragradsfunktionen $f(x) = -x^2 + 4x$ är given. För vilket eller vilka x -värden är $f(x) = 4$

22. Vilken eller vilka av följande uttryck är lika med 2?

- A: $2 \cdot \lg 100$
- B: $\lg 50 + \lg 4$
- C: $\lg 10 + \lg 10 + \lg 1$
- D: $\lg 3 - \lg 1$
- E: $\lg 10^6 - \lg 10^4$

23. Lös ekvationen $4^x + 4^x = 10$, svara exakt

24. Bestäm talet a om $f(a) = 16$



25. Använd konjugatregeln för att beräkna differensen $99^2 - 1^2$ utan miniräknare

26. För vilket värde på c har följande funktion enbart ett nollställe $f(x) = x^2 - 4x + c$

Grundläggande uppgifter - Måttkursövningsprov

1. a) $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ b) $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$

c) $(2x-4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$

2. a) $x^2 - 9 = 0$
 $x^2 = 9$
 $x = \pm 3$

b) $x^2 + 7x = 0$
 $x(x+7) = 0$
 $x_1 = 0 \quad x_2 = -7$

c) $x^2 + 6x + 5 = 0$
 $x = \frac{-6 \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}}{2}$
 $= -3 \pm \sqrt{9-5}$
 $= -3 \pm 2$

d) $2x^2 - 4x - 16 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}}{2}$

$= 1 \pm \sqrt{9}$

$= 1 \pm 3$

$x_1 = 1+3 = 4$

$x_2 = 1-3 = -2$

e) $10^x = 20$

$\lg 10^x = \lg 20$

$x = \lg 20$

Stannadör!

$x_1 = -3-2 = -5$

$x_2 = -3+2 = -1$

f) $2 \cdot 10^x = 10$

$10^x = 5$

$\lg 10^x = \lg 5$

$x = \lg 5$ Stannadör!

g) $x^5 = 10$

$(x^5)^{\frac{1}{5}} = 10^{\frac{1}{5}}$

$x = 10^{\frac{1}{5}}$

Stannadör!

h) $3^x = 15$

$\lg 3^x = \lg 15$

$x \cdot \lg 3 = \lg 15$

$x = \frac{\lg 15}{\lg 3}$

Stannadör!

i) $\lg x = 4$

$x = 10^4 = 10000$

$$3) \lg 1000 + \lg 10 = 3 + 1 = 4$$

a) Vard ska jag höja upp
10 i för att för 1000 och
10?

$$b) \frac{5^{10} \cdot 5^2 \cdot 5^2}{5^7 \cdot 5^3} = \frac{5^{12}}{5^{10}} = 5^2 = 25$$

$$c) \lg 10^6 \cdot \lg 10^4 = 6 \cdot 4 = 24$$

Vard ska jag höja upp
10 i för att för 10^6 och
 10^4 ?

$$d) 10^{1925} = 25$$

$$4. f(x) = 20000 \cdot 1,08^x$$

$$f(x) = C \cdot a^x$$

a) 20000 C-värdet är alltid startvärdet.

b) svar: ökar med 8% varje dygn



d) $f(14) = 20000 \cdot 1,08^{14}$
 ≈ 58743 bakterier

5. Nullställena $x_1 = 4$, $x_2 = 8$ Symmetrilinjen: $x = 6$

Största värde: 14 Maximipunkt: (6, 14)

6. a) nollställena $x_1 = -1$ $x_2 = 5$

b) Symmetrilinje: $x = 2$

c) Extremvärde: 9

d) $x_1 = 1$ och $x_2 = 3$

e) $a < 0$ (mindre än noll!) vi har en maximipunkt och ledsen min

f) c är skärning i y , $c = 5$

7. $x =$ Ena talet $y =$ andra talet

$$\begin{cases} x+y=10 & \text{I} \\ x-y=2 & \text{II} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=2 & \text{II} \\ x=2+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+2+y=10 & \text{I} \\ 2y+2=10 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\text{II} \quad x-y=2$$

$$x-4=2 \quad x=6$$

Svar: talen är 6 och 4.

8. a) $(x-4)$ b) $(4+x)$ c) $(2x-10)$

$$\begin{cases} 2x+3y=11 & \text{I} \\ 5y-x=1 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{II} \quad 5y-x=1 \quad 5y=1+x \quad x=5y-1$$

$$\text{I} \quad 2x+3y=11 \quad 2(5y-1)+3y=11$$

$$\text{II} \quad 5y-x=1$$

$$5-x=1 \quad x=4$$

$$10y-2+3y=11$$

$$13y=13 \quad y=1$$

Svar: $x=4$
 $y=1$

$$b) \begin{cases} 2x + 2y = 14 & \text{I} \\ x - y = 3 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{II} \quad x - y = 3$$

$$x = 3 + y$$

$$\text{II} \quad x - y = 3$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{I} \quad 2x + 2y = 14$$

$$2(3 + y) + 2y = 14$$

$$6 + 2y + 2y = 14$$

$$4y = 8$$

$$y = 2$$

10. A-4, B-3, C-1, D-2

11. 1. $\lg 7$ Vad ska man höja upp 10 i för att få 7?
det måste vara någonstans mellan 0 och 1

$$0 < \lg 7 < 1 \quad \underline{1-D}$$

$$2. \underbrace{3 \cdot \lg 10}_{1} = 3 \cdot 1 = 3 \quad \underline{2-B}$$

$$3. x^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (x^{\frac{1}{3}})^3 = 2^3 = 8 \quad \underline{3-C}$$

$$4. \underbrace{4 \cdot \lg 1}_0 = 4 \cdot 0 = 0 \quad \underline{4-A}$$

$$5. \lg 25 + \lg 4 = \lg 25 \cdot 4 = \lg 100 = 2 \quad \underline{5-F}$$

6. $\lg 50$ Någonstans mellan 1 och 2 6-E

12. a) $x_1=0$ $x_2=4$ b) $f(x)=2$ $x=0$
vilket x ger
 y -värdet 2

c) $g(x) < f(x)$

är $f(x)$ större än $g(x)$

da $x=2$ Svari: Ja! y -värdet
är större för $f(x)$ än $g(x)$

13. $f(x) = x^2 - 4x - 5$

a) $f(x) = 0$ $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$x = 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{9}$$

$$= 2 \pm 3 \quad x_1 = 5 \quad x_2 = -1$$

Svari: Nullställena är $x_1 = 5$, $x_2 = -1$

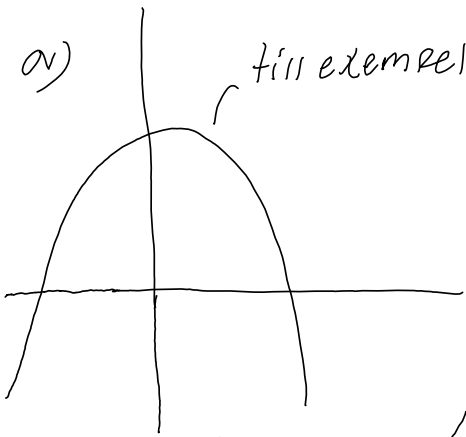
b) Symmetrilinjen är $x = 2$ (mitten av nullställena)

c) Minsta värde (konstanten framför x^2 är positiv)

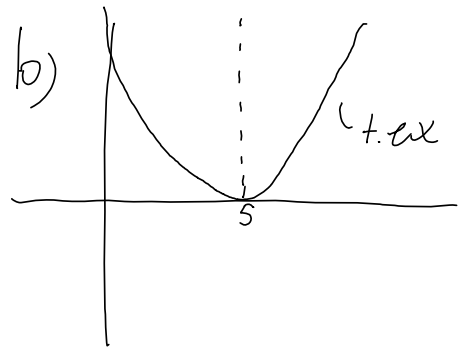
d) $f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = 4 - 8 - 5 = -9$

Svari: Minsta värdet är -9

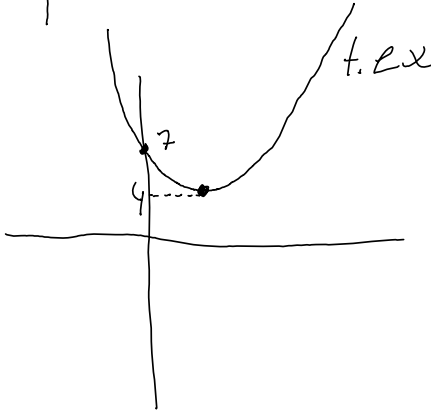
14. a)



b)



c)



15. Den är negativ. Det måste vara en maximipunkt!

16. $K(t) = 1250000 \cdot 1,07^t$ Fördubbling av pris från 2023

$$1250000 \cdot 2 = 2500000$$

$$2500000 = 1250000 \cdot 1,07^t$$

$$2 = 1,07^t$$

$$\lg 2 = \lg 1,07^t$$

$$\lg 2 = t \cdot \lg 1,07$$

$$t = \frac{\lg 2}{\lg 1,07} \approx 10$$

Svar: 2033 har värdet fördubblats.

17. Area rektangeln: $(x+4) \cdot x = x^2 + 4x$

Area ska vara 12 $x^2 + 4x = 12$ Lös ekvationen

$$x^2 + 4x = 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12}$$

$$= -2 \pm \sqrt{16}$$

$$= -2 \pm 4$$

$$x_1 = -2 + 4 = 2$$

$$x_2 = -2 - 4 = -6$$

Sidorna kan anta värdet $x=2$
då får vi sidorna 2 och 6
men -6 kan inte antas då
vi får negativa storheter.

Svar: $x=2$

18. Till exempel: $f(x) = 25 \cdot 0,83^x$

ges av punkten
 $(0, 25)$ det är
startvärdet.

19. $f(x) = C \cdot a^x$ sök C och a $C =$ skärning i y $C = 2$

a får vi genom att finna en ekvation. Välj en punkt.

$(2, 4)$ ger $4 = 2 \cdot a^2$

$$2 = a^2$$

Svar: $f(x) = 2 \cdot 1,4142^x$

$$a = \pm \sqrt{2} \approx \pm 1,4142$$

vi vill ha positiv lösning

20. Raket: $f(x) = -25x^2 + 100x$ Vi vill ha
extremvärdet Sök symmetrilinjen, vi behöver nollställorna

$$f(x) = 0 \quad -25x^2 + 100x = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0 \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 4 \quad \text{Symmetrilinje: } x = 2$$

Sätt in symmetrilinje i $f(x)$

$$f(2) = -25 \cdot 2^2 + 100 \cdot 2 = -100 + 200 = 100$$

Svar: Raketten når 100 meter

21. $f(x) = -x^2 + 4x$ $f(x) = 4$

$$-x^2 + 4x = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$$

$$2 \pm \sqrt{4-4} \quad x = 2 \quad \text{Svar: } \theta^\circ \quad x = 2$$

22. A: $2 \cdot \lg 100 = 2 \cdot 2 = 4$ B: $\lg 50 + \lg 4 = \lg 50 \cdot 4 = \lg 200$
 $\frac{2}{2}$ lika lika med 2 $\frac{1+1+0}{2}$ lika lika med 2

C: $\lg 10 + \lg 10 + \lg 1 = 1 + 1 + 0 = 2$ lika med 2!

D: $\lg 3 - \lg 1 = \lg 3$ lika lika med 2

E: $\lg 10^6 - \lg 10^4 = 6 - 4 = 2$ lika med 2!

$$23. 4^x + 4^x = 10$$

$$2 \cdot 4^x = 10$$

$$4^x = 5$$

$$\lg 4^x = \lg 5$$

$$x \cdot \lg 4 = \lg 5$$

$$x = \frac{\lg 5}{\lg 4}$$

$$24. f(a) = 16 \quad \text{fitta } a \text{ } \approx \text{ } 9 \text{ } \text{graten}$$

$$a = 8$$

$$25. 99^2 - 1^2 \quad \text{Använd konjugatregeln}$$

$$(99+1)(99-1) = 100 \cdot 98 = 9800$$

$$26. f(x) = x^2 - 4x + c \quad \text{Nollställe: } f(x) = 0 \text{ och vi ska} \\ \text{endast ha ett s\u00f6dant!}$$

$$x^2 - 4x + c = 0$$

$$x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - c}$$

$$= 2 \pm \sqrt{4 - c} \quad \text{F\u00f6r att f\u00e5 ett nollst\u00e4lle m\u00f6ste} \\ \text{rotuttrycket bli lika noll}$$

$$4 - c = 0 \quad c = 4$$

$$\text{Svar: } c = 4$$